



DALYKO (MODULIO) APRAŠAS

Dalyko (modulio) pavadinimas	Kodas
Matematinė analizė IV	MTAN2414

Dėstytojas (-ai)	Padalinys (-iai)
Koordinuojantis: prof. Vytautas Kazakevičius Kitas (-i): doc. Edmundas Mazėtis	Matematikos ir informatikos fakultetas Matematinės statistikos katedra Naugarduko g. 24, LT-03225 Vilnius

Studijų pakopa	Dalyko (modulio) lygmuo	Dalyko (modulio) tipas
pirmoji	1	Privalomasis

Įgyvendinimo forma	Vykdyto laikotarpis	Vykdyto kalba (-os)
Auditorinė	IV semestras	lietuvių

Reikalavimai studijuojančiajam	
Išankstiniai reikalavimai: Matematinė analizė (MTAN2114, MTAN2214, MTAN2314)	Gretutiniai reikalavimai (jei yra): -

Dalyko (modulio) apimtis kreditais	Visas studento darbo krūvis	Kontaktinio darbo valandos	Savarankiško darbo valandos
5	130	84	46

Dalyko (modulio) tikslas: studijų programos ugdomos kompetencijos		
Šiuo dalyku siekiama ugdyti komunikacinę, veiklos tobulinimo bei matematikos ir matematikos mokymo (matematinės analizės ir jos mokymo) kompetencijas		
Dalyko (modulio) studijų siekiniai	Studijų metodai	Vertinimo metodai
Įgyti galias matematinės analizės žinias ir jas taikyti praktinėje veikloje.	Paskaita Praktiniai užsiėmimai Dalykinės literatūros studijavimas	Du kontroliniai darbai raštu, Egzaminas raštu

Temos	Kontaktinio darbo valandos						Savarankiško studijų laikas ir užduotys	
	Paskaitos	Konsultacijos	Seminarai	Pratybos	Laboratoriniai darbai	Visas kontaktinis darbas	Savarankiškas darbas	Užduotys
1. Mačios erdvės. Aibių sistemos, operacijos su aibėmis: papildinys, junginys, sankirta, skirtumas, begaliniai junginiai ir sankirtos. Dalinės operacijos: tiesioginis skirtumas, monotoniškos ribos. π -sistemos, algebros, σ -algebros, λ -sistemos, jų savybės ir tarpusavio ryšiai. Mažiausios sistemos, aprėpiančios duotąją aibių aibę, egzistavimas. π - λ teorema. Mačios erdvės ir aibės. Borelio aibės. Borelio aibės separabiliuose erdvėse. Borelio aibės išplėstinėje realiųjų skaičių tiesėje.	6					6	2	

<p>2. Matai. Adityvumas, monotoniškumas, tolydumas, subadityvumas ir σ-subadityvumas. Nulinio mato aibės ir jų savybės. Matų apibrėžiančios poaibių sistemos. Matų pavyzdžiai: skaičiuojantysis matas, Lebego matas, Lebego-Styltjeso matas. Terminologija: baigtiniai, σ-baigtiniai, tikimybiniai matai, Borelio matai, erdvė su matu.</p>	3					3	1	[1], 15.3 skyrelis
<p>3. Mačios funkcijos. Mačios funkcijos, Borelio funkcijos, matumo kriterijus. Mačių funkcijų kompozicija, vektorinių funkcijų matumas, sudurtinių funkcijų matumas. Veiksmai su mačiomis realiosiomis funkcijomis. Indikatoriai ir jų savybės. Mačių funkcijų struktūra.</p>	5					5	3	[1], 15.4 skyrelis
<p>4. Integralas. Paprastųjų funkcijų integralas: apibrėžimo korektiškumas, savybės. Neneigiamų funkcijų integralas: apibrėžimo korektiškumas ir savybės. Neneigiamos funkcijos integralas aibėje. Integralo apibrėžimas bendruoju atveju, integruojamumo kriterijus, modulio įkėlimas į integralą, monotoniškumas ir tiesiškumas. Čebyševio nelygė ir išvados iš jos. Lebego teorema apie monotonišką konvergavimą, Fatu lema, Lebego teorema apie aprėžtą konvergavimą. Integravimas skaičiuojančiojo ir Lebego-Styltjeso mato atžvilgiu. Integralai, priklausantys nuo parametro: tolydumas, diferencijavimas.</p>	10					10	4	[1], 15.5 ir 15.6 skyreliai
<p>5. Vektorinių ir vektorinio argumento funkcijų integravimas. Vektorinių funkcijų integralas ir jo savybės. Erdvių su matu sandaugos. Fubini teorema.</p>	4					4	2	[1], 15.7 ir 15.8 skyreliai
<p>6. Paviršiai. Parametrizacijos, elementarieji paviršiai, paviršiai, lokalsios parametrizacijos, koordinatės. 0-mačiai ir m-mačiai paviršiai m-matėje erdvėje. Paviršiaus užrašymas lygtimis. Paviršių pavyzdžiai: tiesės, plokštumos, vieno ir dviejų kintamųjų funkcijos grafikas, apskritimas ir sfera, kūgiai, sukimosi paviršiai, polinės koordinatės plokštumoje ir sferinės koordinatės erdvėje.</p>	6					6	4	[1], 16.1 ir 16.2 skyreliai
<p>7. Liestinės ir normalės. Liestinis poerdvis. Normalės ir jų ieškojimas, kai duotos paviršiaus lygtys. Sąlyginiai funkcijos ekstremumai. Lagranžo daugiklių metodas.</p> <p><i>Per pratybas papildomai:</i> Neišreikštinių funkcijų diferencijavimas, polivektoriai, paviršių orientacijos.</p>	6			16		22	15	[1], 16.3 skyrelis [2], 10 skyrius
<p>8. Integravimas paviršiuose. Hausdorfo matai, ryšys tarp k-mačio ir l-mačio mato, integravimas Hausdorfo matų atžvilgiu, jakobianai. Ryšys tarp m-mačio Hausdorfo mato ir Lebego mato \mathbb{R}^m erdvėje, kintamojo keitimo formulė. Mokyklinių formulių ilgiam, plotams ir tūriams skaičiuoti išvedimas: apskritimo ilgio, skritulio ploto, sferos ploto, rutulio tūrio, kūgio šoninio paviršiaus ploto, kūgio tūrio. Oilerio gama funkcija ir jos savybės, Oilerio beta funkcija ir jos ryšys su gama funkcija. $(m-1)$-matės sferos plotas ir m-mačio rutulio tūris.</p> <p><i>Per pratybas papildomai:</i> formų integravimas, Gryno formulė.</p>	8			16		24	15	[1], 17 skyrius [2], 11 skyrius

Egzaminas						4		
	Iš viso	48			32		84	46

Pastaba. Savarankiško darbo laikas taip pat apima pasirengimą koliokviumui ir egzaminui.

Vertinimo forma	Svoris proc.	Atsiskaitymo laikas	Vertinimo kriterijai
1 kontrolinis darbas (raštu)	20	Maždaug 8 savaitę.	Duodami 5 uždaviniai (1 apie neišreikštinės funkcijos diferencijavimą, 1 sąlyginių ekstremumų ieškojimo, 1 paviršiaus liestinių ir normalių ieškojimo, 1 apie veiksmus su polivektoriais, 1 paviršiaus orientacijų ieškojimo), kiekvienas vertinamas 8 taškais. Taškų suma dalinama iš 20 ir suapvalinama iki dešimtųjų.
2 kontrolinis darbas (raštu)	20	16 savaitę	Duodami 5 uždaviniai (1 kreivinis integralas arba kreivės ilgis, 1 paviršinis integralas arba paviršiaus plotas, 1 antros rūšies kreivinis integralas, 1 antros rūšies paviršinis integralas, 1 Gryo formulės pritaikymas), kiekvienas vertinamas 8 taškais. Taškų suma dalinama iš 20 ir suapvalinama iki dešimtųjų.
Egzaminas (raštu)	60	Sausio mėn.	Pirmoje dalyje (trunkančioje 90 min.) duodami 4 pratimai (iš išvardintų ankstesnės lentelės stulpelyje <i>Savarankiško darbo užduotys</i>) ir 4 teoriniai klausimai (iš semestro pabaigoje paskelbto klausimų sąrašo). Kiekvienas pratimas ir kiekvienas teorinis klausimas vertinamas 5 taškais. Visi taškai sudedami ir padalinami iš 10. Taigi maksimalus pirmos dalies įvertinimas yra 4 taškai. Antroje dalyje (trunkančioje 45 min.) duodamas atspausdintas teoremos įrodymas (teoremų sąrašas paskelbiamas semestro pabaigoje) ir reikia raštu atsakyti į tam tikrą skaičių kontrolinių klausimų apie tą įrodymą. Kontrolinis klausimas gali susidėti iš kelių dalių. Kiekviena dalis vertinama arba 0 (neatsakyta arba atsakyta klaidingai), arba 1 (atsakyta iš esmės teisingai, bet nepilnai), arba 2 (atsakyta pilnai). Taškų skaičius sudedamas, padalinamas iš klausimų dalių skaičiaus ir suapvalinamas iki dešimtųjų. Maksimalus antros dalies įvertinimas yra 2 taškai. Sudėjus abiejų egzamino dalių įvertinimus, gaunamas bendras egzamino įvertinimas. Prie jo pridedami taškai, gauti už kontrolinius darbus, 0,5 taško premija (kompensuojanti galimą vertinimo subjektyvumą) ir gauta suma suapvalinama iki sveikųjų.

Autorius	Leidimo metai	Pavadinimas	Periodinio leidinio Nr. ar leidinio tomas	Leidimo vieta ir leidykla ar internetinė nuoroda
Privalomoji literatūra				
1. Vytautas Kazakevičius	2011	Analizė žaliems		http://ututi.com/subject/vu/mif/matematine_analize-56134/files (analize.pdf)
2. Vytautas Kazakevičius	2012	Analizės uždavinynas		http://ututi.com/subject/vu/mif/matematine_analize-56134/files (uzdaviniai.pdf)
Papildoma literatūra				