

Organizuoja
Vilniaus universitetas

Remia
UAB „AFFECTO LIETUVA“
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA,
Leidykla TYTO ALBA,
NACIONALINIS EGZAMINŲ CENTRAS,
LIETUVOS JAUNŲJŲ MATEMATIKŲ MOKYKLA

XVI LIETUVOS 7–8 KLASIŲ MOKSLEIVIŲ MATEMATIKOS OLIMPIADA

Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos fakultetas, 2014 09 27

1. Miško viduryje stovi didžiulė lenta, prie kurios bruzda 85 Kiškiai Piškiai, kurie ką moka, ką ne, bet visi jie skaičius rašo „šviesos greičiu“. Kaip sakyta, jie bruzda pačiame Mokyto Miško viduryje prie neišvaizduojamo didumo lentos, kurioje iš eilės yra surašyti visi sveikieji skaičiai nuo 1 iki 2150.

Kiekvieną minutę vis kitas Kiškis, pradėdamas 1-uoju ir baigiant 85-uoju, suspėja atlikti su tais skaičiais tokią operaciją:

jeigu skaičius dalijasi iš 100, tai jis tą skaičių iš 100 ir padalija, o jeigu skaičius iš 100 nesidalija, tai iš tokio skaičiaus jis atima 1, tada kiekvieną senąjį skaičių nuvalo ir vietoje jo parašo gautą rezultatą (kaip pamename, visus 2150 skaičių jis spėja pakeisti per minutę – ir taip kiekvienas).

Koks skaičius bus pats didžiausias iš visų lentoje parašytųjų, kai savo rašymus bus baigęs paskutinis, 85-tasis Kiškis Piškis, vardu Mykoliukas?

2. Lapė Snapė Saldžiūnė vėl porino Zuikučiui Paikučiui kažkokias veikiausiai jos pačios išgalvotas fantazijas apie tai, kad gyvena kažkur Aritmetikos brūzgynuose toks daugiaženklis skaičius, kuriame garantuotai yra bent du dvejetai, dar garantuotai yra dar ir bent du ketvertai – ir net dar ir bent du aštuonetai yra – ir kuris vis tiek niekaip nesidalija be liekanos į 4 lygias dalis, nors tu verk.

„Surastum tu man, Paikuti, kada kokį nors vieną tokį skaičių“ - prisispyrusi prašydavo ji zuikio.

O savo vaikams Lapė Snapė sekdamas jau nebe tą, bet kitą, nors ir panašią, bet jau kitokią pasaką, kuri baigdavosi atviru lapiukų prašymu surasti ne kokį nors vieną galimą tokį pavyzdį, bet jau iš karto daug nedelsiant – patį mažiausią iš visų tokių galimų daugiaženklių skaičių.

Taigi ir mes dar sykį paklauskime to paties pakartodami klausimą: koks yra pats mažiausias daugiaženklis skaičius, kuriame yra bent du dvejetai, bent du ketvertai ir bent du aštuonetai ir kuris nesidalija be liekanos iš 4?

3. Netoli Gelgaudiškio esančioje Valenčiūnų Barsukų akademijoje kartą metuose būdavo organizuojama teisėta natūralių pokyčių diena. Tą dieną prieš didžiąją pertrauką mokytojas Kurmis neva natūraliai palikdavo klasėje dieną ir mokiniai – barsytės ir barseliai – imdavo įrašinėti pažymius.

Tais atmintiniais metais kiekviena barsytė įrašė po 15 dešimtukų (daugiausia savo draugams ir draugams, bet nepamiršo ir savęs), o kiekvienas barselis (taip pat nebūtinai tik sau) po 11 dvejetų.

Susumavus visus tuos pokyčius paaiškėjo, kad po šios teisėtos papildančiosios pažymių korekcijos pas kiekvieną barsytę atsirado po 7, o pas kiekvieną barselį – net po 21 naują pažymį.

Ko toje barsukų klasėje daugiau – barselių ar barsyčių?

4. Vilkų aukščiausioje lygoje į kamuolį spardo 5 puikios komandos, kurios dabar ką tik baigė vasaros pirmenybes. Jos vyko vadinamąja vieno rato sistema, kai kiekviena komanda sužaidžia po vienerias rungtynes su visomis likusiomis komandomis. Yra nusistovėjusi tvarka, kad už laimėtas rungtynes komandai skiriami 3 taškai, už sužaistas lygiosiomis – 1 taškas, o už pralaimėtas rungtynes komanda taškų negauna.

Pasibaigus turnyru tapo žinoma, kad 4 iš 5 dalyvavusių komandų atitinkamai sukaupė 1, 2, 5 ir 7 taškus.

Atėjusi Lapė Snapė Vilija ėmė suokti, kad iš tų keturių komandų surinktų taškų dar nieko konkretaus nebūtų galima pasakyti apie, kiek taškų surinko penktoji komanda.

Atsiradęs Ežiukas Rūke su arkliu Dominyku iš karto įsijungė į svarstymus, bet kadangi dabar dar „labai vasara“, tai Arkliui Dominykui „nesigalvoja“, o Ežiukas rūke, kaip visada, labai stengiasi, nors, atvirai kalbant, jam tikrai ne iš karto ima sektis.

Tai gal jūs galite pasakyti, kiekgi taškų surinko penktoji komanda, o jeigu to neįmanoma padaryti – paaiškinti kodėl?

5. Drambliukas Demantas Staraubliūnas labai mėgsta geometriją su visomis jos dëlionėmis ir ypač noriai lieja kvadratinės plyteles. Jis turi „prisiliejęs“ daugybę įvairiausių kvadratinių plytelių, arba vadinamųjų kvadratinių ruošinukų, kurių kraštinių ilgiai yra iš eilės einantys skaičiai 1, 2, 3, 4 ir t.t. Visi žino, kad kiekvienos rūšies ruošinukų jis turi pakankamai – mokytame miške visi žino, kad jam niekada nieko dar nepasitaikė, kad pristigtų.

Vieną dieną drambliukas Demantas Staraubliūnas taip ir pasakė susirinkusiems į svečius žvėreliams, savo ištikimiausiems pagalbininkams bei patarėjams, tikriems aritmetinių vargų broliams: „Aš jau pavargau lieti, bet užtat nors Jūs būkite nepavargę ir visada pasiryžę pozityviai ir aktyviai kolektyviai galvoti. Štai aš dabar skelbiu konkursą pačiam mažiausiam įmanomam kvadratui, kuriam išdėti prireiktų lygiai 11 mano ruošinukų. Nustatykite, kokia yra pati mažiausia įmanoma tokio iš 11 ruošinukų (nebūtinai skirtingų) sudedamo kvadrato kraštinė“.

Po to jis dar jiems metodiškai priminė bei įdėmiai pakartojo, kad kvadratas tais 11 ruošinių turi būti išgrįstas išklotas ištisai visas, be jokių „persidengimų kvadrato viduje“ ir be jokių „prasikišimų į jo išorę“.

Kam lygi paties mažiausiojo kvadrato kraštinė, kuris yra visas – be tarpų, persidengimų bei išsikišimų išklojamas panaudojus 11 nebūtinai skirtingų drambliuko Demanto Staraubliūno ruošinukų?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) teisingas atsakymas yra kitoks

6. Lapė Vilytė Saldžiūnė savo lapiukams sekmadieniais prieš miegą visada iškilmingai sekdamo tokią pasaką, kurioje prieš besimerkiančias jų akis visada didingai iškildavo tokia viena nuostabi burtų kupina karalystė. Kiekvienas tos karalystės gyventojas yra vis kitas natūralusis skaičius; be to, tie skaičiai nuo amžių pasižymi tokia, neslėpsime, be galo įspūdinga ir net pudelį „iš koju verčiančia“ savybe: sudėjus bet kuriuos keturis tos karalystės skaičius visada išeina daugiau negu 37, o sudėjus bet kuriuos tris – visada mažiau kaip 37.

Pasaką Mama Lapė visada baigdamo migdančiais žodžiais: „Ir jokie pasaulio išminčiai ir dabar dar nepajėgia pasakyti, kiek daugiausiai skaičių gali būti toje karalystėje“.

Tai gal Jūs galėtumėte pasiklausę pasakyti, kiek daugiausiai skaičių gali gyventi toje karalystėje?