

Pratybų nr. 24 uždaviniai

Gruodžio 16 d. – I grupei, gruodžio 19 d. – II grupei

1. Kuriuose taškuose diferencijuojamos funkcijos $|\sin x|$ ir $\sin|x|$?
2. Tarkime, kad tolydi funkcija $f : [a, b]$ yra diferencijuojama atvirame intervale (a, b) ir $f'(x) = 0$, kiekvienam $x \in (a, b)$. Įrodyti, kad f yra pastovioji funkcija su vienintele reikšme $r \in \mathbb{R}$, t.y. $f(x) = r$, kiekvienam $x \in [a, b]$.
3. Tarkime, kad funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ yra tolydi, o funkcija $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ yra diferencijuojama. Įrodyti, kad funkcija

$$x \rightarrow \int_0^{g(x)} f, \quad x \in \mathbb{R}$$

yra diferencijuojama ir rasti jos išvestinę.

4. Kiekvienam $n \in \mathbb{N}$, tegul $f_n(x) := x^n$, kai $x \in [0, 1]$ ir tegul $\alpha \in (0, 1]$. Ar funkcijų seka f_n intervale $[0, \alpha]$ konverguoja tolygiai? Atsakymą pagrįsti.