

Uždaviniai Ekonometrijos II pratyboms rugsėjo 20 dienai

1. Tarkime $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ yra Gauso seka, t.y., bet kuriems $t_1, \dots, t_d \in \mathbb{Z}$, vektorius $(X_{t_1}, \dots, X_{t_d})$ turi normalųjį pasiskirstymą. Parodyti, kad tokiai sekai stacionarumo plačiaja ir siaurąja prasme sąvokos sutampa.
2. Tegu $\{Z_t, t \in \mathbb{Z}\}$ yra tarpusavyje nepriklausomi vienodai pasiskirstę atsitiktiniai dydžiai su nuliniu vidurkiu ir baigtine dispersija. Parodyti, kad procesas $X_t = Z_t + \theta Z_{t-1}$ yra stacionarus siaurąja prasme.
3. Sugalvoti pavyzdį sekos, kuri būtų stacionari plačiaja prasme, bet nestacionari siaurąja.
4. Tegu $\{Z_t, t \in \mathbb{Z}\}$ yra stacionarus plačiaja prasme procesas su autokovariacine funkcija γ_k .
 - Parodykite, kad $W_t = \nabla Z_t$ yra stacionarus plačiaja prasme, suskaičiuodami proceso vidurkį ir kovariacinę funkciją.
 - Parodykite, kad $W_t = \nabla^2 Z_t$ yra stacionarus plačiaja prasme.
 - Parodykite, kad apskritai

$$W_t = \sum_{j=0}^n c_j Z_{t-j}$$

yra stacionarus plačiaja prasme bet kokiems „svoriams“ c_j .

5. Tegu $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ yra stacionarus procesas su nuliniu vidurkiu ir vienetine dispersija bei autokoreliacine funkcija ρ_k . Tarkime, kad μ_t yra kintanti funkcija ($\mu_t \neq C, \forall t$) ir kad σ_t yra kintanti funkcija įgyjanti tik teigiamas reikšmes. Tegu

$$Z_t = \mu_t + \sigma_t X_t$$

- Raskite proceso Z vidurkio dispersijos ir kovariacijos funkcijas.
- Parodykite, kad proceso Z autokoreliacinė funkcija priklauso nuo argumentų skirtumo. Ar procesas Z yra stacionarus?
- Ar egzistuoja procesas su pastoviu vidurkiu ir $\text{Corr}(Z_t, Z_{t-k})$ nepriklausančia nuo t , kuris yra nestacionarus?