

## Pratybų nr. 5-6 uždaviniai

Rugsėjo 19-23 d. I grupei, rugsėjo 23-26 II grupei.

1. Nustatykite kurias Peano aksiomas šios aibės tenkina, o kurių ne.

- (a)  $\emptyset$
- (b)  $\{1\}$
- (c)  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
- (d)  $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$
- (e)  $\{1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, 4, \frac{9}{2}, \dots\}$
- (f)  $\{x \in \mathbb{Q} : x \geq 1\}$
- (g)  $[1, \infty)$

2. Tegų,  $n$  ir  $m$  natūralieji skaičiai. Įrodyti, kad

$$n \cdot m = m \cdot n$$

Pagalbiniai faktai:

- (a) Įrodyti, kad  $0 \cdot m = 0$ .
  - (b) Įrodyti, kad  $(m + +) \cdot n = m \cdot n + n$
3. Jei  $n$  yra teigiamas natūralusis skaičius, tai egzistuoja toks vienintelis natūralusis skaičius  $m$ , kad  $m + + = n$ .
4. Natūraliesiems skaičiams  $n$ ,  $m$ , ir  $k$  galioja savybės:
- (a)  $n \geq n$
  - (b) jei  $n \geq m$  ir  $m \geq k$ , tai  $n \geq k$
  - (c) jei  $n \geq m$  ir  $m \geq n$ , tai  $n = m$
  - (d) jei  $n \geq m$ , tai  $n + k \geq m + k$
  - (e) jei  $n < m$  ir  $l \in \mathbb{N}$  yra teigiamas, tai  $n \cdot l < m \cdot l$
  - (f)  $n < m$  tada ir tik tada, kai  $m = n + l$  su kuriuo nors teigiamu natūraliuoju skaičiumi  $l$
  - (g)  $n < m$  tada ir tik tada, kai  $n + + \leq m$
5. Įrodyti tapatybę  $(m + n)^2 = m^2 + 2m \cdot n + n^2$ , bet kuriems  $n, m \in \mathbb{N}$ .