

Pratybų nr. 14-15 uždaviniai

Spalio 31 d., lapkričio 4 d. - I grupei, lapkričio 4-7 d., II grupei.

1. Tegul a ir b yra tokie tiesės taškai, kad $a < b$ ir tegul $x \in (a, b)$. Įrodyti, kad egzistuoja tokia x aplinka $O_\varepsilon(x)$, kuri yra (a, b) poaibis.
2. Tegul a ir b yra tokie tiesės taškai, kad $a < b$. Įrodyti, kad $\overline{(a, b)} = [a, b]$, $\overline{(-\infty, b)} = (-\infty, b]$, $\overline{(a, \infty)} = [a, \infty)$
3. Įrodyti, kad $\bar{\mathbb{N}} = \mathbb{N}$, $\bar{\mathbb{Q}} = \mathbb{R}$, $\bar{\mathbb{R}} = \mathbb{R}$ ir $\bar{\emptyset} = \emptyset$.
4. Tarkime, kad X ir Y yra tokios tiesės taškų aibės, kad $X \subset Y \subset \bar{X}$. Įrodyti, kad $\bar{Y} = \bar{X}$.
5. Tegul $a, b \in \mathbb{R}$. Įrodyti, kad uždaras intervalas $[a, b]$ yra uždara aibė.
6. Tegul $n \in \mathbb{N}_+$ ir tegul X_1, \dots, X_n yra uždaros tiesės taškų aibės. Įrodyti, kad $\cup_{i=1}^n X_i$ yra uždara aibė.
7. Tegul I yra bet kokia aibė (baigtinė ar begalinė). Tarkime, kad su kiekvienu $i \in I$, X_i yra uždara tiesės taškų aibė. Įrodyti, kad sankirta $\cap_{i \in I} X_i$ yra uždara aibė.
8. Įrodyti, kad aprėžtos aibės uždarinys yra aprėžta aibė.
9. Įrodyti, kad kiekviena baigtinė tiesės taškų aibė yra uždara ir aprėžta.
10. Tarkime, kad X yra netuščia ir aprėžta iš viršaus tiesės taškų aibė ir tegul $M := \sup X$. Įrodyti, kad M yra X aibės sąlyčio taškas.