

Organizuoja
Vilniaus universitetas

Remia
UAB „AFFECTO LIETUVA“
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA,
Leidykla TYTO ALBA,
NACIONALINIS EGZAMINŲ CENTRAS,
LIETUVOS JAUNŲJŲ MATEMATIKŲ MOKYKLA

XV LIETUVOS 7–8 KLASIŲ MOKSLEIVIŲ
MATEMATIKOS OLIMPIADA
Konkurso dalyvius sveikina
Roza LEIKIN
Tarptautinės gabiųjų ugdymo ir kūrybingojo mokymo
Asociacijos Prezidentė

Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos fakultetas, 2013 09 28

1. Kartą kurmis Karolis geraširdiškai šaipėsi iš savo pažįstamo Bebro Babrungo-Bungo, kuris išgirdo ir patikėjo, kad visi žmonių vaikai nori mokytis kaip žvėrys, ėmė ir į įlindo Gelgaudiškyje pas juos per plyšį pasiklausti, ką jie ten sprendžia, bet nieko nesuprato. Atėjęs pas Karolį jis gaudžiai guodėsi, koks jis bukas esąs. Karolis vis kartodavo Babrungui-Bungui vieną tokį metodinį pamokymą: „Kol tiems Gelgaudiškio vaikėzams nepersakai uždavinio su saldainiais, o tau – su nugrauztais medžiais, tol jūs nieko nesuprantat – pas jus visus kažkokia ribota fantazija ir modifikuotas pasaulio suvokimas. Štai kad ir tas primityvus uždavinys, dėl kurio tu čia taip blaškaisi ne ką tesuprasdamas. Žiūrėk, aš Tau persakysiu jį su graužtiniais kamienais ir tau kaip mat prašviesės.

„Per 2 mėnesius – liepą ir rugpjūtį – Bebras Babrungas-Bungas nugrauzė 130 liepų. Kiek liepų jis nugrauzė rugpjūčio mėnesį, jeigu liepos mėnesį jis tingėjo kaip šeškas ir jo liepos mėnesį nugrauztų medžių skaičius, padaugintas iš 3, teduotų tik vieną trečiąją rugpjūčio mėnesį nugrauztų liepų dalį.“

Giliai susimąstė Bebras Babrungas-Bungas, bet per tris valandas uždavinį įveikė. Padėkite jam galutinai įsitikinti, kad jis viską padarė gerai. Taigi kiek medžių jis nugrauzė per rugpjūtį ir kodėl?

2. Kurmio Karolio teta Kas(t)ė Rausytė nuo jaunų dienų tiki į triženklių skaičių harmoniją. Ji labai vertina visus tokius triženklus skaičius ir laiko, kad jie nebe reikalo yra mokslininkų sugalvoti – taip jai be jokių juokų atrodo – kuriuos galima gauti prie kažkokio konkretaus triženklis skaičius pridėjus visus tris to konkretaus skaičius skaitmenis. Sakysime, skaičius 225 jai atrodo ne be reikalo mokslininkų išgalvotas, nes yra toks triženklis skaičius, vardu 216, prie kurio pridėjus jo visus tris skaitmenis 2, 1 ir 6 tikrai taip ir išeina, kaip Leokadijai norėtusi: $216 + 2 + 1 + 6 = 225$.

Jau kuris laikas teta Leokadija visus savo giminaičius ir pažįstamus siaubia klausimu, koks gi yra pats didžiausias triženklis skaičius, apie kurį niekaip nepasakysi-neįrodysi-negausi, kad jis yra ne be reikalo mokslininkų sugalvotas?

3. Gelgaudų apskrities futbolo turnyre dalyvauja 17 komandų, kurios po vieną kartą sužaidžia su kiekviena kita turnyre dalyvaujančia komanda. Gelgaudų apskritis yra bebaimių žmonių kraštas, bet dabar ten mėgina siautėti ekstrasensas Boleslovas, kuris sako, jog Gelgaudiškio apskritis žlugs, kai ten įvyks toks 17 komandų turnyras, kuriame

kiekviena iš tų 17 dalyvaujančių komandų laimės lygiai tiek rungtynių, kiek jų ji sužais lygiomis?

Kilo sąmyšis ir karštos galvos jau norėjo skelbti referendumą, kuriame būtų apskritai draudžiama toliau rengti apskrities futbolo čempionatą. Išgirdęs apie tai apskrities valdytojas Kikutis ėmė kikenti.

Kodėl ėmė kikenti apskrities valdytojas Kikutis?

4. Kurmis Karolis, jo paties žodžiais tariant, su malonumu daro du dalykus: pirmiausia po metrą velėna rausia statmenus vienas kitam takus, o išlindęs ant žemės dėlioja arba stumdo akmenukus. Jie su savo nauju kolega Bebru Babrungu-Bungu užsidedę išspręsti tokį uždavinį, kuriame reikia ant asfalto esančiame 3×3 kvadrato į kiekvieną langelį atstumti po kažkiek akmenukų (nors ir nebūtina ką nors atstumti į kiekvieną iš 9 tos lentelės langelių) taip, kad visose trijose eilutėse ir visuose trijuose stulpeliuose skaičiuojant atskirai (visais šešiais atvejais) būtinai būtų po skirtingą akmenukų skaičių, o pačių akmenukų – tai kurmių garbės reikalas - kuo mažiau.

Barsukas Bilis, pravardė Kledaras, besišlaistydamas aplinkui, talandija, kad tai ne kurmių nosies reikalas, o visi likę išmintingesni paukščiai ir žvėreliai kikena iš Kledaro, sakydami, kad net apsisnargliavę žmonių vaikai nekalba apie tai, ko visai neišmano.

Taigi, kiek mažiausiai akmenų reikėtų sunaudoti išstumiant juos (nebūtina į visus) lentelės 3×3 langelius taip, kad visur: ir kiekvienoje eilutėje, ir kiekviename stulpelyje (visais šešiais atvejais) būtų po skirtingą akmenų skaičių.

Ar tai įmanoma padaryti ir jei taip, tai su koku mažiausiu akmenukų skaičiumi tai įmanoma atlikti?

(A) pirmiausiai nurodykite kokį nors vieną tokį akmenukų išdėliojimą.

(B) nurodykite, kiek mažiausiai akmenukų užtenka tokiai akmenukų dėlionei ir paaiškinkite, kodėl su mažiau akmenukų to padaryti negalima.

5. Keturi jauni nemokyti bebriūkščiai, keturi neapsiplunksnavę bebro Babrungo-Bungo įpėdiniai Morkūnas, Narūnas, Ovidijus ir Perkūnas syki darė testą su pasirenkamais atsakymais, susidedantį iš keturių klausimų, iš kurių kiekvienas turi penkis atsakymus A, B, C, D ir E. Morkūno atsakymai buvo DDAE, Narūno – CBAD, Ovidijaus – CDAC, o Perkūno – BBCC. Atėjęs kurmis Karolis jiems pranešė, kad pas juos visus keturis yra lygiai po 2 teisingus atsakymus. Po to jis paprašė savo asistentą jauną lapiną Nikodemą-Nikį visiems išaiškinti, į kokius čia atsakymus tauta teisingai tiki?

Taigi kokie yra teisingi atsakymai į keturis testo klausimus?

6. Ant žemės guli 9 akmenų krūvos (kiekvienoje bent po vieną akmenį). Bebras Babrungas-Bungas patikrino, kad bet kuriose dviejose krūvose yra po skirtingą akmenų skaičių, o didžiausioje krūvoje, jo žodžiais tariant, yra n akmenų. Vėliau jam dar paaiškėjo, kad bet kurios vienos krūvos visus akmenis įmanoma sumesti į likusias akmenų krūvas taip, kad gautose 8 krūvose būtų po lygiai akmenų. Negana to, bet kurių dviejų krūvų visus akmenis įmanoma sumesti į likusias akmenų krūvas taip, kad gautose 7 krūvose būtų po lygiai akmenų. Sužinokite mažiausią galimą n reikšmę.