

Uždaviniai Ekonometrijos II pratyboms lapkričio 8 dienai

1. Tegu X ir Y yra diskretūs atsitiktiniai dydžiai iš tos pačios tikimybinės erdvės įgyjantys atitinkamas reikšmes x_1, \dots, x_n ir y_1, \dots, y_m . Naudojant sąryšius:

$$\mathbf{E}(X|Y = y_j) = \frac{1}{\mathbf{P}(Y = y_j)} \mathbf{E}X 1_{\{Y=y_j\}} = \sum_{i=1}^n x_i \mathbf{P}(X = x_i|Y = Y_j)$$

$$\mathbf{E}(X|Y) = \sum_{j=1}^m \mathbf{E}(X|Y = y_j) 1_{\{Y=y_j\}}$$

parodyti

- $\mathbf{E}X|Y = \mathbf{E}X$, jei X ir Y nepriklausomi
 - $\mathbf{E}\mathbf{E}X|Y = \mathbf{E}X$
 - $\mathbf{E}X|Y = X$, jei $X \sim \sigma(Y)$.
2. Turime elementariųjų įvykių aibę. $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$. Duotoje lentelėje apibrėžti atsitiktiniai dydžiai S_0, S_1, S_2 . Tegu $\mathcal{F}_i = \sigma(S_0, \dots, S_i)$.

i	$S_i(\omega_1)$	$S_i(\omega_2)$	$S_i(\omega_3)$	$S_i(\omega_4)$
0	1	1	1	1
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$
2	$\frac{1}{4}$	1	1	2

- Rasti sigma algebras \mathcal{F}_i
 - Suskaičiuoti tikimybę $P()$
 - Apskaičiuoti $E(S_2|\mathcal{F}_1)$, kai $P(\omega_1) = \frac{1}{6}$, $P(\omega_2) = \frac{1}{3}$, $P(\omega_3) = \frac{3}{8}$, $P(\omega_4) = \frac{1}{8}$.
3. Tegu X_t - $ARCH(1)$ procesas.
- Parodyti, $\mathbf{E}X_t X_{t+h} = 0$, $t \in \mathbb{Z}$, $h \in \mathbb{N}$.
 - Parodyti X_t^2 turi $AR(1)$ reprezentaciją.
 - Rasti $\mathbf{E}\sigma_t^4$.