VILNIAUS UNIVERSITETAS

MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS
EKONOMETRINĖS ANALIZĖS KATEDRA

Archimedas Pitagorietis

Matematinės analizės namų darbai nr. 3

Ekonometrija, I kursas, 2 grupė

VILNIUS 2009

Namų darbai nr. 11

1. Uždavinys.

2. Uždavinys. *Tarkime, kad realiųjų skaičių seka* (r_n) *konverguoja į skaičių* r *ir* $r \neq 0$. *Įrodyti, kad egzistuoja toks* $N \geq m$*, kad* $|r_n| \geq |r|/2$ *kiekvienam* $n \geq N$.
Sprendimas. Kadangi seka (r_n) konverguoja į r, tai kiekvienam $\varepsilon > 0$, egzistuoja N:

$$|r_n - r| < \varepsilon, \forall n \geq N$$

Tegu $\varepsilon = |r|/2$. Tada egzistuoja toks N, kad

$$|r_n - r| < |r|/2, \forall n \geq N. \tag{1}$$

Visiems realiesiems skaičiams a ir b galioja nelygybė

$$||a| - |b|| \leq |a - b|$$

Paėmę $a = r$, $b = r - r_n$, visiems $n \geq N$ (čia N iš (1)) gauname

$$\begin{aligned} |r_n| &= |r - (r - r_n)| \geq ||r| - |r - r_n|| \\ &= |r| - |r - r_n| \\ &> |r| - |r|/2 = |r|/2 \end{aligned} \tag{2}$$

Lygybė (2) išplaukia iš nelygybės (1) , dėl to, kad $|r| > |r|/2 > |r - r_n|$.

3 Uždavinys. *Tarkime, kad teigiamų realiųjų skaičių seka* (r_n) *konverguoja į teigiamą skaičių* r*. Įrodyti, kad seka* $(\sqrt{r_n})$ *konverguoja į* $\sqrt{r}$*.*
Sprendimas. Turime

$$|\sqrt{r_n} - \sqrt{r}| = \frac{|r_n - r|}{\sqrt{r_n} + \sqrt{r}} \leq \frac{|r_n - r|}{\sqrt{r}} \tag{3}$$

Kadangi $\lim r_n = r$, tai $\forall \varepsilon > 0$, $\exists N$:

$$|r_n - r| < \varepsilon, \forall n \geq N.$$

Taigi iš (3) gauname, kad

$$|\sqrt{r_n} - \sqrt{r}| < \varepsilon / \sqrt{r}, \forall n \geq N.$$

4 Uždavinys
5 Uždavinys
6 Uždavinys
7 Uždavinys
8 Uždavinys

Namų darbai nr. 12

1 Uždavinys.
2 Uždavinys.