

Pratybų nr. 3 uždaviniai

Vasario 20 d. I grupei, vasario 17 d. II grupei.

1. Tegul $a, b \in \mathbb{R}^d$ ir $a \leq b$. Įrodyti, kad uždarasis stačiakampis $[a, b]$ yra uždaroji aibė.
2. Tegul A yra euklidinės erdvės aibė ir tegul \mathcal{F} yra tokių šios erdvės uždaryjū aibių F rinkinys, kurioms $A \subset F$. Įrodyti, kad $\overline{A} = \cap \mathcal{F}$.
3. Įrodyti, kad aibė $A \in \mathbb{R}^d$ yra atviroji tada ir tik tada, kai su kiekvienu elementu $x \in A$ egzistuoja toks atvirasis stačiakampis $(a, b) \subset \mathbb{R}^d$, kad $x \in (a, b) \subset A$.
4. Tegul $0 \leq r < R$. Įrodyti, kad aibė $\{x \in \mathbb{R}^d : r < \|x\|_2 < R\}$, vadinama atviruoju žiedu, yra atviroji.
5. Tegul A yra euklidinės erdvės aibė ir tegul \mathcal{G} yra tokių šios erdvės atvirujū aibių G rinkinys, kurioms $G \subset A$. Įrodyti, kad $A^\circ = \cup \mathcal{G}$.
6. Tegul aibė $A = \{\|x\|_{\max} \leq 2, x \in \mathbb{R}^2\}$ ir $B = \{x^2 - y^2 > 1, (x, y) \in \mathbb{R}^2\}$. Tegul $C = A \cap B$
 - (a) Ar C yra atvira, ar uždara? Pagrįskite savo atsakymą.
 - (b) Rasti C°
 - (c) Rasti \overline{C}