

## Pratybų nr. 9 uždaviniai

Kovo 17 d. – II grupei, kovo 20 d. – I grupei.

1. Tegul  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  yra funkcija su reikšmėmis  $f(x) = (x_1 + x_2, x_1 - x_2)$  su visais  $x \in \mathbb{R}^2$ . Ar ši funkcija tiesinė? Jei taip, rast jos matricinę formą.
2. Tegul  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  yra funkcija su reikšmėmis  $f(x) = (x_1 + x_2, x_1 x_2)$  su visais  $x \in \mathbb{R}^2$ . Ar ši funkcija tiesinė? Jei taip, rast jos matricinę formą.
3. Tegul  $f, g \in L(\mathbb{R}^p, \mathbb{R}^q)$  ir  $\lambda \in \mathbb{R}$ . Įrodyti, kad

$$[f + g] = [f] + [g] \text{ ir } [\lambda f] = \lambda[f]$$

4. Įrodyti, kad tiesinė funkcija yra tolygiai tolydi.
5. Tegul  $f : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$  yra tapatinga funkcija, t.y. funkcija su reikšmėmis  $f(x) = x$  kiekvienam  $x \in \mathbb{R}^d$ . Rasti  $[f]$  ir  $\|f\|$ .
6. Tegul  $L(\mathbb{R}^d, \mathbb{R}^d)$  yra tiesinių funkcijų erdvė su norma  $\|f\|$ . Parodyti, kad ši norma nėra suderinta su  $\|\cdot\|_2$ , t.y.

$$\|f\| \neq \sup_{\|x\|_2=1} \|f(x)\|_2$$