

## Pratybų nr. 10 uždaviniai

Spalio 14 d. I-II grupei.

1. Įrodyti, kad  $\binom{n}{j} \leq 2(n/2)^j$ , bet kuriems  $1 \leq j \leq n$ .
2. Tegul realusis skaičius  $x \geq -1$  ir  $n$  yra teigiamas natūralusis skaičius. Įrodyti, kad  $(1+x)^n \geq 1+nx$ .
3. Tegul  $x, y \in \mathbb{R}$  ir  $n \in \mathbb{N}_+$ . Įrodyti, kad

$$x^n - y^n = (x - y) \sum_{j=0}^{n-1} x^j y^{n-1-j}$$

4. Tegul realusis skaičius  $r > 0$  ir  $n$  yra teigiamas natūralusis skaičius. Įrodyti, kad lygtis  $x^n = r$  atžvilgiu  $x$  turi vienintelį sprendinį tarp visų teigiamų realiųjų skaičių.
5. Tegul  $x, y$  yra realieji skaičiai, o realusis skaičius  $\varepsilon > 0$ , Įrodyti, kad  $\rho(x, y) < \varepsilon$  tada ir tik tada, kai  $y - \varepsilon < x < y + \varepsilon$ . Taip pat įrodyti, kad  $\rho(x, y) \leq \varepsilon$  tada ir tik tada, kai  $y - \varepsilon \leq x \leq y + \varepsilon$ .
6. Įrodyti, kad kiekviena realiųjų skaičių *Cauchy seka* yra aprėžta.