VILNIAUS UNIVERSITETAS

MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS
EKONOMETRINĖS ANALIZĖS KATEDRA

Archimedas PITAGORIETIS

Matematinės analizės namų darbai nr. 3

Ekonometrija, I kursas, 2 grupė

VILNIUS 2009

1 Namų darbai nr. 11

1 Uždavinys

2 Uždavinys *Tarkime, kad teigiamų realiųjų skaičių seka (r_n) konverguoja į skaičių r ir $r \neq 0$. Įrodyti, kad egzistuoja toks $N \geq m$, kad $|r_n| \geq |r|/2$ kiekvienam $n \geq N$.*

Sprendimas. Kadangi seka (r_n) konverguoja į r, tai $\forall \varepsilon > 0$, $\exists N$:

$$|r_n - r| < \varepsilon, \ \forall n \geq N$$

Tegu $\varepsilon = |r|/2$, tada egzistuoja toks N, kad

$$|r_n - r| < |r|/2, \ \forall n \geq N. \tag{1}$$

Visiems realiesiems skaičiams a, b galioja nelygybė

$$||a| - |b|| \leq |a - b|$$

Paėmę $a = r$, $b = r - r_n$, visiems $n \geq N$ (čia N iš (1)) gauname

$$\begin{aligned} |r_n| &= |r - (r - r_n)| \geq ||r| - |r - r_n|| \\ &= |r| - |r - r_n| \\ &> |r| - |r|/2 = |r|/2. \end{aligned} \tag{2}$$

Lygybė (2) išplaukia iš nelygybės (1), dėl to, kad $|r| > |r|/2 > |r - r_n|$. $\square$

3 Uždavinys *Tarkime, kad teigiamų realiųjų skaičių seka (r_n) konverguoja į teigiamą skaičių r. Įrodyti, kad seka $(\sqrt{r_n})$ konverguoja į $\sqrt{r}$.*

Sprendimas. Turime

$$|\sqrt{r_n} - \sqrt{r}| = \frac{|r_n - r|}{\sqrt{r_n} + \sqrt{r}} \leq \frac{|r_n - r|}{\sqrt{r}} \tag{3}$$

Kadangi $\lim r_n = r$, tai $\forall \varepsilon > 0$, $\exists N$:

$$|r_n - r| < \varepsilon, \ \forall n \geq N.$$

Taigi iš (3) gauname, kad

$$|\sqrt{r_n} - \sqrt{r}| < \varepsilon/\sqrt{r}, \ \forall n \geq N.$$

$\square$

4 Uždavinys

5 Uždavinys

6 Uždavinys

7 Uždavinys

8 Uždavinys

2 Namų darbai nr. 12

1 Uždavinys

2 Uždavinys