Donskerio-Prochorovo invariantiškumo principo apibendrinimas serijų schemos atveju

Vaidotas Zemlys

Vilniaus Universitetas

Université des Sciences et Technologies de Lille

2007 birželio 27

Sumavimo procesas vienmačiu atveju

Tegu X_j, $1 \leq j \leq n$ yra nepriklausomi vienodai pasiskirstę atsitiktiniai dydžiai

$$\xi_n(t) = S_{[nt]} + (nt - [nt])X_{[nt]+1}, \quad t \in [0,1],$$

čia

$$S_k = X_1 + X_2 + \ldots + X_k, \quad k = 1, 2, \ldots$$

Sumavimo procesas vienmačiu atveju serijų schemai

- Pažymėkime

$$S_n(k) = X_{n,1} + \ldots + X_{n,k}, \quad b_n(k) = \sigma_{n,1}^2 + \cdots + \sigma_{n,k}^2$$

-

$$\xi_n(t) = S_n(k) + \sigma_{n,k}^{-2}(t - b_n(k))X_{n,k}, \quad b_n(k-1) \leq t \leq b_n(k),$$

FCRT serijų schemai vienmačiu atveju

- Araujo, Gine (1980) $\xi_n \to W$ erdvėje $C([0,1])$, kai serijų schemai galioja CRT.
- Račkauskas, Suquet (2003) $\xi_n \to W$ erdvėje $H_\alpha^o([0,1])$, kai

$$\max_{1 \le k \le k_n} \sigma_{n,k}^2 \to 0$$

$$\sum_{k=1}^{k_n} \sigma_{n,k}^{-2q\alpha} E|X_{n,k}|^q \to 0$$

su $q > 1/(1/2 - \alpha)$.

Uždavinys

- Apibrėžti dvimačio argumento sumavimo procesą serijų schemai.
- Ištirti naujai apibrėžto proceso silpną konvergavimą Hiolderio erdvėse.

Įprastinis dvimatis sumavimo procesas

- $$\xi_n(t_1, t_2) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} |R_{n,ij}|^{-1} |R_{n,ij} \cap [0, t_1] \times [0, t_2]| X_{ij},$$

- $$R_{n,ij} := \left[\frac{i-1}{n}, \frac{i}{n}\right) \times \left[\frac{j-1}{n}, \frac{j}{n}\right)$$

Adaptyvi gardelė

- Serijų schema : $(X_{n,ij},\ 1 \le i \le I_n,\ 1 \le j \le J_n),\ n \in \mathbb{N}$, $EX^2_{n,ij} = a_{n,i} b_{n,j}$, $\sum a_{n,i} = 1 = \sum b_{n,j}$.
- $$S_n(k,l) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{l} X_{n,ij}, \quad A_{n,k} = \sum_{i=1}^{k} a_{n,i} \quad B_{n,l} = \sum_{j=1}^{l} b_{n,j}$$
- $$R_{n,ij} := \Big[A_{n,i-1},\ A_{n,i}\Big) \times \Big[B_{n,j-1},\ B_{n,j}\Big)$$

Žinomi rezultatai

- Tegu

$$\zeta_n(t_1, t_2) = \sum_{i=1}^{I_n} \sum_{j=1}^{J_n} \mathbf{1}\{(A_{n,i}, B_{n,j}) \in [0, t_1] \times [0, t_2]\} X_{n,ij}$$

$$\xi_n(t_1, t_2) = \sum_{i=1}^{I_n} \sum_{j=1}^{J_n} |R_{n,ij}|^{-1} |R_{n,ij} \cap [0, t_1] \times [0, t_2]| X_{n,ij},$$

- Bickel, Wichura (1971) $\zeta_n \to W$ erdvėje D_2.

Hiolderio erdvės

- Tegu $0 < \alpha \leq 1$, $H_\alpha^o\big([0,1]^2\big)$ yra aibė tokių realių tolydžių funkcijų $x : [0,1]^2 \to \mathbb{R}$, kurioms $\lim_{\delta \to 0} w_\alpha(x, \delta) = 0$, čia

$$w_\alpha(x,\delta) = \sup_{\boldsymbol{t},\boldsymbol{s} \in [0,1]^2, 0 < |\boldsymbol{t}-\boldsymbol{s}| < \delta} \frac{|x(\boldsymbol{t}) - x(\boldsymbol{s})|}{|\boldsymbol{t} - \boldsymbol{s}|^\alpha}.$$

- Separabili Banacho erdvė su norma

$$\|x\|_\alpha = |x(0)| + w_\alpha(x, 1).$$

Gautas rezultatas

- Tegu $0 < \alpha < 1/2$, $q > 1/(1/2 - \alpha)$. Jei

$$\max_{1 \le i \le I_n} a_{n,i} \to 0 \text{ su } \max_{1 \le j \le J_n} b_{n,j} \to 0 \qquad (1)$$

ir

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{1\le i\le I_n} \sum_{1\le j\le J_n} (a_{n,i} b_{n,j})^{-q\alpha} E|X_{n,ij}|^q = 0. \qquad (2)$$

Tada

$$\xi_n \xrightarrow[n\to\infty]{\mathrm{H}^o_\alpha([0,1]^2)} W.$$

Išvados

- Vienmačiu atveju gaunama ta pati konstrukcija.
- Tiesiogiai apibendrinamas Račkausko ir Suquet rezultatas