Pratybų nr. 7 uždaviniai

Rugsėjo 30 d. I - II grupei.

1. Įrodyti, kad funkcija $I_N : \mathbb{N} \to \mathbb{Z}$ su reikšmėmis $I_N(m) = [(m, 0)]_Z$, $m \in \mathbb{N}$ yra injekcija.
2. Įrodyti sveikiesiems skaičiams n ir m, kad griežta nelygybė $n > m$ galioja tada ir tik tada, kai $n \geq m + 1$.
3. Įrodyti, kad $(-1) \cdot (-1) = 1$.
4. Tegul a ir b yra tokie sveikieji skaičiai, kad $ab = 0$. Tada arba $a = 0$ arba $b = 0$ (arba abu kartu).
5. Tegul q ir r yra racionalūs skaičiai. Įrodyti,
   (a) $|q| \geq 0$;
   (b) $|q| = 0$ tada ir tik tada, kai $q = 0$;
   (c) $|q \cdot r| = |q| \cdot |r|$;
   (d) $|q + r| \leq |q| + |r|$.
6. Tegul $q, r \in \mathbb{Q}$ ir $n, m \in \mathbb{N}$. Įrodyti (naudojant indukciją)
   (a) $q^n \cdot q^m = q^{n+m}$, $(q^n)^m = q^{nm}$ ir $(qr)^n = q^n \cdot r^n$;
   (b) $q^n = 0$ tada ir tik tada, kai $q = 0$;
   (c) jei $q \geq r \geq 0$, tai $q^n \geq r^n \geq 0$;
   (d) jei $q > r \geq 0$ ir $n > 0$, tai $q^n > r^n \geq 0$;
   (e) $|q^n| = |q|^n$.