

## Uždaviniai Ekonometrijos II pratyboms lapkričio 22 dienai

1. Tegu grąžų procesas aprašomas taip:

$$\begin{aligned}X_t &= \mu_t + \sigma_t \varepsilon_t \\ \mu_t &= g(\boldsymbol{\alpha}, \sigma_{t-1}, \sigma_{t-2}, \dots, X_{t-1}, X_{t-2}, \dots) \\ \sigma_t^2 &= h(\boldsymbol{\beta}, \sigma_{t-1}, \sigma_{t-2}, \dots, X_{t-1}, X_{t-2}, \dots)\end{aligned}$$

čia  $\varepsilon_t \sim N(0, 1)$ , nepriklausomi,  $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_p)$ ,  $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_q)$  – parametrų vektoriai. Tarkime turime  $X_t$  imtį iš  $N$  stebėjimų. Parašyti didžiausio tikėtimumo funkciją parametrams  $\boldsymbol{\alpha}$  ir  $\boldsymbol{\beta}$ .

2. Tegu  $r_t = \sigma_t \varepsilon_t$  ir

$$\log \sigma_t^2 = \mu + \alpha \log \sigma_{t-1}^2 + \eta_t$$

čia,  $\varepsilon_t \sim N(0, 1)$ ,  $\eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2)$ . Dydžiai  $\varepsilon_t$  ir  $\eta_t$  yra nepriklausomi tiek tarpusavyje, tiek skirtingiems  $t$ . Suskaičiuoti  $Er_t^2$ .

3. Tegu

$$X_t = bX_{t-1} + \varepsilon_t + cX_{t-1}\varepsilon_{t-1}$$

čia  $\varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$ . Parodyti, kad  $EX_t = \frac{\sigma^2 c}{1-b}$ .