

# Tiesinių hierarchinių ir panelinių duomenų modelių palyginimas

Vaidotas Zemlys

Vilniaus Universitetas

2007 gegužės 29 d.

- Bendras tiesinis modelis visoms grupėms, bet išskiriami grupių ypatumai.
- Skirtinga terminologija tiems patiems modeliams.
- Nesikeičiama idėjomis.

- Stebimas dydis  $Y_{ij}$ ,  $i = 1, \dots, M$ ,  $j = 1, \dots, N_j$ .
- Pirmo lygio regresija

$$Y_{ij} = \beta_{0i} + \mathbf{X}_{ij}\beta_{1i} + \varepsilon_{ij}$$

- Antro lygio regresija

$$\beta_{0i} = \gamma_{00} + \mathbf{Z}_i\gamma_{01} + u_{0i}$$

$$\beta_{1i} = \gamma_{10} + \mathbf{W}_i\gamma_{11} + u_{1i}$$

- Prielaidos,  $\varepsilon_{ij} \sim IID(0, \sigma^2)$ ,  $(u_{0i}, u_{1i}) \sim IID(0, \mathbf{T})$ ,

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \tau_{00} & \tau_{01} \\ \tau_{01} & \tau_{11} \end{pmatrix}$$

- Viena lygtis

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + Z_i\gamma_{01} + X_{ij}\gamma_{10} + X_{ij}W_i\gamma_{11} + u_{0i} + X_{ij}u_{1i} + \varepsilon_{ij}$$

- Matricinis pavidalas

$$\mathbf{Y}_i = \mathbf{X}_i\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}_i\mathbf{u}_i + \mathbf{e}_i$$

- $\mathbf{X}_i = [\mathbf{1}, Z_i, X_{ij}, X_{ij}W_i]$ ,  $\boldsymbol{\beta}' = (\gamma_{00}, \gamma_{01}, \gamma_{10}, \gamma_{11})$  - fiksuoti efektai
- $\mathbf{Z}_i = [\mathbf{1}, X_{ij}]$ ,  $\mathbf{u}'_i = (u_{0i}, u_{1i})$  - atsitiktiniai efektai.

- Stebimas dydis  $Y_{it}$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $t = 1, \dots, T$
- Lygtis

$$Y_{it} = \alpha + X_{it}\beta + \mu_i + \varepsilon_{it}$$

- Prielaidos  $\varepsilon_{it} \sim IID(0, \sigma^2)$ .

- Tariaama, kad  $\mu_i \sim IID(0, \sigma^2)$
- Matricinė lygtis

$$\mathbf{Y}_i = \mathbf{X}_i\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}_i\mathbf{u}_i + \mathbf{e}_i$$

- $\mathbf{X}_i = [\mathbf{1}, X_{it}]$ ,  $\boldsymbol{\beta}' = (\alpha, \beta)$
- $\mathbf{Z}_i = [\mathbf{1}]$ ,  $\mathbf{u}_i' = (\mu_i)$

- Lygtis

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\beta + \mathbf{e}$$

- $E\mathbf{e} = 0$ ,  $E(\mathbf{e}\mathbf{e}') = \Omega$
- HLM

$$\mathbf{e}_{ij} = u_{0i} + X_{ij}u_{1i} + \varepsilon_{ij}$$

- Panelinių duomenų atsitiktiniai efektai

$$\mathbf{e}_{it} = \mu_i + \varepsilon_{it}$$

- GLS, Feasible GLS. Reikia  $\hat{\Omega}$
- Didžiausio tikėtimumo, darant prielaidą, kad paklaidos normalios.
- HLM atveį komplikuoja  $\mathbf{T}$ . Naudojamas IGLS
- Paneliniuose  $\Omega$  priklauso tik nuo dviejų parametrų.
- Įverčiai suderinti ir efektyvūs.
- Kovariacijų įverčius galima gauti ir nepaslinktus.



- Lygtis

$$Y_{it} = \alpha + X_{it}\beta + \mu_i + \varepsilon_{it}$$

Tariame, kad  $\mu_i$  fiksuoti ir vertiname  $\beta$ .

- Matriciniu pavidalu

$$QY = QX\beta + Qe$$

$Q$  - matrica atimanti grupių vidurkius.

- Įvertis suderintas ir nepaslinktas, bet neefektyvus, jei efektai yra atsitiktiniai.
- Neįmanoma įvertinti grupėse pastovių kintamųjų.

- Lygtis

$$Y_{it} = \alpha + X_{it}\beta + u_i + \varepsilon_{it}$$

- Koreliacija su atsitiktiniais efektais  $EX_{it}|u_i \neq 0$ .
- LSDV įvertis suderintas, GLS įvertis paslinktas.
- Jeigu  $u_i = Z_i\gamma$

- Lygtis

$$Y_{it} = X_{it}\beta + Z_i\gamma + \mu_i + \varepsilon_{it}$$

- $X = [X_1, X_2]$ ,  $Z = [Z_1, Z_2]$

- Diskusija fiksuoti, atsitiktiniai efektai
- Apsiribojama paprastesne paklaidų struktūra
- Atsižvelgiama į endogeniškumą, instrumentiniai kintamieji, GMM, simultaninės lygtys.
- Atsižvelgiama į laiko eilučių struktūrą. (Vienetinės šaknys, nestacionarumas)

- Lengva apibendrinti netiesiniams modeliams (logistinė regresija).
- Grupėse pastovūs kintamieji yra labai svarbūs
- Daugiau nei du lygiai
- Nėra „atidirbtų metodų“ endogeniškumo problemai spręsti