

Pratybų nr. 8 uždaviniai

Spalio 3 d. I, spalio 7 - II grupei.

1. Tegu q racionalusis skaičius. Egzistuoja vienintelis sveikasis skaičius n , kad $n \leq q < n + 1$.
2. Tegu $q, r \in \mathbb{Q}$ ir $q < r$. Tada egzistuoja toks $p \in \mathbb{Q}$, kad $q < p < r$.
3. Suformuluoti ką reiškia, kad racionaliųjų skaičių seka (q_n) nėra *Cauchy* seka. , t. y. loginiais kvantoriais išreikšti teiginį „ (q_n) nėra *Cauchy* seka“.
4. Parodyti, kad seka (q^n) yra *Cauchy* seka, kai $|q| < 1$ ir kad nėra *Cauchy* seka, kai $|q| > 1$.
5. Tegu (q_n) ir (p_n) yra *Cauchy* sekos. Parodyti, kad $(q_n + p_n)$ yra *Cauchy* seka.
6. Įrodyti: jei *Cauchy* sekos (r_n) ir (s_n) yra atskirtos nuo nulio ir $(r_n) \simeq_R (s_n)$, tai $(r_n^{-1}) \simeq_R (s_n^{-1})$.