Ekonometrinė panelinių duomenų analizė

Vaidotas Zemlys

Matematikos ir Informatikos Fakultetas, Ekonometrinės analizės katedra
Vaidotas.Zemlys@maf.vu.lt

2005 m. balandžio 19 d.

Vienos lygties modelis

- Vienos lygties identifikuotas modelis:

$$y_1 = Z_1\delta_1 + u_1$$

  čia $Z_1 = [Y_1, X_1]$, $\delta_1' = (\gamma_1', \beta_1')$. $X = [X_1, X_2]$ – visi egzogeniniai kintamieji.

- Vienos paklaidos komponentų modelis

$$u_1 = Z_\mu \mu_1 + \nu_1,$$

  čia $\mu_1' = (\mu_{11}, \ldots, \mu_{N1})$ ir $\nu_1' = (\nu_{111}, \ldots, \nu_{NT1})$

- Kovariacijų matrica yra tokia pati kaip ir paprastu AE atveju. Jos išskaidymas priklauso nuo $\sigma_1 = T\sigma_\mu^2 + \sigma_\nu^2$ ir σ_ν.

Vienos lygties vertinimas

- Skirtumas nuo įprastinio modelio, tuo kad 2SLS reikia taikyti 3 kartus.
- Norint gauti σ_1 įvertį reikia atlikti vidinį 2SLS, t.y lygčiai

$$Qy_1 = QZ_1\delta_1 + Qu_1$$

  pritaikyti 2SLS su instrumentais $\tilde{X} = QX$
- Analogiškai σ_ν įvertį gausime atlikę tarpinį 2SLS.
- Įvertinę dispersijas δ_1 įvertis gaunamas atlikus 2SLS lygčiai transformuotai matricos $\Omega^{-1/2}$, kaip instrumentus naudojant arba $A = \Omega^{-1/2}X$ arba $A = [QX, PX]$.

Sistemos vertinimas

- Reikia papildomai įvertinti kovariacijas tarp lygčių. Jų įverčius gauname atlikę vidinį ir tarpinį 2SLS kiekvienai lygčiai. Toliau transformuojame sistemą ir atliekame jai 3SLS.
- Baltagi (1981) parodė, kad paneliniams duomenims 3SLS susiveda į 2SLS tik tada, kai skirtingos struktūrinės lygtys yra tarpusavyje nekoreliuotos. Įprastu atveju, tam užtenka, kad lygtys būtų identifikuotos.

Mundlak (1978) modelis

- Mundlak (1978) nagrinėjo individualių efektų modelį

$$\mu_i = \bar{X}_i \pi + \epsilon_i$$

  čia $\epsilon_i \sim \text{IID}(0, \sigma_\epsilon^2)$, $\bar{X}_{i.}$ – nepriklausomų kintamųjų vidurkių laike matrica.
- Šiuo atveju geriausias įvertis yra FE β_{Within}, o AE įvertis yra paslinktas.
- Šis modelis yra visiškai priešingas AE modeliui, nes tariama, kad visi nepriklausomi kintamieji yra susiję su individualiais efektais, kai AE modelyje tariama, kad jokios koreliacijos nėra

Hausman ir Taylor (1981) modelis

- Hausman ir Taylor (1981) pasiūlė modelį

$$y_{it} = X_{it}\beta + Z_i\gamma + \mu_i + \nu_{it},$$

čia Z_i kintamieji nekintantys laike.

- X ir Z yra padalinami į dvi kintamųjų aibes; $X = [X_1, X_2]$ ir $Z = [Z_1, Z_2]$. X_1 ir Z_1 yra laikomi egzogeniniais, ta prasme, kad jie nekoreliuoja su μ_i ir ν_{it}, o X_2 ir Z_2 – endogeniniais: koreliuotais su μ_i bet ne su ν_{it}.
- Koeficientų įverčiai gaunami pritaikius 2SLS transformuotai lygčiai su instrumentais $[Q, X_1, Z_1]$.
- Esant stipresnėms egzogeniškumo sąlygoms Amemiya ir MacCurdy (1986) ir Breusch, Mizon ir Shmidt (1989) pasiūlė efektyvesnių instrumentų aibes.

Dinaminiai panelinių duomenų modeliai

- Dažniausiai sutinkamas modelis

$$y_{it} = \delta y_{i,t-1} + x_{it}'\beta + u_{it}, \quad i = 1, \dots, N; \; t = 1, \dots, T$$

Tarsime, kad paklaidos turi vieną komponentą:

$$u_{it} = \mu_i + \nu_{it},$$

čia $\mu_i \sim \mathrm{IID}(0, \sigma_\mu^2)$, $\nu_{it} \sim \mathrm{IID}(0, \sigma_\nu^2)$

Vertinimo problemos

- $y_{i,t-1}$ priklauso nuo μ_i, todėl OLS įvertis bus paslinktas ir nesuderintas, net ir tuo atveju, kai ν_{it} nekoreliuoti. OLS įverčio poslinkis yra teigiamas.
- Vidinės regresijos transformacija eliminuoja individualius efektus μ_i atimant vidurkius laike. Tada transformuotas vėlintas narys bus $y_{i,t-1} - (\frac{1}{T-1}(y_{i1} + \cdots + y_{i,T-1})$, o paklaida $\nu_{it} - \frac{1}{T-1}(\nu_{i2} + \cdots + \nu_{iT})$, taigi koreliacija vis tiek išlieka. Nickel (1981) parodė, kad vidinės regresijos įverčio poslinkis bus $O(1/T)$ ir įvertis bus suderintas dideliems T. Didelėms imtims (N) šis įvertis turės neigiamą poslinkį.

Instrumentinių kintamųjų metodas

- Turime regresinį modelį

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\beta + \varepsilon$$

  ir tegu egzistuoja papildomų kintamųjų matrica $\boldsymbol{W}$ tokia, kad $E\boldsymbol{W}'\varepsilon = 0$.

- Intstrumentinių kintamųjų įvertis tada yra

$$\hat{\beta} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}(\boldsymbol{W}'\boldsymbol{W})^{-1}\boldsymbol{W}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}(\boldsymbol{W}'\boldsymbol{W})^{-1}\boldsymbol{W}'\boldsymbol{y}$$

Apibendrintas momentų metodas

- Tarkime, norime įvertinti parametrą $\boldsymbol{\theta}$ turėdami stebėjimus y_i, $\boldsymbol{x}_i$, $\boldsymbol{z}_i$ ir l momentinių sąlygų:

$$E(\boldsymbol{\eta}(y_i, \boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{z}_i, \boldsymbol{\theta})) = \boldsymbol{0}.$$

- Apibendrinto momentų metodo (GMM) įvertis gaunamas minimizuojant

$$\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\eta}(y_i, \boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{z}_i, \boldsymbol{\theta})\right)' \boldsymbol{V} \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\eta}(y_i, \boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{z}_i, \boldsymbol{\theta})\right)$$

  čia $\boldsymbol{V}$ – simetrinė $l \times l$ matrica.

- Optimalus įvertis gaunamas su $\boldsymbol{V}^{-1} = E(\boldsymbol{\eta}(y_i, \boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{z}_i, \boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\eta}'(y_i, \boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{z}_i, \boldsymbol{\theta}))$. Jis yra asimptotiškai normalus.

Modelis be regresorių

- Imkime modelio be regresorių skirtumus:

$$y_{it} - y_{i,t-1} = \delta(y_{i,t-1} - y_{i,t-2}) + (\nu_{it} - \nu_{i,t-1})$$

- Momentu $t+2$ tinkami instrumentiniai kintamieji yra $y_{i1}, \ldots, y_{it}$, nes jie nekoreliuoja su $\nu_{i,t+2} - \nu_{i,t+3}$. Taigi instrumentų matrica i-tajai lygčiai yra:

$$W_i = \begin{bmatrix} [y_{i1}] & & & 0 \\ & [y_{i1}, y_{i2}] & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & [y_{i1}, \ldots, y_{i,T-2}] \end{bmatrix}$$

- Visos sistemos instrumentų matrica yra $W = [W_1', \ldots, W_N']'$

Vertinimas

- Instrumentinių kintamųjų įvertį gausime atlikę GLS sistemai

$$W'\Delta y = W'(\Delta y_{-1})\delta + W'\Delta\nu$$

atsižvelgę į tai, kad $E(\Delta\nu\Delta\nu') = \sigma_\nu^2(I_N \otimes G)$, čia G - trijstrižaininė simetrinė matrica, kurios pagrindinėje įstrižainėje yra 2, o šalutinėje -1.

- GMM įvertį gausime pasinaudodami apribojimais $E(W_i'\Delta\nu_i) = 0$, minimizuodami

$$J_N = \left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\Delta\nu_i' W_i\right) V_N \left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} w_i'\Delta\nu_i\right)$$

čia

$$V_N^{-1} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(W_i'\widehat{\Delta\nu_i}\widehat{\Delta\nu_i}' W_i)$$

Įverčių palyginimas

- GMM įvertis yra asimptotiškai efektyvus, bet jam suskaičiuoti iš pradžių reikia gauti suderintus $\Delta\nu_i$ iverčius.
- Monte-Karlo simuliavimai parodė, kad GMM įvertis su neigiamu poslinkiu įvertina asimptotines standartines paklaidas.
- Abu įverčiai yra asimptotiškai ekvivalentūs, jei $\nu_{it} \sim \text{IID}(0, \sigma_\nu^2)$.
- Panašiai gaunami įverčiai, kai modelyje yra daugiau pavėlintų kintamųjų.

Modelis su regresoriais

- Jeigu regresoriai x_{it} yra *griežtai egzogeniški*, t.y. nekoreliuoti su ν_{it}, bet koreliuoti su μ_i, tai jie yra tinkami instrumentiniai kintamieji skirtuminėms lygtims visais laiko momentais, taigi prie kiekvieno įstrižaininio W_i elemento dar reikėtų pridėti $[x'_{i1}, x'_{i2}, \dots, x'_{iT}]$.
- Jeigu regresoriai yra numatomi (predetermined), t.y. $E(x_{it}\nu_{is}) \neq 0$, kai $s < t$ ir nulis kitais atvejais (bet koreliuoti su μ_i), tai tik $[x'_{i1}, x'_{i2}, \dots, x'_{i(s-1)}]$ yra tinkami instrumentiniai kintamieji skirtuminei lygčiai momentu s.

Modelio transformacija

- Modelį $y_{it} = x_{it}'\beta + Z_i'\gamma + u_{it}$ perrašome taip

$$y_i = W_i\eta + u_i,$$

čia $u_i = \mu_i \imath_T + \nu_i$.

- Pritaikome transformaciją H

$$u_i^+ = Hu_i = \begin{bmatrix} Cu_i \\ \bar{u}_i \end{bmatrix}$$

čia matrica C tenkina sąlygą $C\imath_T = 0$

Instrumentinių kintamųjų parinkimas

- Transformuotos u_i^+ pirmosios $T-1$ paklaidos nepriklauso nuo μ_i. Taigi instrumentiniai kintamieji yra visi egzogeniniai kintamieji, $w_i = (x_i', Z_i')'$, čia $x_i = (x_{i1}', \dots, x_{iT}')$. Paskutiniajai paklaidai instrumentiniai kintamieji parenkami taip, kad nebūtų koreliuoti su individualiais efektais.
- Taigi instrumentinių kintamųjų matrica tada yra

$$M_i = \begin{bmatrix} w_i' & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & w_i' & \\ 0 & & & m_i' \end{bmatrix}$$

o momentinės sąlygos

$$E(M_i' H u_i) = 0$$

Papildomos momentinės sąlygos

- Ahn ir Shmidt (1995) parodė, kad egzistuoja papildomos momentinės sąlygos, jei μ_i ir ν_{it} nekoreliuoti, arba esant homoskedastiškumui. Šitos sąlygos yra kvadratinės ir įverčiai gaunami iteraciniais metodais
- Blundell ir Bond (1998) parodė, kad kai $\delta \to 1$, Arrellano ir Bond (1991) įvertis yra prastas. Šią problemą galima išspręsti pritaikius stacionarumo apribojimus pradiniams stebėjimams. Tada kaip instrumentinius kintamuosius galima naudoti pavėlintus skirtumus.

Keane ir Runkle (1992) modelis

- Tegu $y = X\beta + u$ ir $E(u_{it}|X_{it}) \neq 0$.
- Tegu egzistuoja tokie instrumentai W, kad $E(u_{it}|W_{is}) = 0$, kai $s \leq t$ ir $E(u_{it}|W_{is}) \neq 0$, kai $s > t$.
- Tegu $\Omega_{TS} = E(u'u) = I_N \otimes \Sigma_{TS}$. Tada

$$\widehat{\beta}_{KR} = [X'\widehat{Q}'_{TS}P_W\widehat{Q}_{TS}X]^{-1}X'\widehat{Q}'_{TS}P_W\widehat{Q}_{TS}y,$$

  čia $P_W = W(W'W)^{-1}W'$, ir $\widehat{Q}_{TS} = (I_N \otimes \widehat{P}_{TS})$, čia $\widehat{P}_{TS}$ yra Σ_{TS}^{-1} Cholesky dekompozija.
- Taikant šitą įvertį skirtuminėms lygtims, galima testuoti hipotezes apie instrumentų W egzogeniškumą.