Pratybų nr. 2 uždaviniai

Rugsėjo 5 d. I grupei, rugsėjo 9 d., II grupei.

1. Pasinaudodami savo žiniomis apie realius skaičius nustatykite kurie iš šių teiginių yra teisingi, o kurie klaidingi.
   (a) $\forall x,\ \exists y \ni x + y = 0$
   (b) $\forall x,\ \forall y, x + y = 0$
   (c) $\exists x \ni \forall y, x + y = 0$
   (d) $\exists x, \exists y \ni x + y = 0$
2. Perrašykite teiginius naudodami simbolius $\forall$, $\exists$, $\ni$, bei kur reikia ir kitus simbolius.
   (a) Kiekvienas realus skaičius x tenkina $f(x) \geq f(0)$
   (b) $sint = cost$, kokiam nors kampui t.
   (c) Kiekvienas elementas iš S taip pat yra ir T
   (d) Kiekvienam teigiamam x galima rasti tokį teigiamą y, kad $xy < 0.001$
   (e) Kiekvienam $\epsilon > 0$ galima rasti tokį $\delta > 0$, kad jei $|x - y| < \delta$, tai $|f(x) - f(y)| < \epsilon$.
   (f) Tam tikrai funkcijai f, $f(x)$ neviršija 1 visiems x.
3. Paneikite kiekvieną teiginį prieš tai buvusioje užduotyje. Parašykite tiek simboliais, tiek aiškia lietuvių kalba.
4. Aprašykite aibes išvardindami jų elementus
   (a) Realieji skaičiai tenkinantys lygtį $x^2 - 1 = 0$
   (b) Realieji skaičiai tenkinantys lygtp $x^2 + 1 = 0$
   (c) Sveikieji skaičiai tarp -3 ir 4 imtinai.
   (d) Natūralieji skaičiai
   (e) Lyginiai skaičiai.
   (f) Lygčių sistemos sprendiniai

$$\begin{cases} x + 2y = 5, \\ 4x - 2y = 0. \end{cases}$$

5. Kurios aibės praeitoje užduotyje yra kitų aibių poaibiai?
6. Įrodyti
   (a) $X = (X \backslash Y) \cup (X \cap Y)$
   (b) $X \backslash (X \backslash Y) = X \cap Y$
   (c) $(X \backslash Y) \cup (Y \backslash X) = (X \cup Y) \backslash (X \cap Y)$
7. Tegu $\mathbb{N}$ yra natūraliųjų skaičių aibė. Kiekvienam $n \in \mathbb{N}$ apibrėžkime

$$A_n = \left[\frac{1}{n}, 1\right] = \left\{x \in \mathbb{R} | \frac{1}{n} \leq x \leq 1\right\}.$$

   Aprašykite aibes:

(a) A_3

(b) $\{A_n | n \in \mathbb{N}\}$

(c) $\cup\{A_n | n \in \mathbb{N}\}$ arba $\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n$

(d) $\cap\{A_n | n \in \mathbb{N}\}$ arba ______

8. Tegu $\mathbb{R}^+$ yra teigiamų realiųjų skaičių aibė. Kiekvienam $r \in \mathbb{R}^+$ apibrėžkime $X_r = (-r, r) = \{x \in R | -r < x < r\}$. Aprašykite aibes

   (a) X_π

   (b) $\{X_r | r \in \mathbb{R}^+\}$

   (c) $\cup\{X_r | r \in \mathbb{R}^+\}$

   (d) $\bigcap_{r\in R^+} X_r$