# Pratybų nr. 10 uždaviniai

Kovo 20 d. – I, II grupei.

1. Tegu $X$ - netuščia iškiloji euklidinės erdvės aibė. Įrodyti, kad funkcija $f : X \to \mathbb{R}$ yra iškila tada ir tik tada, kai aibė $K = \{(x, \alpha) \in X \times \mathbb{R} : f(x) \leq \alpha\}$ yra iškila.
2. Parodyti aibių iškilumą:
   (a) Atviras rutulys $O_r(x)$, $x \in \mathbb{R}^d$ ir $r > 0$
   (b) Aibė $x \in \mathbb{R}^2 : x_2 \geq x_1^2$.
3. Tarkime, kad $C$ yra iškiloji euklidinės erdvės aibė. Tegul $k \geq 1$, $\{x_1, \ldots, x_k\} \subset C$, o skaičiai $\lambda_j \geq 0$, $j = 1, \ldots, k$ tokie, kad $\sum_{j=1}^{k} \lambda_j = 1$. Įrodyti, kad $\sum_{j=1}^{k} \lambda_j x_j \in C$.
4. Tegul $C$ yra iškiloji euklidinės erdvės aibė. Įrodyti, kad jos uždarinys $\overline{C}$ taip pat iškiloji aibė.
5. Tarkime, kad funkcija $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ yra nemažėjanti ir iškila, o funkcija $f : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$ yra iškila. Įrodyti, kad kompozicija $g \circ f : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$ yra iškila funkcija.
6. Tegul $f : \mathbb{R}^2_{++} \to \mathbb{R}$ yra funkcija su reikšmėmis $f(x_1, x_2) = x_1 x_2$, $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2_{++}$. Įrodyti, kad $f$ yra kvazi-įgaubta.