Organizuoja

Vilniaus universitetas

Remia

UAB „AFFECTO LIETUVA“

LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA,

Leidykla TYTO ALBA,

NACIONALINIS EGZAMINŲ CENTRAS,

LIETUVOS JAUNŲJŲ MATEMATIKŲ MOKYKLA

XVI LIETUVOS 5-6 KLASIŲ MOKSLEIVIŲ MATEMATIKOS OLIMPIADA

Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos fakultetas, 2014 09 27

1. Kiškutis Mikas Paikutis padirbėjęs su skaičiais ir skaitmenimis yra giliai įsidėjęs į širdį, kad koduotai perrašytose skaitinėse lygybėse skirtingi simboliai (kaip čia dabar kad □,○, ◊,☺) atitinka skirtingus skaitmenis, o vienodi – vienodus. Jis gerą valandą smalsiai žiūrinėjo dvi lygybes

○ · ○ = ◊○ ir ☺ + ☺ = □○

kol jam nebeliko nė vienos abejonės, kad simbolis ☺ žymi skaitmenį:

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) teisingas atsakymas yra kitoks

2. 9 elektros lemputės yra išdėstytos „kvadratiniu būdu“:

☺ ☺ ☺
☺ ☺ ☺
☺ ☺ ☺

Visas aritmetizuotas mokytas Miškas žino, kad kiekviena lemputė turi dvi priešingas būsenas: būseną „į“ ir būseną „iš“. Kiškutis Mikas Paikutis ar kitas įgaliotas žvėriukas gali letena spustelėti bet kurią lemputę. Spustelėjus lemputę jos būsena „pereina į priešingą“: jeigu iki spustelėjimo lemputė buvo būsenoje „į“, tai po spustelėjimo ji bus būsenoje „iš“, ir atvirkščiai; be to, į priešingą būseną po spustelėjimo pereina visos ir tos eilutės, ir to stulpelio lemputės.

Iš pradžių visos 9 lemputės buvo būsenoje „į“.

Koks yra pats mažiausias lempučių spustelėjimų skaičius, kuriuos turi padaryti kiškutis Mikas Paikutis, kad visos lemputės atsidurtų būsenoje „iš“?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 9 (E) to padaryti neįmanoma

3. Elitinis penkių Labanoro girių vilkų komandų futbolo turnyras nutrūko dar nepasibaigęs. Tame neregėtos įtampos bei reto grožio braziliškos pakraipos turnyre, kaip tai dabar jau yra nusistovėję net kiškių futbolo varžytuvėse, už kiekvienas laimėtas rungtynes yra skiriami 3 taškai, lygiosiomis sužaistos rungtynės atneša abiems komandoms po tašką, o už pralaimėtas rungtynes komanda taškų negauna. Nors niekas taip ir nesiėmė galutinai paaiškinti, kodėl tas turnyras nutrūko, tylėjo net garsus visų to Mokslų Miško visų galų meistras Barsukas Kalbutis Tiektelieka, bet buvo gerai žinoma, kad turnyrui nutrūkstant jokios dvi komandos neturėjo po tiek pat taškų, o bent po vieną tašką jau turėjo visos komandos.

Susirinkusi eksperčių Pelėdų bei žinovų Apuokų taryba ilgai ir intensyviai svarstė, po kokio paties mažiausio sužaistų rungtynių skaičiaus galėjo būti nutrauktas toks turnyras (o visi kiti ką nors suprantantys zuikiai puikiai, kregždės ir kiti žvirbliukai, nors ir labai atidžiai klausėsi, bet vargu ar daug ką iš to, kas buvo pasakyta, suprato; na gal bent tiek, kad pasiklausę iš karto galėtų ką nors rišliai pakartoti).

Tačiau pagrindinę problemą suvokė ir galėjo pakartoti visi:

Nurodykite patį mažiausią galimą sužaistų rungtynių skaičių, po kurio galėjo nutrūkti toks turnyras, jeigu visos jame dalyvaujančios komandos jau buvo spėjusios pelnyti taškų ir visos buvo pelniusios tų taškų po skirtingą skaičių.

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) teisingas atsakymas yra kitoks

4. Žemiau esanti lentelė Meškino Sliūkino Telesforo nuomone, manymu bei įsitikinimu yra kupina mistikos. Jūs tik pažiūrėkite:

5	10	9
12	8	4
7	6	11

Yra visai aišku, kad sudėjus bet kuriuos 3 skaičius bet kurioje jos eilutėje, ar bet kuriame stulpelyje ir net abiejose įstrižainėse visada gauname vienodą sumą. Nenuostabu, kad tai verčia iš kojų visą skaičių Miško „fauną ir florą“, nes juk ir žmonės, kurių jau tikrai niekuo nebenustebinsi, tokius kvadratus pagarbiai vadina *magiškais kvadratais*.

Žemiau esantis kvadratas, kaip sakoma, taip pat yra *magiškas*, nors mums tėra parodyti vos du „konkretūs“ to *magiško kvadrato* skaičiai.

Ar žinant tik tiek, kiek čia yra pasakyta, jau galima būtų nustatyti, koks skaičius turėtų rastis šito *magiško kvadrato* klaustuku pažymėtame langelyje?

	2	
?		
		9

(A)10 (B)11 (C)5 (D)16 (E) teisingas yra kitoks atsakymas

5. Žvalus 6-ių metų berniukas Martynas Šešelgis turi didžiulę svajonę: jis tikisi vieną gražią dieną imti ir pajėgti ratuku bet kuria eile surašyti visus skaičius nuo 1 iki 8 taip, kad bet kuris skaičius dalytųsi be liekanos iš abiejų to skaičiaus kaimynų skirtumo. Nugirdusi apie tai Lapė Snapė Aristida švelniai šaipėsi, kad berniukų norai būna labai gražūs, bet ne visada suderinami su aritmetine tobulybe.

Susipainiojęs Martynas visai nebesusigaudo, kaip yra iš tikrųjų yra: įmanoma ratuku bet kuria eile surašyti visus skaičius 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ir 8 taip, kad bet kuris skaičius dalytųsi iš abiejų to skaičiaus kaimynų skirtumo, ar neįmanoma.

Padėkite Martynui suprasti, kaip čia yra iš tikrųjų yra ir, jeigu tai įmanoma, tai nurodykite tokį pavyzdį, o jeigu to padaryti negalima, tai suvokiamai ir nesudėtingai paaiškinkite mums, kodėl to padaryti negalima.

6. Imdamas 4 skaičius

1, 2, 3 ir 5

ir sudėdamas juos visais galimais būdais po du skaičius Apuokas Voldemaras Burklys gavo tokius skaičius

1 + 2, 1 + 3, 2 + 3, 1 + 5. 2 + 5 ir 3 + 5,

sudarančius rinkinį

3, 4, 5, 6, 7 ir 8.

Atsliūkinusi Lapė Snapė Aristida su vylinga paslaptinga šypsena saldžiu balseliu rypuodama painioja Apuokui Voldemarui Burkliui galvą vis sakydama, kad ji šiąnakt sapnavusi visai kitą keturių skaičių rinkinį, su kuriuo atlikus tą patį, kas buvo atlikta su rinkiniu 1, 2, 3 ir 5, vėl atsiranda toks pats visų galimų skirtingų skaičių porų sumų rinkinys

3, 4, 5, 6, 7 ir 8.

Ar tiesą sako Lapė Snapė Aristida, ar tikrai ji sapne taip tiksliai viską matė „sužiūrėjo“, jeigu tokiam skaičių dėliojimui ji, žinoma, prireikus gali imti nebūtinai tik sveikuosius (ir net nebūtinai vien tik teigiamus) skaičius?

Kartojame klausimą:

Tai galima ar ne surasti kitus keturis tokius skaičius, kuriuos dėliodami visais galimais būdais po du, vėl gautume tą patį sumų rinkinį 3, 4, 5, 6, 7 ir 8 (tą patį, kurį gavome pradžioje visais būdais po du dėliodami skaičius 1, 2, 3 ir 5)?