

## Uždaviniai Ekonometrijos II pratyboms lapkričio 29 dienai

1. Tegu  $X$  ir  $Y$  yra atsitiktiniai dydžiai su bendru tankiu  $f(x, y)$ . Parodyti, kad išraišką  $E(Y - g(X))^2$  minimizuoja dydis  $g(X) = E(Y|X)$ .

2. Tegu  $X_t$  yra  $MA(1)$  modelis

$$X_t = Z_t + \theta Z_{t-1}, \sigma = 0,025$$

Tegu  $Z_{100} = 0.01$ . Suskaičiuokite vieno ir dviejų žingsnių prognozes, kai  $t = 100$ . Kokios bus prognozių standartinės paklaidos?

3. Tegu  $X_t$  yra  $ARMA(1, 1)$  modelis

$$(1 - \phi B)(X_t - \mu) = Z_t + \theta Z_{t-1}$$

(a) Išveskite formulę  $h$ -tajai prognozei ( $EX_{t+h}|X_t$ ). Kokia bus šios prognozės riba, kai  $h \rightarrow \infty$ ?

(b) Raskite prognozės paklaidos dispersiją. Kokia jos bus riba, kai  $h \rightarrow \infty$ ?

4. Tegu turime regresiją

$$y_t = \mathbf{x}'_t \boldsymbol{\beta} + \varepsilon_t = \alpha + \delta t + \varepsilon_t, t = 1, \dots, T$$

(a) Parodyti, kad

$$\begin{bmatrix} \hat{\alpha} - \alpha \\ \hat{\delta} - \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T & \sum t \\ \sum t & \sum t^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum \varepsilon_t \\ \sum t \varepsilon_t \end{bmatrix}$$

čia sumos yra nuo 1 iki  $T$ , ir  $\hat{\alpha}, \hat{\delta}$  yra mažiausių kvadratų įverčiai.

(b) Parodyti, kad

$$\begin{bmatrix} T^{-1/2} & 0 \\ 0 & T^{-3/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T & \sum t \\ \sum t & \sum t^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T^{-1/2} & 0 \\ 0 & T^{-3/2} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}, \text{ kai } T \rightarrow \infty$$