VILNIAUS UNIVERSITETAS

VI TARPTAUTINĖ KONFERENCIJA
2005 m. gegužės 13–14 d.

MATEMATIKOS DĖSTYMAS: RETROSPEKTYVA IR PERSPEKTYVOS

Darbai

VI INTERNATIONAL CONFERENCE
13–14 May 2005

TEACHING MATHEMATICS: RETROSPECTIVE AND PERSPECTIVES

Proceedings

VILNIUS
2005

UDK 372.851
Ma615

Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives, Proceedings of the 6th International Conference, Vilnius, Vilnius University, 13–14 May 2005

ISBN 9986-19-821-6

PROGRAMME COMMITTEE

Prof. Agnis Andžāns, University of Latvia, Latvia
Doc. Ričardas Kudžma, Vilnius University, Lithuania
Doc. Aleksander Monakov, Tallinn University, Estonia
Doc. Eugenijus Stankus, Vilnius University, Lithuania

ORGANIZING COMMITTEE

Prof. Feliksas Ivanauskas (chairman)**,** Vilnius University
Doc. Eugenijus Stankus (vice-chairman), Vilnius University
Doc. Antanas Apynis, Vilnius University
Doc. Vytautas Bernotas, Vilnius Pedagogical University
Doc. Edmundas Gaigalas, Vilnius University
Doc. Ričardas Kudžma, Vilnius University

Conference organized by
Faculty of Mathematics and Informatics of Vilnius University

Conference supported by
Lithuanian State Science and Studies Foundation

CONTENTS

INCLUSIVE COMPETITIONS IN MATHEMATICS

Elts Abel
University of Tartu, Estonia

Abstract. *The present paper describes one inclusive team competition, developed by the author, and presents examples of how this competition provides opportunities for the creative work of students, teachers and mathematicians.*

Keywords: *competition problems,* *inclusive competition, related activities, team competition.*

Introduction

During the last thirty years the number of various mathematics competitions has grown greatly. The meaning of the word "competition" has become much more general than the traditional meaning of a National Olympiad. Inclusive competitions, designed for students of all standards, gave them an opportunity to experience some mathematics beyond their normal classroom activities, especially to the pupils of average mathematical ability (see [4]). To this category of competitions belong such well-known and respected competitions as Kangaroo, UK Challenges and ASHME.

The following aspects characterise these competitions:

* they are individual contests
* they are open to all pupils
* papers consist of 25 – 30 multiple-choice questions
* answers are easily encoded for machine scoring
* written solutions or proofs are not required.

The team competition "Virumaa"

The annual mathematical team competition "Virumaa" (TCV) started in 1995 as a one-day event for the pupils of average mathematical ability from schools of Eastern and Western Virumaa counties of Estonia (see [1–2]). The fundamental goal of the teachers of mathematics and educators in organising the TCV is to develop interest in the subject and find talented students. The TCV is held in March and organised on a rotation basis by one of the schools of the competing counties.

Every school from these two counties may enter one four-member team of juniors (grades 8. – 9., at least two members from grade 8) and one four-member team of seniors (grades 10. – 12., at least one member from each grade). The total number of teams reaches to 60.

The papers for two age groups are different. Considering the ethnic composition of the population in these regions, the collections of problems have been submitted in two languages: in Estonian and Russian.

The TCV has two consecutive rounds in one day.

* First round is an individual work (multiple-choice paper, 16 questions, 30 minutes). Pupils enter their personal details, the name of the team and answers in a special table. The answers are marked by the teachers of mathematics. Two points are awarded for each correct answer, each incorrect answer loses 1 point. Every team gets the number of points, which is equal to the arithmetic mean of the results of four team members.

* The second round is a group work (one-hour paper, 20 short-answer questions). Each team writes its short answers in one special table. The team is also recommended to present short written solutions, but it is absolutely voluntary. The group works are also graded by the teachers of mathematics. Each right answer gives 3 points for the team. An incorrect answer gives 0, but if the solution is presented and a part of it is correct, 1 point or even 2 points are possible.

Six most successful teams in both age groups are awarded with certificates and prizes.

The problems from the TCV

The competition "Virumaa" involves the main areas of school mathematics and is based on the core of the curriculum. The questions are easy or of middle level, but mostly non-routine "think deeply" problems which require some special insight. Because of the fact that calculators are not allowed, the questions where a hand calculator makes the problem much easier, could not be used.

Traditionally, each competition paper consists of two questions to introduce students with the cultural context and the history of mathematics. These problems are written on the basis of textbooks and an encyclopedia (see [3]). The first book of problems from TCV, covering the five competitions from 1995 – 1999, is available in Estonian and Russian (see [2]).

Sample 1. (*Junior, 2005*) If CXXIV is a number, written in Roman numerals, then three quarters of it is equal to

A 36 **B** 20 **C** 16 **D** 93 **E** 31

Sample 2. (*Senior, 2000*) Which of the following numbers, written in Roman numerals, is a perfect square of an integer ?

A CXI **B** CLXV **C** XCIII **D** CCIV **E** CXLIV

Sample 3. *(Junior, 2001)* If $a \oplus b = b(a-b)$, what is the value of $4 \oplus 7$?

A 28 **B** 21 **C** –12 **D** –21 **E** –28

Sample 4. *(Senior, 2005)* If $f(x) = x^2 - 1$, what is the value of $f(f(0))$?

A 0 **B** –1 **C** –2 **D** $x^2 - 1$ **E** $(x^2 - 1)^2$

Sample 5. (*Junior, 2002*) The Old Babylonians took the perimeter of the regular hexagon to be equal to the cicrcumference of its circum circle. What did the Babylonians take for the value of π?

Sample 6. *(Senior, 2001)* The Old Egyptians took the area of the circle to be equal to the area of the square, the side of which is $\frac{8}{9}$ of the diameter of this circle. What did the Egyptians take for the value of π?

Sample 7. *(Junior, 2003)* Give a name of a famous mathematician and explain why he/she has become well known.

Sample 8. *(Senior, 2000)* Give three names of the authors of the mathematics textbooks.

Sample 9. *(Junior, 2001)* In triangle *ABC* the bisectors *AK* and *CL* meet at *O*, *AC* = *BC* and $\angle LOK = 110^0$. Find the angles of the triangle *ABC*.

Sample 10. *(Senior, 2002)* The bisector of the right angle in a right-angled triangle divides the triangle into two congruent triangles. If the bisector has length 8 cm, find the sides of this triangle.

Related activities

The problem solving sessions are not the only events during this long Math Day. As the answers to the questions are made available right after the sessions, every team has a short discussion on problems with their teacher of mathematics (the leader of the team). After lunch pupils have an excursion or meet mathematicians or visit museums, etc. At the same time the teachers and the compilers of problems have a meeting. First, the second part of papers are graded. Second, the solutions are discussed. Third, some recommendations are given how to use the competition problems in classroom teaching to stimulate and motivate a large number of pupils to learn and enjoy mathematics and how to involve the interested students in year-round problem-solving activities.

Next, the meeting of contestants, teachers and mathematicians will begin, where the problem-solving methods and strategies are discussed.

Finally, at the end of the very busy day, the awarding ceremony and a concert of the students from the host school will start.

During the year several teachers organise problem-solving sessions in the ordinary classrooms or in the math clubs to find the full solutions for all competition questions and to discuss the different solving methods and strategies. Some of the questions are used in school contests to find the best solvers for the next year team competition.

Conclusion

According to our observations and experience (see [1]) the regional competitions, considering the local features, exert a great influence on learning and teaching of mathematics and provide varied opportunities for the creative work of students, teachers, mathematicians, teacher trainers, educators and problem creators.

References

1. Abel, E. Competitions as opportunities for creative activities. Proceedings of the 3-rd International Conference "Creativity in Mathematics Education and the Education of Gifted Students." Rousse, Bulgaria, 2003, 53-56.
2. Abel, E., Abel, M. Competition "Virumaa" in mathematics 1995-1999 (in Estonian and Russian). Estonian Math. Soc., Tartu, 1999.
3. Abel, E., Abel, M., Kaasik, U. Encyclopedia of school mathematics (in Estonian).Tartu, Ilmamaa, 2001.
4. Taylor, P. Mathematics competitions and related activities: their role in the learning process. Proceedings of the 2-nd International Conference "Creativity in Mathematics Education and the Education of Gifted Students." Riga, Latvia, 2002, 93-97.

FIRST-FORM PUPILS' LEARNING RESULTS AND PROGRESS IN MATHEMATICS [1]

Jüri Afanasjev, Anu Palu
University of Tartu, Estonia

Abstract. *Based on the results of the initial and first mathematics knowledge tests held under the IPMA project the attainment of first grade pupils in Estonia is described. Also the tests summary results as well as individual problems and their grouping are examined.*

Keywords: *first grade, final knowledge, initial knowledge, mathematics attainment, longitudinal testing, primary education, status groups*

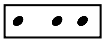
[1] The study described herein was conducted with the support of the Estonian Science Foundation Grant No. 6453.

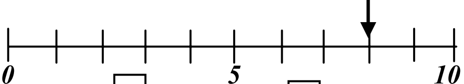
Tests used and contingent of pupils tested

The international project to investigate pupil attainment in mathematics, IPMA (*International Project on Mathematical Attainment*), was launched in 1999 by CIMT (*Centre for Innovation in Mathematics Teaching*) operating at Exeter University, England. The project has been designed as a longitudinal study investigating the attainment in mathematics of the same pupils from entering Grade 1 (age 7+) to end of primary school (age 13+) (Anon. 1, 1999). The project has been participated in its different stages by 19 countries (Anon. 2, 2002). Estonia joined IPMA in September 2002. According to the school stage classification used in Estonia the project involves stages I and II, that is grades 1-6. Initial Test0 (T0) was conducted in the first school week in September 2002 and involved 359 first-graders from 22 schools. Of these, 45.7% were girls and 54.3% boys. Sixty-two percent were from urban schools and 38% from rural schools. Main results of T0 are presented in paper (Afanasjev, 2004)

In this paper we present the results of a repeat test (Test1) conducted with the same pupils as the T0 at the end of the first school year (fourth week of May 2003). The repeat test was taken by 345 pupils, putting the number of drop-outs (pupils having changed the school) at 14, or 3.9% of those having taken Test0. Of the drop-outs, 4 were boys and 10 were girls. Accordingly, Test1 (T1) was taken by 160 boys and 185 girls (46.4% and 53.6% respectively). The distribution of pupils between rural and urban schools remained the same. Likewise, there were no gender-related differences in the ages of the remaining pupils.

Test0 comprised ten items, the results of which were assessed dichotomously (false answer - 0, true - 1). Accordingly, the maximum score was 10 points. Test1 comprised twenty items, first ten of them being identical to T0 items. The results of T1 items were assessed dichotomously, as in T0. Accordingly, the maximum score in T1 was 20 points. The text in Test1 was as follows (the invariant items are printed and marked here and below in **Bold**):

1. ***Complete the picture so that is has 7 DOTS*** 

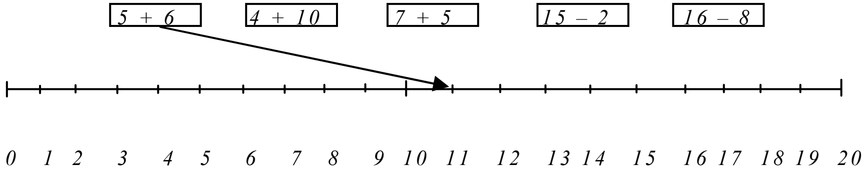
2. What is the number shown? 

3. Fill in the missing numbers. a) 2 + 3 = □ b) 4 – 1 = □ c) 3 + 4 = □
d) 4 + □ = 9 e) 8 – □ = 3 f) □ + 7 = 7

4. a) Write these numbers in order of increasing size: 12, 7, 15, 4, 1, 10, 18; b) Circle all odd numbers: 12, 7, 15, 4, 1, 10, 18.

5. a) Write the letter A on the third shape from the left; b) Write the letter B on the fourth shape from the left; c) Write the letter T on any triangle. 

6. Show with arrow the answer to each sum. The first one has been done.



7. What is the next number a) 3, 6, 9, 12, ☐ *b) 20, 18, 16, 14,* ☐ *c) 2, 6, 10, 14,* ☐

The **reliability** of the tests was calculated as internal consistency by Cronbach Alpha (for T0 0.74, for all T1 0.82 and for T1 invariant items part 0.62), which, due to the dichotomous assessment of the test results, is here equivalent to the Kuder-Richardson Formula 20 (KR20). It means that the reliability of our tests is at least satisfactory.

Test1 results

The mean of test results and the standard deviations are given in Table 1. As half of the 20 items of Test1 were repeat items from T0 the distribution of results was non-symmetrical, with a very strong tendency towards higher results. The test items were simple for the pupils, with nearly 40% of them scoring 19 or 20 points (max. 20).

Mean (whole test)		**16.6**
95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	16.3
	Upper Bound	17.0
Median		17.0
Std. Deviation		3.3
Minimum		4.0
Maximum		20.0

Table 1. Summary results of Test1

The mean results of individual items, together with the 95% confidence intervals, are given in Table 2. We see that T1 items may be classified into three groups:

1) Items **solved very well**, with the percentage of correct results exceeding 90 (**T1_item_3a**, **T1_item_3c**, **T1_item_3b**, **T1_item_1**, T1_item_6a, T1_item_6c, **T1_item_3e**, T1_item_6b, **T1_item_2**, **T1_item_3d**). This group may also be considered to include T1_item_6d (success rate 88 %), which links it with the next group. Essentially, these items

are about addition and subtraction within the range of the first twenty numbers, and about the knowledge of number positions on the number scale.

2) The **well-solved** group comprises items with a 75-85% rate of correct results (T1_item_5c, T1_item_5a, **T1_item_3f**, **T1_item_4a**, T1_item_5b). The items here are characterised by being presented in textual form, the understanding of which already demands certain skills of functional reading and textual comprehension. It is also necessary here to be familiar with the concepts of *figure, third from left, fourth from right, ascending order, triangle*. Interestingly, it proved to be easier for the pupils to find a triangle from among the figures (Item 5c) than to mark the fourth figure from the right (Item 5b). The latter item, in turn, was solved somewhat but not significantly worse than Item 5b, which required the finding of the figure third from the left.

3) The items **solved significantly worse** (correct results 63% or less) than those in the above mentioned groups involved the determination of odd numbers (**T1_item_4b**) and the continuation of a number series (T1_items_7 a, b, c). These items are about finding a rule. A low success rate for such type of items was something to be expected in that age group.

The gender and the age of the pupils had no statistically significant (0.05 level) effect on their test results.

Item	**Mean**	**Std. Error**	**95% Confidence Interval for Mean**		**Percent of correct answers**
			Lower Bound	**Upper Bound**	
T1_item_3a	0,99	0,11	0.98	0.99	98,8
T1_item_3c	0,98	0,15	0,96	0,99	97,7
T1_item_3b	0,96	0,20	0,94	0,98	95,9
T1_item_1	0,95	0,21	0,93	0,98	95,4
T1_item_6a	0,94	0,24	0,91	0,96	93,6
T1_item_6c	0,94	0,24	0,91	0,96	93,6
T1_item_3e	0,92	0,27	0,89	0,95	91,9
T1_item_6b	0,92	0,27	0,89	0,95	91,9
T1_item_2	0,91	0,28	0,88	0,94	91,3
T1_item_3d	0,91	0,29	0,88	0,94	90,7
T1_item_6d	0,88	0,33	0,84	0,91	87,5
T1_item_5c	0,82	0,38	0,78	0,86	82,3
T1_item_5a	0,82	0,39	0,78	0,86	81,7

Item	Mean	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean		Percent of correct answers
			Lower Bound	Upper Bound	
T1_item_3f	0,80	0,40	0,76	0,85	80,3
T1_item_4a	0,79	0,41	0,75	0,83	78,8
T1_item_5b	0,76	0,43	0,71	0,80	75,7
T1_item_7a	0,63	0,48	0,58	0,68	62,9
T1_item_4b	0,61	0,49	0,56	0,66	60,9
T1_item_7b	0,58	0,49	0,53	0,63	58,3
T1_item_7c	0,54	0,50	0,49	0,59	53,9

Table 2. Results on Test1 items

The progress of the pupils in the first school year

The **movement** of the pupils **between** the **achievement level groups** is represented in Table 3. There, the achievement level groups have been formed as follows. The **Start level** is described as the placement of a pupil on the scale of Test0 summary results quartiles of 25 % (4 points), 50 % (6 points) and 75 % (8 points): "weak" – the result x is smaller than the 25 percentile (4 points, $x<4$); "fairly weak" – the result falls within the range of the 25 percentile to the 50 percentile ($4 \le x < 6$); "fairly strong" – the result ranges between the 50–75 percentile ($6\le x <8$); and "strong" ($x \ge 8$). The **End level** has been defined analogously, by a pupil's placement into the respective quartiles of Test1 summary results (there, the quartiles correspond to 15, 17 and 19 points). Hereinafter, the achievement level groups thus defined are also called **status groups**

Start level (T0 quartile group)		Final level (T1 quartile group)				
		Weak	Fairly weak	Fairly strong	Strong	Total
Weak	Count	**28**	**14**	**10**	**9**	61
	Percent	45.9	23.0	16.4	14.8	100.0
Fairly weak	Count	**28**	**14**	**18**	**16**	76
	Percent	36.8	18.4	23.7	21.1	100.0
Fairly strong	Count	**10**	**28**	**25**	**52**	115
	Percent	8.7	24.3	21.7	45.2	100.0
Strong	Count	**8**	**9**	**21**	**55**	93
	Percent	8.6	9.7	22.6	59.1	100.0
Total	Count	74	65	74	132	345
	Percent	21.4	18.8	21.4	38.3	100,0

Table 3. The pupils' placement in status groups

An analysis of the pupils' movement across the status groups leads to the following findings.

1) The positions of the pupils in the status groups have seen significant changes during the first school year. Approximately one third of the pupils (35 % of all the pupils, or 122 pupils) remained in exactly the same status group.

2) Forty-seven percent of all the pupils (161 pupils) moved to a neighbouring group; of these, slightly more than a half (84, or 24 % of all the pupils) improved their status while 77 (22 % of all) dropped to a lower neighbouring status group.

3) The status of 13 % of the pupils (45 pupils) changed by one group. Of these, nearly two-thirds (26 pupils, or 8 % of all the pupils) improved their status and slightly over one-third (19 pupils, or 5 % of all) dropped to a lower rung on the status ladder.

4) The status of 5 % of the pupils (17 pupils) changed by two levels. Nine pupils (2 % of all the pupils or 8 % of those experiencing a change in status) moved from a weak group to a strong one. Eight pupils experienced a descent in equivalent proportions. We illustrate the above in a summary table 4, too.

Status change	Unchanged	Upward movement	Downward movement
Number of pupils	122	119	104
Percent of pupils	35.4	34.5	30.1

Table 4. The pupils' movement between the status groups during the first school year

The pupils' movement between the status groups bore no correlation with their gender or age.

Summary

1. By the end of the first form pupils solve very well items involving addition and subtraction within the range of the first twenty numbers and knew very well the position of numbers on a number scale. The items presupposing textual comprehension and functional reading skills were solved slightly worse but well nevertheless. Typically of this age group, items involving the finding of a certain mathematical rule (e.g. those requiring the continuation of a number series) posed serious difficulties still.

2. The pupils' movement between the achievement level groups (status groups) established at the beginning and the end of the first school year was fairly extensive. Approximately 2/3 of the pupils saw their status group

changed. Of these, in turn, a half moved up the status ladder and the other half moved down.

3. The gender and the age of the pupils had no statistically reliable effect on the test results or on the pupils' progress in mathematics in the first school year.

References

1. Afanasjev, J. *On First-Year Pupils' Initial Knowledge of Mathematics.* Proceedings of the 5th International Conference, Teaching Mathematics: *Retrospective and Perspectives, Liepaja, 2005* pp. 12–17.
2. Anon1. IPMA Coordinators' Manual. URL=http://www.ex.ac.uk/cimt/ipma/coordman.pdf), 1999.
3. Anon2. The 3rd coordinators report for the IPMA project. URL= http://www.ex.ac.uk/cimt/ipma/coord_report_3.pdf), 2002.

THE EVOLUTION OF INTERPRETATION METHOD IN MATH CONTESTS

Agnis Andžāns, Dace Bonka
University of Latvia, Latvia

Abstract. *The interpretation method is one of general problem solving methods in mathematics. It is closely connected with such approaches as modeling, isomorphic mappings etc. In the educational process it demonstrates the integrity of mathematics.*

The main classes of the applications of this method and its development are considered in the paper.

Keywords: *elementary mathematics, interpretation, mathematical contests.*

Background

During last decades a considerable increase of the applications of "elementary" methods in various branches of mathematics has taken place. In some countries, modern elementary mathematics is recognized as an independent subbranch of science (may be, under different names).

Mathematical contests and olympiads contain much elementary mathematics beyond the school curricula. Contest problems are natural area in which ideas and methods of elementary mathematics are developed and demonstrated. There are serious mathematical investigations which were originated by a single difficult olympiad problem.

Analyzing the sets of problems presented at mathematical contests on national and international level one can find that there are some approaches which are used very often, though, of course, they are not applicable to all problems. One of them is the method of interpretation.

Solving problems by means of the method of interpretation we first translate a problem into an “appropriate language” in which its solution is much easier or even trivial. It can also be said that we build a model of the problem, solve the corresponding problem for the model and then translate the solution back to the “original language”.

Most useful interpretations

Main appearances of the method of interpretation in math contests are as follows (see [1]):

1. Interpretations of the problem by means of graphs.
1.1. Considering degrees of vertices of a graph.
1.2. Cyclomatics.
1.3. Coloured graphs.
1.4. Uses of the conditions of planarity.
1.5. Interpretations of games within graphs
2. Interpretations within other combinatorial structures.
2.1. Interpretations leading to the applications of minimax theorems.
2.2. Interpretations by matrices.
2.3. Interpretations by structures with geometrical regularities.
2.4. Interpretations of games within rectangular grid.
2.5. Proofs of identities using special interpretations.
3. Geometrical interpretations.
3.1. Interpretations in counting problems.
3.2. Proofs of inequalities.
3.2.1. Uses of the concept of length.
3.2.2. Uses of the concept of area.
3.2.3. Uses of the concept of vector.
3.2.4. Combined interpretations.
3.3. Stereometrical proofs of planimetry theorems.
3.3.1. Parallel projection.
3.3.2. Central projection.
3.3.3. Stereometrical interpretation of a plane figure.
3.4. Geometrical interpretations of problems in elementary number theory.
4. Modeling of one process by another.
4.1. Proofs of impossibility of an algorithm.
4.2. Analysis of algorithm.
4.2.1. Prediction of the result of the application of algorithm.
4.2.2. Proof of finiteness of algorithm.
5. Probabilistic proofs of algebraic inequalities.
6. Interpretations within a system of residues modulo n.
7. Interpretations of complex numbers via vectors and vice versa.

8. Trigonometrical interpretations.
8.1. Interpretations in solving equations and systems of them.
8.2. Interpretations in the proofs of inequalities.
9. Interpretations in the problems on functional equations and on axiomatics.
9.1. Proofs of independence.
9.2. Proofs of nonexistence.
10. Physical interpretations.
10.1 Mass center and its uses.
10.1.1. Incidence theorems.
10.1.2. Proofs of inequalities.
10.1.3. Calculating sums in a closed form.
10.2. Energy conservation law.
10.2.1. Proofs of existence and nonexistence of geometrical objects.
10.2.1. Proofs of existence and uniqueness in algebra.
10.3. The potential energy minimum principle and the equivalence of dynamical and statistical conditions of equilibrium.
10.4. Applications of thermodynamical principles.
10.5. Applications of the continuity of physical processes which are used as models for mathematical problems.

Early history

Historically the first appearances of the method of interpretation in math contests were the uses of graphs in combinatorial problems, geometrical proofs of algebraic identities/inequalities and the applications of the mass center to geometry. (The books [2] and [3] were especially important for the latter.)

They were followed by applications of solid geometry to the proofs of plane geometry theorems (see [4] and [5]).

Interpretations using the two-way counting in proofs of combinatorial identities became popular with the appearance of the book [6]. Also a series of articles “The Tales of the County Club” published in 70-ies in various combinatorial journals were instrumental in spreading this type of problems.

The uses of probabilistic interpretations were stimulated by the appearance of the article [7].

Latest developments

The uses of geometrical interpretations in the proofs of combinatorial identities have become popular with the series of short notes published by The Mathematical Association of America in “Mathematics Magazine” and “The College Mathematics Journal” since 70-ies. They were collected and edited by Roger B. Nelsen in [8] and [9]. We present here a characteristic example.

Problem. Prove that for Fibonacci sequence $F_1 = F_2 = 1$, $F_{n+2} = F_n + F_{n+1}$ the identity $F_1^2 + F_2^2 + \ldots + F_n^2 = F_n F_{n+1}$ holds.

Solution. See Fig. 1.

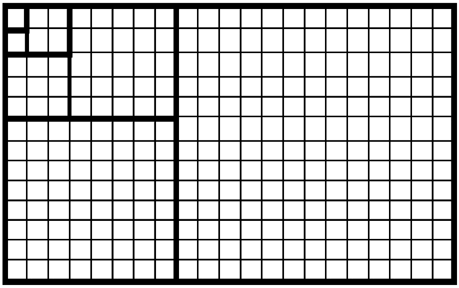


Fig. 1

Also trigonometrical interpretations have become popular. A lot of them are collected in various chapters of [10].

The influence of theoretical computer science

The influence of "the great science" on mathematical contests is increasing constantly. There are two main reasons for it:

1) the traditional areas of competition problems become more and more exhausted, and a search for new topics is extended to other parts of mathematics and related areas,
2) a big number of former participants of math contests who are now active in research are involved into organization of contests today (long- existing and also new ones which are organized in more and more countries, regions, universities etc.) Naturally they bring the spirit and areas of their research with them.

Computer science, though formally being not mathematics has made may be the greatest influence on math contests. It is a "fresh area" where it is relatively easy to find unexplored regions as sources of problems. Making some accent on the algorithmic and combinatorial side of mathematics is quite desirable, because relatively small attention is paid to it in traditional courses in high school; creative teachers consider therefore introducing such topics into "curricula" of math contests with enthusiasm.

The main classes of problems inspired by computer science to which the method of interpretation is applied successfully are the following:

A. The development of combinatorial structures.

Problem. In a league of six teams each team is to play against every other exactly twice. In one round each team plays against at most one other. The schedule should be organized such that for any two rounds there is at most one pair {A, B} of teams such that A plays against B in both of the rounds. What is the smallest possible number of rounds?

Solution. Let's consider a regular pentagon and denote its vertices and centre by 1, 2, 3, 4, 5, 6. Consider two figures each consisting of three line segments:

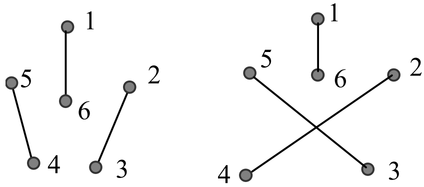


Fig. 2

All 10 possible positions of these figures (5 positions for each of them) clearly provide a desired schedule for 10 rounds.

B. The analysis of the algorithms.

Problem. There is a tight hair-grass over the spring. A column consisting of 5 red ants is moving along the hair-grass from the left bank to the right bank; a column consisting of 5 black ants is moving along the hair-grass from the right bank to the left bank. The velocities of all ants are the same; the distances between them can be different. Whenever two ants meet each other they immediately turn around and continue the movement. How much meetings will take place on the hair-grass?

Solution. Let's consider another process when the ants don't turn around. It is clear that for any place P and for any moment t there is an ant at P at the moment t during the original process if and only if it takes place during the introduced one. Therefore the number of meetings will be the same for both processes. But it is clear that there will be $5 \cdot 5 = 25$ meetings during the second process.

C. The strategies of games represented as algorithms in various numerical systems.

Such examples can be found in [10] and [11]. In [11] also the representations by the so called "surreal numbers" are used.

What can we expect further

The method of interpretations will still have an important role in math competitions, especially in the last grades. It's "expansion" to the school curricula will depend on the general attitude toward mathematics. If advanced mathematical education will be considered as an important educational task, the method of interpretations can become the "crowning piece" of all high school mathematics as it shows the integrity of mathematics and its close connections with other exact disciplines.

References

1. D. Bonka, A. Andžāns. The Method of Interpretations: Possible Failures. – In: Matematika ir Matematikos Destymas – 2005. Kaunas, KTU, 2005, pp. 5-9.
2. М. Б. Балк. Геометрические приложения понятия о центре тяжести. М., Физматгиз, 1959.
3. G. Polya. Mathematics and Plausible Reasoning. Princeton University Press, 1954.
4. В. В. Прасолов. Задачи по планиметрии, ч. 2. – М., Наука, 1991.
5. И. Ф. Шарыгин. Выход в пространство.– «Квант», 1975, №5, с.45-49.
6. А. М. Яглом, И. М. Яглом. Неэлементарные задачи в элементарном изложении.– М., ГИТТЛ, 1954.
7. J. L. Brenner. Boolean Inequalities from Lattices, Arrays, and Polygons.– CRUX MATHEMATICORUM, 1983, 10, pp. 224 – 230.
8. R. B. Nelsen. Proofs Without Words. – MAA, 1993.
9. R. B. Nelsen. Proofs Without Words II. – MAA, 2000.
10. S. Savchev, T. Andreescu. Mathematical Miniatures. – MAA, 2003.
11. E. Berlekamp, J. Conway, R. Guy. Winning Ways. Academic Press, 1982.

EXPERIENCE OF COOPERATION BETWEEN LITHUANIA'S UNIVERSITIES AND SECONDARY SCHOOLS

Antanas Apynis

Vilnius University, Lithuania

Keywords: *cooperation, formal and informal mathematical education.*

Mathematical education for young people cannot be a concern for secondary schools or universities only. Being well prepared for his/her studies, a young person will pursue his/her university studies with higher success, whereas teachers of mathematics who work in accordance with well-prepared curricula will achieve better results. Hence, cooperation between universities and secondary schools is inevitable: it is both natural and essential.

These areas of cooperation between Lithuania's universities and secondary schools could be singled out:

- Formal mathematical education;
- Informal mathematical education;
- Teacher training and qualification building.

Cooperation between universities and secondary schools became far more significant in Lithuania after restoration of its independence. Universities turned to become autonomous institutions of education and science. Moreover, strategies and curricula of secondary education are produced here in Lithuania.

Formal mathematical education is associated, in the first place, with the content of mathematics curricula at secondary schools and gymnasia as well as with their amount and textbooks. The current curriculum is the result of rather long and lively discussions. Most active participants during these were experts in mathematics methodology from Vilnius University, Vilnius Pedagogical University and representatives of Lithuanian Association of Mathematics Teachers. Three alternative projects of the curriculum were under discussion as well as basic issues on what content of school mathematics is sufficient for acquisition of general mathematical literacy and for preparation for one's studies at university. Both objectives are apparent at superficial sight only. If one goes into question, one will notice that the notion of mathematical literacy is very capacious: from knowing standard rules and formulas to ability to construct mathematical models and apply contemporary computer technologies for the analysis of problematic situations. Acquaintance with mathematical statistics, integrals, and differential equations becomes somewhat inevitable reality. Such conclusion is reinforced by the idea that part of secondary school and gymnasium graduates will not study mathematics anymore. Hence topics of modern mathematics should be included at least into the school mathematics curriculum in the humanities stream (others will study the topics at university). On the other hand, pupils who choose the humanities stream find mathematics more difficult to study. Therefore, there is temptation to make the notion of mathematical literacy narrower. The search for a happy medium is likely to be the subject matter of permanent discussions in the future.

University teachers of mathematics can achieve their objectives with less effort when students are highly capable and well prepared for their studies. This is not, however, a question of the secondary school only. Another object of discussions between mathematicians from universities and secondary schools comes into light: coordination of curriculum content at secondary schools and universities. Experience shows that it is not sufficient for a university to know the list of topics of school mathematics. Moreover, one has to understand that in principle all topics of modern mathematics (function, sequence, limit, derivative, integral, probability, and random value) will have to be covered from the beginning not only for would-be mathematicians or physicians but also for economists, managers, business persons. The results of special pupil testing and state examination in mathematics show that secondary school and gymnasium graduates' mathematical literacy is rather modest.

It should be mentioned that while optimising the pupil's general learning load, there was a decrease in the number of mathematics classes. This factor is a great obstacle for pupils to achieve good results.

The sphere of informal mathematical education involves traditional Lithuanian Young Mathematician Olympics, various regional young mathematician team and individual competitions. These are joint events held by universities, secondary schools, and gymnasia. Teachers from establishments of higher education usually design sets of tasks for these competitions. In the course of regional mathematical competitions, conferences or seminars for teachers are held. Both mathematics teachers and university mathematicians read presentations here.

Restored in 1998, Lithuanian Young Mathematician School has gained a great popularity. It works under Lithuanian Association of Mathematicians. This is a two-year school, the work is done via correspondence (pupils send their works by post and find the results on the website of the school www.mif.vu.lt/ljmm). Admission to the school is open to pupils of the eleventh grade (there is a twelve-grade secondary school system in Lithuania) and to pupils of lower classes recommended by their teachers. All of them have to complete entrance tasks and pay a rather symbolic entrance fee (further education is free).

Four topics are covered every year and the studies are finished by a kind of examination called Final Mathematical Task Competition (which is held at the Faculty of Mathematics and Informatics at Vilnius University). Those pupils who fulfil certain requirements are presented with leaving certificates of Lithuanian Young Mathematician School.

Lithuanian Young Mathematician School is beneficial for pupils as they have an opportunity to study by themselves, get better fundamentals of mathematics before their studies at an establishment of higher education. It is useful for teachers as well since pupils ask them for a consultation. Works sent by pupils are commonly checked by students of Vilnius University and Vilnius Pedagogical University. First of all, tasks are analysed and ways of solution are examined. Besides, students are taught to judge solutions. Therefore, Lithuanian Young Mathematician School offers an opportunity for future teachers to acquire certain skills in pedagogical work. The activity based on principles of cooperation paves the way for a successful work for Lithuanian Young Mathematician School.

The council of LYMC announces the school curriculum for the whole period of two years. The principal objective is that pupils must have an opportunity to deepen their knowledge of mathematics at school. Topics that broaden pupil's understanding and opens up possibilities in application of mathematics are not avoided as well. To prepare methodology material of and tasks for topics, university teachers, teachers of mathematics from gymnasia and secondary schools are invited.

With the aim of advocating mathematics, the book series "For a Young Mathematician" is annually published by Lithuanian Young Mathematician School. One can find the whole methodological material of every school year: theory, tasks, and solutions. Five such books have already been published (2001–2004).

СПЕЦИАЛИСТЫ ПО ДИДАКТИКЕ МАТЕМАТИКИ В МИНИСТЕРСТВЕ ПРОСВЕЩЕНИЯ ЛИТВЫ (5 – 9 ДЕСЯТИЛЕТИЯ XX ВЕКА)

Альгирдас Ажубалис
Литовская военная академия им. генерала Йонаса Жемайтиса, Литва

Abstract. *In the article there is a description of working experience of the 11 specialists that were involved in mathematic didactics area at the Ministry of Education of Lithuania and its subordinate institutions. Taking into consideration restricted opportunities of that time, the aforementioned persons wrote a considerable amount of methodical publications and articles.*

Keywords: *mathematics didactics, methodical publications and articles, the Ministry of Education.*

В период 1945–1990 г. (годы советской оккупации) литовские специалисты по дидактике математики имели практически только одну возможность распространения своего или ими обобщенного опыта пере–довых учителей – через литовскую периодическую педагогическую пе–чать. Учебники, задачники, другие учебные пособия переводились с русского языка. Большинство дидактических работ, написанных литов–скими авторами, издавались только небольшими тиражами, обычно – с помощью множительной техники, для выпуска их авторам приходилось долго ждать в очереди. Поэтому в Литве почти не велись широкие иссле–дования в области дидактики математики (защищенные кандидатские диссертации все были защищены в России).

В организации распространения передового дидактического опыта в обучении математике, как и другим предметам, основную роль играло Министерство просвещения (МП) Литвы и созданные при ней спе–циальные учреждения, а также в ведении министерства была и педагоги–ческая периодическая печать.

В 1945 г. был основан Республиканский методический кабинет, на основе которого в 1950 г. был создан Республиканский институт усовер–шенствования учителей (РИУУ). В РИУУ действовал кабинет мате–матики.

В целях научного исследования педагогических проблем в 1958 г. был основан научно – исследовательский институт (НИИ) школ (с 1973 г. переименован в НИИ педагогики). В НИИП действовал сектор обучения естественным наукам и математике.

Прямым ретранслятором дидактического опыта была прину–дительным образом среди учителей распространяемая периодическая педагогическая печать. Журнал „Tarybinė mokykla“ („Советская школа“)

был основан в 1945 г., в 1989 г. переименован в „Tautinė mokykla“ („Национальная школа“). Газета „Tarybinis mokytojas“ („Советский учитель“), основана в 1953 г., в 1989 г. была переименована в „Tėvynės šviesa“ („Свет Родины“). Несмотря на очень коммунистически идеологизированные до 1989 г. названия и содержания этих изданий, они сыграли и некоторую положительную роль. По вопросам дидактики математики средней школы до 1990 г. в журнале было отпечатано 112 статей, в газете – 341 статья [1].

Цель настоящей статьи – обсудить вклад специалистов по дидактике математики средней школы, работавших во вышеуказанных учреждениях и в периодической педагогической печати, в обобщение и распространение своего и чужого дидактического опыта.

Самым активным распространителем положительного дидактического опыта по обучению математике в 5–8 десятилетиях XX в. в Литве был Абрамас Вульфас Клебанскис (Klebanskis, 1907 09 07 Расейняй – 1978 06 25 Вильнюс). В 1937 г. он окончил студии математики в университете Витаутаса Великого (в Каунасе). Работал учителем математики в еврейских гимназиях Литвы, в военные годы – в школах России. В 1945 г. он стал методистом, а позднее – и заместителем директора Республиканского методического кабинета. Это было трудное время. В 1941 г. советские оккупанты выслали в Сибирь свыше 1,5 тыс. учителей. Гитлеровцы расстреляли или уничтожили почти всех учителей евреев и тех учителей других национальностей, которые активно включились в социалистические преобразования школы и общества в 1940–1941 г. и часть тех, которые включились даже в мирное сопротивление против антилитовских акций во время войны. С приближением Красной армии в 1944 г., боясь новых ссылок, на Запад сбежал 341 учитель средних и 847 учителей начальных школ [1, 2]. В годы Второй мировой войны были разрушены 682 школы Литвы, в остальных было найдено только 25–30 % довоенного школьного инвентаря. Несмотря на это, в 1945/45 уч. г. в Литве действовала 161 прогимназия и 79 гимназий с 64 333 учащимися. В 1945/46 уч. г. в прогимназиях и гимназиях Литвы работал 391 учитель математики. Среди них только 91 (23,3 %) учитель имел высшее образование. Учителей физики – математики было 124, высшее образование имело 29 (23,4 %). Незаконченное высшее образование имели соответственно 83 (21,2 %) и 33 (26,7 %) учителя. Значит, больше половины учителей имело среднее (специальное или общее) образование или не имели его [2]. Проблема повышения квалификации, подготовки учителей к работе была очень острой. Организовались курсы, семинары, в ходе которых обсуждались учебные программы, методы обучения, намечались перспективы и способы улучшения обучения математике. Лекторами курсов и семинаров были преподаватели вузов Литвы, опытные учителя. Позднее приглашались и лекторы из Москвы, других городов СССР. В лекторскую работу включается и А. В. Клебанскис. Первые статьи по дидактике математики в журнале написал тоже А. В. Клебанскис. С 1949/50 уч. г. в Литве было введено всеобщее семилетнее обучение школьников. Это вызвало дальнейшее расширение сети школ и рост числа учителей. Их состав по образованию стал еще хуже по сравнению с первыми послевоенными годами. Поэтому несколько лет РИУУ организовал подготовительные курсы учителей. Нехватка педагогических кадров с высшим образованием при напряженной работе вузов чувствовалась до 80-х годов. Так, в 1975/76 уч. г. в сельских школах Литвы только 47,8% учителей математики имели высшее образование [3]. Поэтому курсы достаточно долго дифференцировались по признаку – для специалистов и не специалистов. Во всей этой работе активно участвовал и А. В. Клебанскис. Когда РИУУ получил ротапринт, началась изда–тельская деятельность. А. В. Клебанскис был редактором, составителем и автором многих дидактических изданий. По актуальным вопросам обучения математике А. В. Клебанскис опубликовал более 70 статей. В 1958 г. ему было присвоено звание заслуженного учителя Литвы [1].

Прямым учеником А. В. Клебанскиса является Казимерас Пульмонас (Pulmonas, р. 1941 07 21 д. Крюкай Шакяйского р.). В 1964 г. он окончил студии математики в нынешнем Вильнюсском педагогическом университете (ВПУ) и работал учителем. С 1972 г. он стал методистом, а после смерти А. В. Клебанскиса – заведующим кабинета математики РИУУ, а потом – заместителем директора РИУУ. В настоящее время К. Пульмонас – учитель – эксперт математики, заведующий отделом центра повышения квалификации учителей. В 1975–1990 г. в периодической педагогической печати опубликовал около 30 статей, с другими авторами в 1986 г. издал учебное пособие для обобщения математических знаний абитуриентов [1].

После К. Пульмонаса кабинетом математики РИУУ руководила Ельвира Масюлене (Masiulienė, р. 1945 12 01 Гарлява). В 1968 г. она окончила студии математики в нын. ВПУ. Работала учительницей. С 1977 г. начала работать методисткой кабинета РИУУ. Теперь работает в центре повышения квалификации учителей. В 1980–1990 г. одна и с другими авторами опубликовала 8 газетных дидактических статей [1].

В РИУУ старшим преподавателем (1975–1981 г.), а потом доцентом (1984–1994 г.) кафедры педагогики работал автор этой статьи Альгирдас Ажубалис (Ažubalis, р. 1939 05 25 д. Воверсис Аникщяйского р.). Работал учителем математики, директором школ. В 1968 г. заочно окончил студии математики в нын. ВПУ. В 1977 г. защитил диссертацию по вопросам дифференцированного обучения математике (Москва, АПН СССР), стал кандидатом педагогических наук. Написал несколько научных статей, 4 небольшие учебные пособия, в педагогической периодической печати опубликовал 16 статей.

В НИИП старшим научным сотрудником работал Андрюс Лепеш–кявичюс (Lepeškevičius, р. 1926 12 02 д. Памаркия Тельшяйского р.). Работал учителем, директором школ. В 1956 г. заочно окончил студии математики в нын. ВПУ. В НИИП работал в 1959–1963 г., с 1964 г. начал работать в нын. ВПУ. Написал 2 методические пособия по обучению арифметике. Опубликовал 9 статей [1].

В 1972–1991 г. ст. научным сотрудником НИИП работала Милда Восилене (Vosylienė, р. 1939 10 01 Каунас). В 1961 г. окончила студии математики в нын. ВПУ, работала в школе. В 1982 защитила диссертацию по вопросам работы с учебником (Москва, АПН СССР, канд. пед. наук). Написала 3 методические пособия, несколько научных статей, в перио–дической педагогической печати опубликовала 5 статей [1].

18 лет начальником управления школ МП Литвы работал Витаутас Лютикас (Liutikas, 1930 09 17 Кретинга – 1997 12 30 Вильнюс). Работал учителем, в 1955 г. заочно окончил студии математики в нын. ВПУ. В 1967 г. после защиты диссертации по теории вероятностей стал канди–датом физико – математических наук. С 1973 г. работал зав. Кафедрой математики Вильнюсского инженерно – строительного института, стал профессором. Написал несколько научных статей, 3 научно – популярные книги для учащихся по вопросам теории вероятностей и математической статистики. Одна книга была переведена на русский язык и издана в Москве, другая – переведена на латышский язык и издана в Риге. В педагогической периодической печати В. Лютикас опубликовал 6 статей, перевел несколько учебных пособий с русского языка [1].

В 1954–1992 г. методистом, инспектором, начальником управления МП Литвы работал Викторас Благнис (Blagnys, р. 1929 02 04 Гаргждай). Работал учителем, заочно окончил студии математики в нын. ВПУ. В педагогической периодической печати опубликовал 13 статей [1].

В МП Литвы в 1977–1990 г. работала и ученица А. В. Клебанскиса Она Януте Вокетайтите (Vokietaitytė, р. 1941 10 28 Мариямполе). После окончания студий математики в нын. ВПУ работала учительницей, в 1971–1977 г. – методисткой кабинета математики РИУУ. В педагоги–ческой периодической печати опубликовала несколько статей, со соавто–рами написала сборники экзаменационных задач для 8-го и 11-го классов, перевела несколько учебных пособий с русского языка [1].

В МП Литвы работал и выпускник нын. ВПУ (окончил в 1959 г.) математик Владас Мальцявичюс (Malcevičius, р. 1934 07 09 д. Йомантай Тельшяйского р.). Работал учителем, завучем, инспектором РОНО, в 1972–1987 г. – инспектор, а потом – зам. начальника учебно – методи–ческого отдела МП. Со соавторами написал вышеупомянутые сборники экзаменационных работ, перевел несколько учебных пособий с русского языка [1].

Более 30 лет в газете „Tarybinis mokytojas“ („Tėvynės šviesa“) работал корреспондент математик Юлюс Норкявичюс (Norkevičius, р. 1932 10 04 Тельшяй). Сам опубликовал 10, со соавторами – 23 крупные статьи по дидактике математики. Написал очень много мелких статей, редактировал все математические статьи других авторов, часто – заказывал такие статьи, искал авторов среди учителей. В 1978 г. Ю. Норкявичюс стал заслуженным учителем Литвы [1].

Литература

1. Ažubalis A. *Matematikos didaktika* Lietuvos pedagoginėje periodikoje (1945–1990 m.). Vilnius, 2005.
2. Bendžius A. *Bendrojo lavinimo ir aukštoji mokykla Tarybų Lietuvoje 1940–1970 m.* Vilnius, 1973.
3. Zybartas A. *LTSR kaimo dieninė bendrojo lavinimo mokykla (1945–1975).* Kaunas, 1985.

Summary

Work experience of 11 people that were involved in mathematics didactics is described in the article. The people mentioned worked at the Ministry as well as at its subordinate institutions. A major part of mathematics didactics specialists worked at the Republican Institute of Teachers' Qualification Improvement. Among them were A. V. Klebanskis (1907–1978), K. Pulmonas, E. Masiulienė, A. Ažubalis. A. Lepeškevičius and M. Vosylienė worked at the Institute of Pedagogical Scientific Research. V. Liutikas (1930–1997), V. Blagnys, O. J. Vokietaitytė and V. Malcevičius worked at the Ministry of Education. A journalist of pedagogical newspaper J. Norkevičius wrote articles on mathematics didactics issues. Taking into consideration rather limited opportunities of that time, the persons mentioned made a considerable contribution into mathematic didactics. A considerable amount of didactic editions were published, many articles on didactics appeared in periodic editions. Two of the above-mentioned people were granted a professor degree (A. Ažubalis, V. Liutikas), one was granted an associated professor degree (M. Vosylienė). Taking into account that publication of textbooks, tasks and other educational means of that time were monopolized by the Central management of education in Moscow, the aforementioned people were actively involved in translation of the means mentioned from Russian into Lithuanian. At present, a considerable amount of the persons mentioned successfully participate in activity in the field of mathematic didactics.

THE SYSTEM OF TEST ITEMS TO IDENTIFY STUDENTS OF PRIMARY SCHOOL GIFTED IN MATHEMATICS

Tatjana Bakanovienė
Šiaulių universitetas, Lietuva

Abstract. *The paper deals with issues of identifying children gifted in mathematics by the help of tests. To prepare tasks of test for such purpose properly is rather difficult. It is very important that tasks included into the test suited the purpose of the test as good as possible. It is recommended to calculate the coefficients of tasks difficulty and indexes of tasks discrimination. Those diagnostic features help to evaluate suitability of the tasks for the exploratory group and differentiate it in order to separate students of different abilities.*

Keywords: *difficulty of tasks, relevance of tasks, index of discrimination, tests items‘ diagnostic features.*

В зарубежных странах очень часто к особым детям причисляют одаренных и талантлевых детей, которым так же как и детям со специальными потребностями необходимо особое обучение. Проблемными вопросами в этой области определяются – проблема идентификации, особенности обучения, психологические качества одаренных детей, природа одаренности. Особенно важно вовремя заметить одаренность ребёнка в той или иной области и создать необходимые условия для развития этих необыкновенных возможностей. Поэтому вопрос идентификации одаренных детей имеет особую актуальность. Этот вопрос достаточно сложный, обусловленый сложностью самой одаренности.

В серьёз проблемой одаренных и талантливых людей начали интересоваться в начале XX века (Бине А., Штерн В., Гослин Д., Термин Л. и т. д.). Большенство из них интересовались психологическими особенностями одаренного человека, его интелектом. Создавались различные диагностические инструменты для измерения интелекта. Так появился IQ коэффициент и различные его интерпретации, на основании которых ученные пытались установить одаренность человека. Гарднер Г. первый устанавил, что существует интелект различных типов, поэтому тест на измериние интелекта должен быть универсальным. Тем более одареного человека нельзя характеризовать одними лишь измерениями интелекта, сюда так же входят психологические особенности, особенности процесса мышления. Все это требует комплексного подхода к данной проблеме.

Учёные Стенли, Бенлоу, Крутецкий в своих иследованиях занимались одаренными к математике детьми, их интересовали психологические и интелектуальные особенности таких детей. В Литве некото–

рыми вопросами одаренных к математике детей занимаются Б. Наркявичене, Д. Киселёва и А. Киселёв. Но и этого недостаточно, многие авторы подчеркивают, что в Литве вопросам одаренных детей уделяется мало внимания, нет общей стратегии по работе с одаренными детьми. Особенно в стороне остаются ученики начальных классов (Р. Вайзгирдене, Р. Мацфйтене, 2002).

Работая с одаренными детьми чаще всего используется традиционные формы обучения, к ним уже так же можно причислить подготовку к конкурсам и олимпиадам (Б. Наркявичене, 2002). Это один из методов, который позволяет определить различные математические способности. Ученые (Крутецкий В., Киселёв А., Киселёва Д.) в своих работах предла–гают использовать тесты с заданиями, в которых оставлено место для решений. Именно анализ решений позволяет выявить одарен–ных к метематике детей, их математические способности, свойства процес–са мышления. Тестовые задания характеризуются такими показателями: актуальность задания, сложность задания, индекс дискриминации за–дания.

Актуальность задания – задание оптимально удоволетворяет цель теста (что хотим установить тестом: усвоение программы, знания, спо–собности).

Сложность задания – это характеристика задания, которая показы–вает статистический уровень решения задания в исследованной группе. Такой анализ тестовых заданий один из главных этапов, составляя тесты и устанавливая диагностические свойства заданий (Thorndike et. al.. 1991). Сложность задания выражается коэффициентом сложности, который равен, соотношению числа правильно решивших задание и числа не правильно решивших задание. Коэффициент сложности влияет на валидность и достоверность теста.

Индекс дискриминации задания – свойство задания дифференци–ровать учащихся по результатам всего теста. Один из показателей характеризующий дискриманацию задания – индекс дискриминации. Индекс дискриминации равен, разности между коэффициентами сложности заданий в группах.

Конечно же надо не забывать, что задания, входящии в тест, должны так же быть составлены в соответствии образовательным программам и стандартам.

Цель – проанализировать диагностическии показатели заданий ма–тематического теста, который использовался для поиска способных к математике учеников начальных классов.

Объект – тестовые задания, которые были использованы 2005 г. на республиканской олимпиаде по математике 4 – 5 классов.

В тест входили задания из всех 5 разделов, предлагаемых в программах: применение математики (5, 6, 7) вычисления (1, 4) основы геометрии (10, 11) измерения (2, 3, 8, 9, 12) основы статистики (13, 14).

Тестовые задания решали ученики 4–5 классов, которые были лидерами в городских и районных олимпиадах по математике. После решения теста проверялась правильность решения заданий. После этого были вычисленны выше указанные показатели (коэффициент сложности, индекс дискриминации и т. д.). Далее в таблице 1 показан коэффициент сложности всех заданий:

1 таблица

Распределение заданий олимпиадного теста по коэффициенту сложности

№	Коэффициент сложности	№	Коэффициент сложности	№	Коэффициент сложности	№	Коэффициент сложности
1	0,91	5	0,47	9	0,39	13	0,89
2	0,86	6	0,82	10	0,22		
3	0,55	7	0,82	11	0,63	14	0,80
4	0,52	8	0,40	12	0,77		

Коэффициент сложности может принимать значения из интервалла от 0 до 1. Рекомендуется для тестов выбирать задания коэффициент сложности, которых от 0,16 до 0,84. Как видим, в нашем анализируемом тесте 3 задания коэффициент сложности которых больше, чем 0,84. Поэтому можно делать вывод, что они были залегкие респондентам.

Также рекомендуется, что задания из одного раздела были расположены так, чтобы в начале были легкии, следующие усложнялись. Цель такого расположения усиливать мотивацию, заинтересованность детей решить задания до конца. В анализируемом тесте задания подбирались следуя этому принципу (см. рисунок 1).

1 рис. Коэффициент сложности заданий по разделам

Индекс дискриминации (обозначим D) как уже упоминалось, позволяет как можно точнее дифференциировать учеников по результатам всего теста. Индекс дискриминации может принимать значения от – 1 до 1. Чем ближе к 1 значение индекса дискриминации, тем лучше задание позволяет дифференцировать учащихся: те которые решили это задание должны показать хорошии результаты всего теста. Отрицательные значения указывают, что ученики в общем хорошо решившии задания всего теста, данное задание решили хуже, чем те, которых результаты всего теста хуже. Задания индекс дискриминации, которых меньше, чем 0,20 должны быть исключены из теста.

Оценивая задания, анализируемого теста использовали таблицу интерпретации индекса дискриминации, которая предлагается Киселёвым А., Киселёвой Д. (2004). Индекс дискриминации тестовых заданий показаны в таблице 2:

2 таблица

Индекс дискриминации заданий

№	D	№	D	№	D	№	D
1	0,82	5	-0,06	9	-0,22	13	0,79
2	0,71	6	0,65	10	-0,55		
3	0,10	7	0,65	11	0,26	14	0,59
4	0,05	8	-0,19	12	0,55		

На основе этого можно сделать вывод, что 4 и 5 задания должны быть исключенны из теста, так как индекс дискриминации < 0,20. Задания 8, 9 и 10 лучше решались учениками, общий результат решения всего теста был хуже, чем у других. Индекс дискриминации 1 и 13 заданий довольно высокий (0,82 и 0,79), но это не позволяет делат конкретных выводов так как коэффициент сложности этих заданий высокий, что указывает на легкость этих заданий.

Выводы:

1. Вычислив коэффициент сложности можно делать следующие выводы:

- Задания анализируемого теста были довольно легкими для отобранных респондентов.
- Задания раздела „Основы статистики” были залегкими (коэффициент сложности заданий всего раздела 0,85). Задания раздела „Основы геометрии” довольно тяжёлыми (коэффициент сложности заданий всего раздела 0,42).
- Диагностические показатели заданий могут и несовпадать с мнением экспертов о данном задании.

2. На основании рекомендаций по составлению тестов, удачнее всего подобранны задания раздела „основы геометрии” (из двух заданий одно сложное (коэффициент сложности – 0,22), другое легче (коэффициент сложности – 0,66). Что не удалось реализовать в остальнных разделах.

3. Индекс дискриминации выделил два задания, которые должны быть исключены из теста (индекс дискриминации < 0,20), три задания с отрицательным индексом дискриминации указали задания с противоположной скириамойи геба.

Литература

1. Kiseliova D. (2000)// *Matematikai gabių ketvirtokų matematinių pasiekimų diagnostika.* Matematikos rinkinys. Specialus numeris. T (20). Vilnius.
2. Kiseliovas A., Kiseliova D. (2004). Matematinių gebėjimų diagnostika. I ir II dalis. Šiauliai.
3. Narkevičienė B. ir kt. (2002). *Itin gabių vaikų ugdymo situacijos Lietuvoje analizė.* (Tyrimo ataskaita iš www.smm.lt) [žiūrėta 2005-04-19].
4. Vaizgirdienė R., Macaitienė R. (2002). Atpažinkime gabųjį mokinį// Pradinis ugdymas. Nr. 3. Šiauliai.
5. Крутецкий В. (1968). *Психология математических способностей школьников.* Москва.

Summary

The analysis of literature allows to state that in primary forms there is no attention paid to education of gifted children, there is no strategy of work with the most gifted children (Vaizgirdiene, Macaitiene, 2002). However, it is emphasized that a child at school must get education according to his individual features, needs and potential. Therefore recognizing a student gifted in mathematics becomes the duty of every teacher. Only then optimal education of skills adequate to child's potential is possible. Issues of children gifted in mathematics have been discussed by many scientists of the world (e.g. Stanley J.C., Benbow C., Крутецкий В., Narkeviciene B., Kiseliovas A., Kiseliova D., etc.). In the works of all of them it is proposed to use various systems of tests for identification. But it is emphasized that tasks included in the tests should give as much information about child's mathematical abilities. At the same time tasks included in the tests have to correspond to child's age and standards of education in the country. When analysing the tests it is proposed to pay attention at the relevance and difficulty of tasks, their index of discrimination. Analysis of solutions of test tasks allows to evaluate different mathematical abilities and their level and to target further child's education at proper direction.

ОСОБЕННОСТИ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМОЙ УЧИТЕЛЯМИ МАТЕМАТИКИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

Витаутас Бярнотас, Нийоле Цибульскайте
Вильнюсский педагогический университет, Литва

Keywords: *group, main, mathematics, method, project, school, teaching, traits.*

Проблематика. Цели реформирования просвещения в Литве [9] ориентируют на совершенствование системы подготовки учителей. На изменение этой системы влияет новое учебное содержание на всех ступенях обучения, модернизация этого процесса в высших школах и новые ценностные ориентации будущих педагогов [10]. Для подготовки учителей, владеющих современной дидактикой, необходимо развивать способности студентов конструировать методику, соответствующую новому пониманию процесса обучения, и устанавливать позитивные взаимоотношения между воспитателями и воспитанниками.

Цели исследования. Целями проведенного пилотажного исследова– ния – выяснение особенностей методик обучения, которые используют учителя математики в V–X классах, и выделение некоторых элементов конструктивных взаимоотношений учителей и их воспитанников.

Методика исследования. Опрошено 912 учеников V–X классов:162 ученика V, 154 – VI, 148 – VII, 148 – VIII, 162 – IX, 143 – X класса из 43 городов и поселений Литвы. Учитывая географию опроса и общее число, опрошенные могли бы репрезентировать всех учащихся V-X классов Литвы, но число учащихся отдельных классов невелико, поэтому данные должны уточняться при последующих исследованиях. Использованы модифицированные анкеты, ранее предложенные при исследовании особенностей методик обучения и взаимоотношений между учителями математики и учащимися V–VI классов основных школ [4], [5] и учащихся XII классов средних школ и гимназий [6].

Результаты исследования и их анализ. Чтобы установить, исполь– зуют ли учителя кроме традиционных, нетрадиционные методы активного обучения, ученикам были заданы вопросы: просил ли учитель иногда во время урока проверить, оценить свою работу или работу одноклассника; проверить домашние или классные работы в группе из нескольких учени– ков; выбрать самостоятельно задание или вариант; работать самосто– ятельно; представить свою или групповую проектную работу; изучать наглядное пособие; работать с компьютером; ознакомиться с элементами истории математики; выполнить задания математических экскурсий. Положительные ответы учеников V–X классов представлены в 1 таблице. Анализ данных показал, что:

- *чаще всего организуемая форма обучения – самостоятельная работа*: от 90% учеников VII и X до 96% IX класса утверждали, что работали самостоятельно. Возможно, причины частого проведения таких работ в младших V–VI классах и реже – в VII и X классах, скрываются в психологии учеников младших классов – может быть, они акцентировали эту форму занятия из-за яркого контраста с их обучением в начальной школе [8];

- *учителя довольно часто организовывали самоконтроль учеников:* проверять свою работу пришлось от 55 % учеников VII до 70 % учеников VIII–IX классов. Редка эта форма учебного занятия в VI–VII классах, что может зависить и от особенностей подростков концентрировать внима–ние, и от меняющейся мотивации обучения [2;

- *учителя часто использовали наглядные пособия:* от 41 % учеников X до 60% учеников VIII класса утверждали, что учителя просили изучить демонстрируемое наглядное пособие. Может быть, на это влияют особен–ности учебной программы [11] и имеющиеся наглядные пособия – в VIII–IX классах изучаются формулы, широкий курс геометрии; но в X классе редкое применение пособий показывает, что учителя полностью не используют возможности наглядности повторяя пройденный материал - дидактический принцип наглядности [7] требует чаще опираться на конкретно-образное мышление младших учеников;

- *менее часто учителя организовывали взаимоконтроль учеников:* проверять классную работу одноклассника приходилось от 38 % учеников VI и X до 51 % учеников V классов; чаще эта форма занятия применялась в VIII–IX классах; вероятно это позволяет удовлетворить их потребность в общении [2], [8];

1 таблица. Положительные ответы учеников V–X классов об использовании учителями методики обучения (%)

№.	**Просил ли учитель во время урока:**	**V**	**VI**	**VII**	**VIII**	**IX**	**X**
1.	работать самостоятельно	93	94	90	93	96	90
2.	проверить и оценить свою работу	69	62	55	70	74	59
3.	изучать наглядное пособие	59	53	47	60	54	41
4.	проверить, оценить работу одноклассника	51	38	45	50	50	38
5.	самостоятельно выбрать задание и вариант	34	38	43	42	44	46
6.	представить проектную работу	21	26	30	36	36	36
7.	проверить работы в группе учащихся	21	27	34	35	36	36
8.	ознакомиться с элементами истории	49	37	36	38	36	26
9.	работать с компьютером дома	15	12	22	22	22	25
10.	работать с компьютером на уроке	9	6	12	7	11	19
11.	выполнить задания экскурсий	11	25	26	16	22	15

- *еще реже учителя давали возможность ученикам выбирать задание или вариант работы*: от 34 % учеников V до 46 % учеников

X классов на этот вопрос ответили утвердительно. Из таких данных общую тенденцию трудно выявить, но можно считать, что учителя дают возможность выбора более старшим подросткам постепенно с VII класса;

- *реже учителя просили учеников представить свою или групповую проектную работу:* от 21 % учеников V и до 36 % учеников VIII–X классов попросили представить свой или групповой проект. Анализ данных показывает, что в более старших классах этот метод применяется чаще;

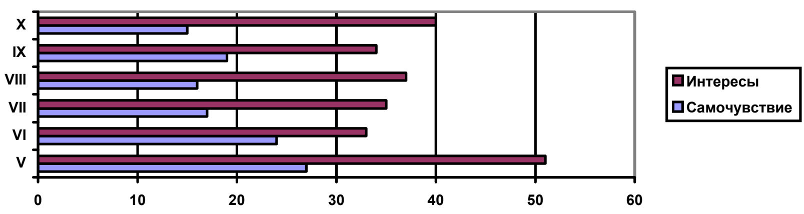
- *учителя нечасто знакомили учеников с элементами истории математики:* от 26 % учеников X до 36–38 % учеников VI–IX классов на этот вопрос ответили положительно, что чаще учителя используют элементы истории до IX класса, может, стремясь заинтересовать под–ростков предметом [3], [8], и кроме того, этому способствует и программа [11];

- *форму групповой работы для самоконтроля учеников применяли немногие учителя:* только от 21–27 % учеников V–VI до 34–36 % учени–ков VII-X классов проверяли домашние или классные работы в группе учеников. Выявляется тенденция, что форма групповой работы применя–ется чаще при обучении более старших подростков [6];

- *немногие учителя организовывали работу с компьютером дома и на уроке*: 22–25 % учеников VI–X и 12–15 % учеников V-VI классов работали с компьютером дома; 12–19 % учеников VII и X и 6–9 % учеников V–VIII классов использовали компьютер для обучения в классе – это свидетельствует, что учителя нечасто применяют новые технологии при изучении математики и чаще применяют их в старших IX–X классах ;

- *учителя также редко давали задания математических экскурсий* - их выполнили 11–16 % учеников V, VIII и X классов и 25–26 % учеников VI–VII и 22 % IX классов – учителя недостаточно используют возмож–ности некоторых учебников в применении методов активного об–учения[11].

1 рисунок. Число учащихсяV–X классов (%), интересами и самочувствием которых учителя интересовались



Выявляя методы, с помощью которых учителя создают необходимую учебную атмосферу и строят взаимоотношения, было выяснено, внимательны ли учителя к интересам и самочувствию учеников во время урока. Также была просьба к ученикам оценить, как часто учителя отмечают проявления гуманистического поведения учеников. Получен–ные данные изображены на 1 рисунке и во 2-ой таблице. Можем делать выводы, что *учителя внимательны к интересам учеников:* высказать своё мнение о том, что ученикам интересно или нравится во время обучения попросили 32–37 % учеников VI–VIII, IX классов и 41 % учеников V и 51 % X классов; менее внимательно учителя относятся к интересам учеников VI и IX классов, хотя ученики именно этого возраста чаще всего теряют учебную мотивацию [2], [3]; *самочувствием учащихся на уроках учителя интересуются редко:* только от 15–19 % учеников VI–X классов и до 24–27 % учеников VI классов интересовались их самочувствием. Анализируя ответы учеников на вопросы, которые характеризуют качество отношений учителей с ними (2 таблица), было установлено, что *82–90 % учеников* чувствуют *внимание учителей, 71–86 % – их помощь, 64–83 % – доверие*; *72–83 % учеников* чувствуют *прямоту и 73–85 % - искренность учителей*; *64–83 % учеников* чувствуют *добросовестность и 63–68 % доброжелательность учителей*; замечают, что они *приучаемы быть исполнительными 61–77 % учащихся*; *54–75 % учеников* ощущают *сочувствие учителей, поощрение быть активными – 62–77 %*; *41–50 % учеников* считают, что *оцениваются их заслуги, меньше всего внимания уделяется воспитанию уважения друг к другу в VII, IX классах—-* соответственно 41 % и 42 % учеников считают, что их достижения и заслуги оцениваются; *25–54 % учеников* считают, что учителя в них воспитывают *самоуважение*; реже *самоуважение поощряется в VII–IX классах* – только 25–33 % учеников чувствуют, что их приучают не хвалиться; *все подсчитанные средние проценты самые высокие в V – 78 % и VIII – 69 % и самые низкие в VII, IX–X классах – 65 %.*

Можно считать, что учителя *воспитывают в учениках сочувствие*, *поощряют откровенность* и *самостоятельность* и *меньше внимания уделяют чувству собственного достоинства учеников*; *особенно отчетливо видна проблема недостаточного внимания к воспитанию чувства собственного достоинства учеников VП–1Х классов; больше всего внимания уделяется установлению приемлемых взаимоотношений с учениками в V–V1и меньше всего в VII и IX–X классах.*

Выводы

1. В современной основной школе Литвы, обучая учащихся V–X классов, учителя математики часто используют традиционные методы обучения: организовывают самостоятельную работу, самоконтроль и применяют наглядные пособия – возможность опираться на конкретно-образное мышление чаще используют при обучении учащихся V–VI классов; реже организуют работу в парах, чаще этот метод употребляя в VIII–IX классах, может быть, с целью дать большую возможность

подросткам общаться; также учителя редко приучают учеников к выбору заданий или варианта работы, хотя возможность выбора дают в более старших – начиная с VII класса; редко знакомят учеников с элементами истории математики: чаше применяют в IX классах, чтобы заинтересовать учащихся, этому способствует и программа этих классов; редко исполь–зуют современные методы активного обучения: организуют работу в группах, особенно обучая подростков; редко дают делать проекты, хотя в старших классах развитию таких коллективных способностей учащихся уделяют больше внимания; еще редко учителя используют для обучения компьютеры и только в старших классах основной школы; также редко дают экскурсионные задания; данные показывают, что возможности некоторых учебников VI–VIII применять методы активного обучения используются недостаточно.

2 таблица. Ответы учеников „всегда“ и „часто“ на вопросы о взаимоотношениях учителей с учениками (%)

№	Показываемое, поощряемое, воспитываемое проявление поведения	V	VI	VII	VIII	IX	X
1.	Внимательно выслушивают, когда отвечают	88	90	81	95	82	81
2.	Помогают при неудачах	77	68	62	65	68	66
3.	Помогают, когда просят помощи	86	88	77	87	85	71
4.	Верят в хорошие побуждения, доверяют	83	73	64	74	69	58
5.	Сердечно общаются	85	81	78	80	73	81
6.	Всегда говорят правду	82	83	78	80	72	75
7.	Отмечают твои заслуги	70	50	41	41	42	46
8.	Учат не хвастаться,прививают уважение	54	36	28	33	35	40
9.	Быстро забывают неприятности	78	67	63	65	65	63
10.	Поощряют быть обязательными	77	61	71	75	72	66
11.	Честно признаются, когда неправы	83	75	72	69	74	67
12.	Поощряют за помощь и активность	73	75	62	64	64	65

2. Создавая учебную атмосферу для и хорошие взаимоотношения с учащимися, учителя на уроках обращают внимание на интересы учеников; но менее внимательны к интересам учащихся VI–IX классов, хотя ученики именно этой возрастной группы чаще теряют желание учиться; уделяют недостаточно внимания самочувствию учеников, особенно подростков; больше всего внимания проявлениям гуманного поведения уделяют в V–VI классах и меньше – в VII и IX–X классах; приучают учеников к чуткости, откровенности и активности; особенно выражена проблема недостаточного внимания к воспитанию само–уважения в VII–IX классах.

Рекомендации

Опираясь на полученные данные, можно рекомендовать институ–циям, подготавливающим учителей математики, уделять больше внима–

ния развитию способности студентов конструировать современную мето–дику обучения и формировать эффективные межличностные отношения с учащимися. Преподавая курсы дидактики, информатики и психологии, желательно было бы учить студентов применять дидактические принципы обучения математике, больше внимания обращая на возрастные особен–ности учеников; поощрять применение активных методов учения, при–менять новые, современные технологии; воспитывать умение будущих учителей строить взаимоотношения между учащимися и между учащи–мися и учителями, основанные на уважении, самоуважении и других гуманистических ценностях.

Литература

1. Aktyvaus mokymosi metodai. Vilnius, 1999.
2. Barkauskaitė, M. Mokinių statuso, interesų, vertybijių nuostatų dina–mika//Pedagogika, 32, 64–70p.
3. Butkienė, G., Kepalaitė, A.. Mokymasis ir asmenybės brendimas. V., 1996.
4. Cibulskaitė, N. Humaniškų tarpusavio santykių įtvirtinimas kaip matema–tikos mokymo(si) proceso humanizavimo galimybė//VII tarptautinė mokslinė konferencija „Mokslas-studijos-mokykla". Mokslo darbai. Vilnius, 2000.
5. Cibulskaitė, N. Matematikos mokymo humanizavimas V-je pagrindinės mokyklos klasėje: daktaro disertacija. Vilnius, 2000.
6. Cibulskaitė, N. Nūdienos matematikos mokymo XII-je klasėje ypatybės. Lietuvos matematikos rinkinys, T.43, spec. nr., 330–334. MII, 2003.
7. Fridmanas, L.Matematikos mokymo ped. psichologijos pagrindai. K., 1988.
8. Gage, N. L., Berliner, D. C. Pedagoginė psichologija. Vilnius, 1994.
9. Lietuvos bendrojo lavinimo mokyklos bendrosios programos. Vilnius, 1997.
10. Vaitkevičius, J. Pedagogų rengimas kaip problema// V tarptautinė mokslinė konferencija "Lietuvos valstybingumas ir mokykla". Vilnius, 1998
11. V–X klasių vidurinės mokyklos matematikos vadovėliai, knygos mokytojui.

Summary

The research deals with the scientific problem: what possibilities exist to find the methods to modernize teaching of mathematics in the main school. The aims of this research were to ascertain the traits of mathematics teaching of V-X formers. The following peculiarities were defined: teachers applied such methods as independent work, self-control and should be recommended to pay

more attention to control in pairs, to organizing the work of students in groups and with computers, to project making, to emphasize of historical elements. Considering peculiarities of human behavior of junior teenagers, teachers should to maintain friendly relations, fostering pupil's self-respect and respect.

ИНТЕРПРЕТАЦИИ С ПОМОЩЬЮ ГРАФОВ В КОНКУРСНЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ УЧЕНИКОВ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

Даце Бонка
Латвийский Университет, Рига, Латвия

Abstract. *General methods of mathematics are often applied to mathematics contest problems. One of these methods is the method of interpretations. Some examples of applying it to problems for students of Grades 4–9 are considered in the paper.*

Keywords: *graphs, mathematical contests for junior students, the method of interpretations.*

Метод интерпретаций – один из общих методов математики

Конкурсные задачи по математике часто основываются на общих методах математики. Такими методами являются: метод математической индукции, метод среднего значения, метод инвариантов, метод экстре–мального элемента и метод интерпретаций.

Сущность метода интерпретаций такова: если данную задачу мето–дами ее области математики решить трудно или невозможно, все вели–чины и связи между величинами данной задачи «переводят» (интер–претируют) в другую область математики или в другую науку и решают новую задачу; потом результат «переводят» обратно в первоначальную область. Самое сложное при использовании метода интерпретаций – **найти** «выгодную» интерпретацию данной задачи. Интерпретация является успешной, если решение полученной задачи не занимает много усилий или тривиально.

Для успешного использования метода интерпретаций требуются обширные знания в разных областях математики, а также хорошо развитые способности анализировать и синтезировать информацию, поэтому ученики 4–9 классов не могут широко применять этот метод при решении задач. Но тем не менее даже ученики младшего возраста способны применять некоторые интерпретации.

Интерпретации с помощью графов

Наиболее распространенным видом интерпретаций, который приходится по силам ученикам основной школы, является интерпретации с помощью графов. В младших классах граф вводится как конфигурация, состоящая из точек и соединяющих их линий.

Так как графы показывают соотношения между любыми двумя вершинами (смежны они или не смежны), они являются наглядными изображениями задач, в которых речь идёт про какое-либо множество объектов и бинарное отношение элементов этого множества.

Типы задач, интерпретируемых на графах

- ***Задачи про группы людей и отношения между людьми***
  - Если рассматриваемые отношения взаимны (например, дружба), то, изображая людей точками, а дружбу между ими – соответстbeующим отрезком, получаем обыкновенный неориентированный граф.

Пример 1. *В одной стране живут несколько рыцарей. Каждые два из них либо дружат, либо ненавидят друг друга. Каждый рыцарь ненавидит ровно трех других; все рыцари соблюдают такой принцип: «враг моего друга – мой враг». Сколько рыцарей живет в этой стране?*

Изобразим рыцарей точками. Соединим линией две точки, если соответствующие рыцари ненавидят друг друга. Очевидно, рыцарей должно быть как минимум 4. Также легко доказать, что их не может быть больше 6 и не может быть нечетное число.

На рис. 1 изображены ситуации с 4 и 6 рыцарями.

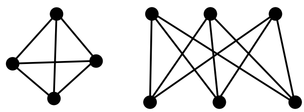


Рис. 1

  - Если отношения не взаимны (например: если A имеет симпатии к B, то не объязательно B имеет симпатии к A), получаем ориентированный граф.

Пример 2. *На конференции с докладом выступили 12 ученых. Каждый ученый прослушал доклады 6 коллег. Объязательно ли существуют два ученых, которые прослушали доклады друг друга?*

Обозначим ученых точками. Проведем стрелочку от A к B, если ученый A слушал доклад ученого B. Тогда будет проведено 12·6=72 стрелочек. Но граф с 12 вершинами содержит не более 66 ребер, значит, хоть на одном ребре будет отмечены 2 стрелочки. Соответствующие два ученых прослушали доклады друг друга; следовательно, таких двух ученых можно найти.

- o Если между членами группы существуют отношения разного рода, получаем граф, ребра которого раскрашены в несколько цветов.

Пример 3. *На съезде встретились руководители 10 стран. Доказать: среди них можно найти либо трех таких, которые все дружат друг с другом, либо четырех таких, что ни один не дружит ни с кем из них.*

Эту задачу интерпретируем как полный граф с 10 вершинами, ребра которого раскрашены в два цвета: если руководители, соответствующие вершинам ребра, дружат, то это ребро красим в один цвет, если не дружат – во второй цвет. Поскольку любые два руководителя либо дружат, либо не дружат, то любое ребро рассматриваемого графа будет раскрашено в один из этих цветов. При этом данная задача редуцируется на такой результат теории Рамсея: если полный граф с 10 вершинами раскрашен в два цвета, то в нем содержится либо полный граф с 3 вершинами, все ребра которого раскрашены в первый цвет, либо полный граф с 4 вершинами, все ребра которого раскрашены во второй цвет.

Безусловно, ученики младших классов не знают теории Рамсея, но доказательство вышеупомянутого конкретного факта основывается на довольно простое применение приципа Дирихле.

- o Если рассматриваются только отношения между двумя людьми, один из которых принадлежит к одной части группы, а второй – к другой части этой же группы, получаем двудольный граф.
- ***Задачи про системы дорог между данными городами.*** Города изображаем точками, соответствующие дороги – линиями. В зависимости от условий задачи получаем либо неориентирован–ный граф, либо ориентированный граф, либо граф с ребрами разных цветов.

Пример 4. *В некой стране находится несколько городов. Между некоторыми городами существуют взаимные авиорейсы (если есть рейс от города A в город B, то есть и рейс от B в A). Причем:*

1) из каждого города без пересадки можно долететь не более чем до трех других городов;

2) из каждого города в каждый другой город можно долететь либо без пересадок, либо с одной пересадкой.

Какое наибольшее количество городов может быть в этой стране?

Обозначим города точками, авиолинии – линиями, соединяющими соответствующие точки. Рассмотрим одну точку A. Она соединена линиями максимум с 3 другими точками; из каждой из этих точек выходят еще максимум 2 другие линии. Значит, точек (городов) не может быть больше чем $1+3+3\cdot 2=10$. На рис. 2 изображена схема авиолиний между 10 городами.

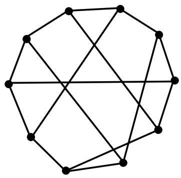


Рис. 2

- ***Задачи про спортивные турниры.*** Тогда точками изображаем участвующие команды/спортсмены, линией соединяем две точки, если соответствующие команды/спортсмены играли друг с другом.
- Интересной является следующая интерпретация.

Пример 5. *В бригаде имеются 10 мастеров и 10 разных станков. Каждый мастер умеет работать на ровно двух станках и на каждом станке умеют работать ровно два мастера. Доказать: мастера можно распределить по станкам так, чтобы каждый мастер попал к станку, на котором он умеет работать.*

На сей раз обозначим мастера белыми точками, а станки – черными точками. Если мастер А умеет работать на станке Х, соединим соответствующие (белую и черную) точки. Поскольку из каждой вершины выходят ровно 2 ребра, полученный граф состоит из одного или нескольких независимых простых циклов, где чередуются белые и черные вершины (см. рис. 3). Объединяя в этих циклах соседние белую и черную вершины, получаем искомое распределение.

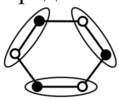


Рис. 3

Решения интерпретированных на графах задач математических конкурсов для школьников среднего возраста чаще всего основываются на следующих результатах теории графов:

- В конечном графе число вершин нечетной степени четно (например, в примере 1 при доказательстве невозможности 5 ры–царей)
- Существование/ несуществование эйлеровых и гамильтоновых циклов
- Критерий двудольности графа
- Теоремы про раскраски графов (например, см. пример 3)
- Формула Эйлера для плоского графа

и др.

Работа выполнена при поддержке Социального Фонда Европы.

Литература

1. A.Andžāns u. c. Profesora Cipariņa kluba uzdevumi un atrisinājumi. Zvaigzne ABC, Rīga, 2000.
2. A.Andžāns, A.Bērziņš. Latvijas atklāto matemātikas olimpiāžu uzdevumi un atrisinājumi. Zvaigzne ABC, Rīga, 1998.
3. Оре О. Теория графов. «Наука», Москва, 1968.
4. Емеличев В.А. и др. Лекции по теории графов. «Наука», Москва, 1990.
5. www.liis.lv/NMS/

Summary

The most popular type of interpretation that is easily understandable to the pupils of basic schools is the interpretation with graphs. The most wide-spread problems that are interpreted with graphs are:

- ✓ Problems about the groups of people and their relationships
- ✓ Problems about the system of roads between cities
- ✓ Problems about the competitions

The accomplishing of the problems that are interpreted with graphs at mathematics contests for the pupils of medium age is usually based on the following results of the graph theory:

- ✓ Every graph has an even number of odd vertices
- ✓ Existence/ non-existence of Euler and Hamiltonian cycles
- ✓ Criterion of bipartiality of graph
- ✓ Theorems about graph colouring
- ✓ The Euler formula for planar graphs
- ✓ etc.

The examples of the tasks from the Latvian Mathematics Contests for the pupils of medium age are discussed in the paper.

ПРИМЕРЫ ИНТЕГРАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН ПРИ ОБУЧЕНИИ СТУДЕНТОВ УНИВЕРСИТЕТА

Наталия Бровка

Белорусский государственный университет, Беларусь

В процессе обучения студентов любой учебной дисциплине в классическом университете перед преподавателем стоит двуединая задача – подготовка специалиста определенной квалификации с одной стороны, а с другой – формирование у выпускников качеств ученого-исследователя. Анализируя ответы студентов-выпускников на государственных экзаме–нах по математике, мы пришли к следующему выводу: как правило, отсутствует понимание взаимосвязи различных математических дисци–

плин, не улавливается общая сущность в различных определениях одного и того же математического объекта, отсутствует видение математики как единой науки, позволяющей различными методами решать практические задачи или научные проблемы.

Например, отвечая по билету, на вопрос из курса математического анализа «параметризованная поверхность», студент дает определение, заученное из учебника или конспекта. Но на дополнительный вопрос

«Задает ли уравнение $x^2 - y^2 = 0$ поверхность и какую в пространстве R^3?» ответить затрудняется, так как считает этот вопрос из курса ана–литической геометрии и совершенно не улавливает связи с предыдущим вопросом.

Другой пример. При ответе на вопрос из курса алгебры о количестве корней алгебраического многочлена был задан вопрос «Какой должна быть степень многочлена с вещественными коэффициентами, чтобы мож–но было утверждать, что он обязательно имеет хотя бы один вещест–венный корень?» студент теряется. И если на прямой вопрос: «Если число $a + ib$ является корнем многочлена, то будет ли его корнем число $a - ib$», как правило, отвечают утвердительно, то увязать это с фактом, что произведение $(a + ib)(a - ib)$ будет числом вещественным уже не могут. Не могут по той причине, что произведение комплексных чисел как операция в C изучается в курсе теории функций комплексной переменной и, на их взгляд, никак не связано с обсуждаемыми вопросами из алгебры. Аналогичная ситуация с непониманием взаимосвязи таких, на наш взгляд, тесно переплетающихся ветвей математики как уравнения математи–ческой физики и математический анализ. Студент бойко отвечает по билету на вопрос о решении смешанной задачи для уравнения теплопро–водности методом Фурье, но не в состоянии решить уравнение $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = 0$, которое решалось в курсе математического анализа еще на втором курсе при изучении дифференцируемости и интегрируемости функций несколь–ких переменных.

Студенты не улавливают взаимосвязи между описанными выше вопросами, так как у них выработался стереотип раздельности изучаемых ими математических дисциплин. Представление о математике, как едином целом, как о науке, отражающей и изучающей реальные взаимосвязи и процессы окружающего мира с различных сторон и с разных точек зрения, отсутствует. Или настолько формально, что не приводит к формированию устойчивых представлений реальности взаимосвязи или интеграции математической теории и человеческой практики. Причины подобного явления разноплановы. Во-первых, они кроются в особен–ностях психологии молодого поколения. Это

- отсутствие навыков самостоятельного мышления;

- отношение к предмету по принципу «Сдал – забыл»;
- неумение выделить наиболее существенные понятия, темы или даже целые содержательные методические линии изучаемой дисциплины. А ведь именно они и являются основными характеристиками (краеугольными камнями) любого математического (и не только математического) курса.

Во-вторых, такому восприятию «отдельности» различных дисциплин способствует то, что их преподают на математическом факультете преподаватели разных кафедр. Помимо различной методики структуриро– вания и изложения материала, каждый лектор пользуется выбранной им самим математической терминологией. Известно, что в различных учебниках по математике одни и те же математические понятия могут обозначаться (называться) разными терминами. Например, в курсе "введение в математику" дается определение точки сгущения, а в курсе математического анализа – предельной точки множества. Студенты зача– стую не в состоянии связать между собой эти понятия.

Кроме того, есть математические термины, которые без изменений используются в различных областях математического знания, но несут разную смысловую нагрузку. «Сечение» есть в геометрии, и есть «сече– ние» при изучении множества действительных чисел по теории Деде– кинда. Здесь уже возникают причины третьего плана, которые кроются в самих особенностях математики как науки – в ее абстрактности, в много– образии математического языка, в многовариантности подходов и мето– дов, которые являются прямым следствием ее универсальной примени– мости. Но именно такие особенности математики, как алгоритмичность, логичность, доказательность утверждений и выводов, единство ее частей позволяют научить студентов видеть единообразие в многовариантности [1]. Реализация формирования целостного математического мышления может способствовать усилению междисциплинарных и внутридисци– плинарных связей при изучении каждой из содержательно-методических линий учебного курса. Анализ программы курсов математического ана– лиза, дифференциальных уравнений, алгебры, аналитической и диф– ференциальной геометрий позволяет сделать вывод о необходимости вы– деления и акцентирования взаимосвязи, во-первых, между конкретными темами каждого из курсов, а во-вторых – между изучаемыми математиче– скими объектами и их реальными приложениями (где это возможно). Осуществление этих задач следует начинать уже на первом курсе.

Что касается методики чтения лекций по каждому из разделов математики, то здесь следует непременно не только учитывать, но и подчеркивать взаимосвязи основных содержательно-методических линий различных математических дисциплин.

Такие внутридисциплинарные и междисциплинарные связи осу– ществляются как по горизонтали – при изучении одной или близких тем по разным математическим дисциплинам параллельно, (такое изучение можно назвать линейным), так и по вертикали - когда тема изучается на разных курсах обучения в разных аспектах (так называемый концентри–ческий способ изучения).

Например, упомянутые связи естественно осуществляются при изу–чении следующих тем, указанных в таблице:

№ п.п.	Тема	Математические дисциплины
1	Кривая, длина дуги, натуральная параметризация. Поверхность, спосо–бы задания. Площадь поверхности	Геометрия (1 курс), математический анализ (I курс).
2	Билинейные и квадратичные формы. Первая квадратичная форма поверх–ности. Условный экстремум, критерий Сильвестра.	Геометрия (1 курс), математический анализ (I курс), алгебра (I курс).
3	Комплексные числа, их свойства.	Алгебра (I курс), теория функций комплексного_переменного (III курс).
4	Линейные операторы. Пространство линейных ограниченных операторов, его полнота.	Математический анализ (I курс), алгебра (I курс), функциональ–ный анализ (Ш курс).
5	Формула Тейлора. Разложение аналитических функций в ряд Тейлора. Ряды Лорана.	Математический анализ (I курс), теория функций комплексного переменного (III курс).
6	Ряды Фурье. Свойства гармонических функций. Решение смешанных задач для уравнений теплопроводности и колебания струны методом Фурье.	Математический анализ (II курс), теория функций комплексного переменного (III курс), уравнения математической физики (III курс).
7	Интеграл Римана. Криволинейные, поверхностные, кратные интегралы. Мера Лебега. Интеграл Лебега.	Математический анализ (I курс), функциональный_анализ (Ш курс).
8	Дифференцирование и интегрирование функций многих переменных. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений.	Математический анализ (I курс), дифференциальные_уравнения (II курс).

Так, при изучении темы «Дифференцируемость функций» и «Определенные интегралы» помимо известных приложений понятия производной к кинематике, а интеграла к вычислению объемов, площадей и длин дуг кривых, целесообразно рассматривать задачи математического моделирования. Такой подход дает возможность проиллюстрировать построение простейших математических моделей целого ряда реальных процессов и явлений. Среди них:

- изучение времени полураспада радиоактивного элемента в зависимости от его массы;

- насыщаемость раствора солью в зависимости от температуры раствора;

- изучение закона распределения температуры внутри трубы и выделение трубой теплоты в зависимости от времени и тепло–проводности;

- движение летательных аппаратов на околоземной орбите;

- скорость истечения воды из сосуда;

- выбор оптимальной кривой при решении задач поиска;

- решение задачи определения времени преступления (на основе закона излучения Ньютона скорость охлаждения тела в воздухе пропор–циональна разности между температурой тела и температурой воздуха);

- задача о брахистохроне: среди всех кривых, проходящих через две заданные точки A и B, не лежащие на одной вертикали, найти такую, двигаясь по которой под действием силы тяжести материальная точка скатится из A в B за кратчайшее время.

Последняя задача была решена усилиями Г.В. Лейбница, И. Ньютона, Г. Лопиталя и Я. Бернулли. Помимо значимости ее решения с естественно-научной точки зрения, она стала источником идей новой области математики - вариационного исчисления [2].

Очевидно, что на изучение и обсуждение таких приложений во время лекции по конкретной математической дисциплине можно осуществить не всегда в силу насыщенности лекции основным программным материа–лом и ограниченности времени. Но даже упоминание и перечисление подобных задач дает студентам возможность увидеть реальную значи–мость и востребованность изучаемых абстрактных математических понятий и методов. Такой подход пробуждает интерес, дает толчок к позитивному восприятию кажущихся на первый взгляд надуманными теорий или терминов, позволяет осуществлять творческий подход к изучению многих вопросов и тем. Более подробное исследование и методы решения упомянутых задач могут служить темами докладов во время занятий в рамках учебно-исследовательской работы студентов, курсовых работ.

Литература

1. Бровка Н. В. Особенности математики как учебного предмета. «Вышэйшая школа», №4, 2003г., с.27–31.
2. Амелькин В. В., Садовский О. Г. Математические модели и диффе–ренциальные уравнения. 1998г. Минск.

Summary

One of the problems arising during preparation of the mathematics teacher at classical university represents a problem of integration of the theory and practice at training students to mathematics as to one of the most difficult and abstract subjects. Integration of the theory and practice of professional becoming of the future teacher at classical universities is the most expedient for carrying out on the purposes, under the maintenance, on formed skills, on means of training.

МЕТОДЫ ПРЕПОДОВАНИЯ МАТЕМАТИКИ НА ПОДГОТОВИТЕЛЬНОМ ОТДЕЛЕНИИ ВУЗА

Сармите Черняева

Латвийский Сельскохозяйственный университет, Латвия

Keywords: *The study process in university, teacher, student, "memory cards", "portfolio", knowledge integration.*

Так как процесс обучения в вузах непрерывно усовершенствуется, а главная цель обучения не меняется – молодым людям должна быть дана возможность получить качественные знания и навыки для обеспечения их дальнейшего продвижения в жизни и профессиональной карьере. Эта цель осуществима успешным сотрудничеством двух независимых сторон – преподавателя и студента.

Преподаватель это персона, отвечающая за то, чтобы группа студентов усвоила или переняла его знания или опыт. Своим жизненным опытом, профессиональной компетентностью, арсеналом методических методов работы преподаватель обеспечивает качественный процесс обучения.

Престиж любого вуза это его студенты с их усвоенным количеством и качеством знаний, а так же их конкурентноспособностью на рынке труда. Взаимодействие преподавателя и студента образует процесс обучения в ходе которого возникают общие цели, интересы и общая работа.

Для того, чтобы успесшно направить ученика средней школы в процесс обучения, каждый год в Латвийском Сельскохозяйственном университете (далее ЛСУ) организуются подготовительные курсы по математике. Так как роль математики возрастает не только в научно-исследовательской работе, но и в учебной работе, работая с различными компьютерными программами, качественному изучению математики следует уделить повышенное внимание. Так как в ЛСУ курс высшей математики основывается на знаниях, усвоенных в средней школе, важно достичь того, чтобы претенденты начали обучение с достаточной базой навыков и основных знаний, с позитивным отношением к изучению математики. Вот уже в течении 6 лет в ЛСУ я веду подготовительные курсы по математике, и могу сделать вывод, насколько велика роль преподавателя в подготовительной работе с учащимися разного уровня подготовленности. Главной проблемой в педагогической работе является то, как в максимально короткие сроки оценить уровень знаний каждого претендента и всей группы в целом, возможности сотрудничества и самостоятельной работы, выявить ’’белые пятна’’ в освоении основного курса для формирования оптимальной программы курса и выбора наиболее эффективных методов в организации процесса обучения.

В своем опыте работы я использую так называемый ’’многоступенчатый’’ принцип работы. Начинаю с блока из четырех уроков в неделю, что дает достаточный интервал времени для реализации методов. Как обычно принято - начало урока предусмотрено для того, чтобы получить представление о новой теме – диалог или монолог преподавателя, это зависит от знаний аудитории по данной теме. На этом этапе урока решается не более двух задач по новой теме. Решенные задачи остаются на доске. Наилучший вариант это, когда ученики сначала следуют обьяснениям преподавателя и только потом конспектируют решение задачи. Тогда ученики начинают работать самостоятельно и в процессе этой работы начинает действовать вышеупомянутая ’’многоступенчатая’’ система.

В аудитории всегда имеется несколько учеников способных по образцу самостоятельно решать задания. Среди них можно различить 3 типа так называемых – ’’разговаривающих’’, ’’вопрошателей’’ и ’’молчунов’’. Первые вступают в диалог с преподавателем по поводу возникших неясностей, что позволяет следить за процессом решения задачи тем ученикам, которые орентируются на слух – так называемые ’’аудиалисты’’. Вторые просят учителя подойти и индивидуально обьяснить как преодолеть возникшие неясности или убедиться в правильности начатого решения задачи. Третьим необходимо умение преподавателя уловить нужный момент когда следует подойти и помочь преодолеть возникшие неясности. Это уже является второй ступенью в процессе обучения. Осуществляется связь: учитель-ученик. У обоих упомянутых групп есть так называемые ’’последователи’’– это ученики, которые стесняются использовать помощь учителя и обращаются за помощью к своим рядомсидящим, поэтому очень существенно, чтобы на уроке была свободная амосфера. Это является третьей ступенью. Осуществляется метод: ученик-ученик.

На практике эта цепочка может быть гораздо длиннее. Поэтому я употребляю термин ’’многоступенчатая система’’. Работая таким образом учитель все время находится в непрерывном движении, поскольку конкретные вопросы научились задавать и те ученики, которые в первой половине урока молчали.

В чем же заключается главный эффект :

1) в большей или меньшей степени ученики самостоятельно решают большое количество заданий нежели на простом уроке. Таким образом у учеников образуется более широкий спектр примеров для использования их в самостоятельной работе;

2) ученики первой группы, обьясняя решение задач другим, усваи–вают материал еще лучше;

3) некоторые навыки самостоятельной работы осваивают и менее способные ученики;

4) преподаватель имеет возможность еще раз индивидуально и ненавязчиво т. е. не возвышая себя и не унижая ученика обьяснить принцип задачи тем кому это необходимо.

Дополнительным позитивным фактором является то, что учитель вынужден искать пояснения с ’’другой стороны’’, поскольку есть ученики, которые не начинают решать задачу до тех пор, пока до конца не усвоен материал. Преподаватель должен обьяснить ученикам, что если есть необходимость, то он готов обьяснять материал многократно.

Если позволяет площадь помещения, то во время работы желательно использовать групповые методы работы с соответствующей организацией рабочего места. Таким образом их можно соединить как с введением в тему преподавателем, так и подготовленными для самостоятельной работы материалами, в которых имеются уже решенные задачи и схемы решения.

Если однотипные ошибки встречаются у нескольких учеников или большинство задает вопросы по одному и тому же примеру, значит преподаватель просит выслушать свои коментарии по данному вопросу.

Случается, когда ученик сам высказывает желание решить задачу у доски, но как показывает практика, в большинстве случаев он не способен правильно обьяснить ход решения задачи и ответить на вопросы.

Во всяком случае существенным является создание правильной атмосферы на уроке – теоретически это будет звучать как ’’положи–тельная среда общения’’.

Ученик, хотя бы частично должен знать о теоретически и практи–чески обобщенных фактах, о способностях и возможностях взрослых людей к обучению. Существенным убеждением является тот факт, что время не стоит на месте и необходимо избавиться от устаревших понятий. Главной проблемой для претендентов является достаночно большой повторяемый материал, поэтому следует удачно организовать как использование наглядных пособий, так и благопрятную среду общения, что способствовало бы жажде знаний и желанию достичь результатов.

Для облегчения процесса повторения, особое внимание уделяю использованию наглядного материала. В течении курса разрешаю использовать так называемый ’’portfolio’’, где каждый ученик может найти тщательно подобранную необходимую ему информацию.

Вторым вспомогательным средством для усвоения материала являются ’’карты памяти’’. Как указывает Е. Смит они ’’активизируют возможности мозга воспроизвести и найти взаимосвязь’’. [2;23.].

Основная тема распологается в центре карты и вокруг нее пишутся подчиненные понятия, в свою очередь вокруг них другие подчиненные понятия.

В совокупности основной темы и подчиненных понятий нужно найти четкий характерный образ. В ’’картах памяти’’ желательно использовать стрелки, связывающие и прерывистые линии..., [2;86.].

Непривычное расположение приковывает и активизирует внимание ученика.

Существует еще один способ, помогающий оптимально подготовить наглядность, это ’’графические организаторы’’ – расположение различ–ных графических элементов. О его применении говорится в труде Л. Холмса ’’Билингвальное образоване: пособие для учителей’’, где даются пояснения следующим преимуществам:

- выделение основных ключевых элементов;
- интеграция предыдущих и новых знаний;
- способствование планированию;
- развитие навыков учебы(синтез,анализ);
- фомирование представлений и понятий [1;114.].

Организовывая учебный процесс преподаватель должен учитывать индивидуальные психологические особенности и поведение на занятиях каждого претендента. Если черезмерно общительные или ’’говорящие’’и непрерывно ’’вопрошающие’’ просят помощи у преподавателя, то замкнутые или ’’молчуны’’ стесняются просить помощи преподавателя, при этом показывая в какой момент им необходима помощь преподавателя. На данном этапе образуется связь: учитель-ученик. Так же важно развить связь ученик-ученик, для этого атмосфера в аудитории должна быть достаточно свободной, чтобы ’’молчуны’’ могли просить помощи у рядомсидящих более способных учеников.

Огромное значение в умении учителя быть **рядом,** а не **над ним**, поскольку каждый идивид имеет свои сферы в которых он более компетентен.

Обьясняя текущий материал или теоретические вопросы нужно стараться изьясняться более простым языком не напичканым научными терминами, находить подходящие курьёзы для сравнения.

С моей точки зрения правильное решение вопросов общения есть более существенное, чем правильно построенный учебный материал.

Это требует от преподавателя эластичности и умения комбинировать эффективные методы обучения, а также личную заинтересованность в освоении математических знаний каждым учеником.

Литература

1. Холмс Л. и др. ''Билингвальное образоване: пособие для учителей''; Рига ООО ''Ауго'', 2001. – 133 стр.
2. Смит Е. ''Ускоренное обучение в классе'', Рига, Петергаилис, 2000. – 112 стр.

Summary

The study process is being improved continuously but the main aim of studies remains constant – students must be given an opportunity to acquire good quality knowledge and skills to provide their further professional career. By successful co-operation of two independent parts – tutors and students –the aim can be reached.

Teacher is a person taken responsibility for students' acquired and adopted knowledge and experience as well. Teacher provides a qualitative study process with his or her life experience, proficiency, complex of approaches as well.

Student is a person eager to gain the teacher's experience and knowledge in order to develop his own knowledge, be creativity and ability to take independent decisions and actions.

Study process consists of teachers and student's interaction sharing aims, interests and work.

In order to lead high school students into successful process of university studies there are university preparatory courses in mathematics organized by University of Agriculture yearly. Significant attention should be paid to the quality of studies as the role of mathematics increases not only in scientific research but also in study process with software programs.

As the course in higher mathematics in University of Agriculture is based on the knowledge gained in secondary school it is important to achieve adequate bases and positive attitude to mathematics. I have already been conducting university preparatory classes in mathematics for five years so I can deduce the importance of tutor working with mixed proficiency groups of students.

There are several most outstanding problems in pedagogical work: short time for assessing the level of individuals and groups, finding possibilities of co-operation and individual work, assessing lack in students' knowledge of basic course in order to select an optimal schedule and most effective approaches in the organization of study process.

One of the main conditions to succeed is to solve the questions of communication accurately. It requires the tutor's flexibility and ability to combine methods effectively and personal involvement to improve each individual's mathematical skills as well.

DERIVATIVE - TANGENT RELATION. EXPERIENCE OF THE NEW APPROACH

Jurga Deveikytė
Vilniaus Salomėjos Nėries gimnazija, Lietuva
Ričardas Kudžma
Vilniaus universitetas, Lietuva
Laima Tynčenko
Vilniaus „Ateities" vidurinė mokykla, Lietuva

Abstract. *We seek a deep understanding of differential calculus. Development of notion of derivative starts form the equation of the circle's tangent. Then we derive equation of parabola's tangent, equations of tangents of other power functions graphs. At last we introduce derivative and write general equation of tangent.*

Keywords: *tangent of a circle, tangent's equation, derivative*.

During the last years a number of topics of mathematical courses in a secondary school has increased (see Standards [1]). On the other hand the number of lessons has been reduced. The idea of concentric teaching leaves teachers cold. A lot of students can't get the gist, because they are forced to skip from one theme to another one. In this case they can practise with algorithms only, without learning to think. Also most problems of the State Exam require understanding, not only the application of algorithms. For this reason we accept with pleasure the way of teaching differential and integral calculus suggested by R.Kudžma [2].

Traditionally the differential and integral calculus starts from a fundamental, but a very difficult notion of limit. The notion of derivative comes next. Even students of Mathematical faculty of university have problems with the notion of limit. Most teachers do not care much with limits and pay main attention to calculation of a function derivative. It is not very difficult to teach to find derivatives of simple functions and apply them in standard problems. A bigger task arises to achieve the level when students see the meaning and importance of derivative.

At first our students repeat and deepen their knowledge on lines. It is very important, because students learn about lines only in the ninth grade. A lot of students in twelfth grade have very poor knowledge of line equation. Studying the chapter about horizontal, vertical and oblique lines they find out, that the line can be described by the slope and the point of the line. Later on they found out that the equation $y = y_0 + k(x - x_0)$ is much more important in differential calculus than equation $y = kx + b$, which they knew before. Students see the connection between line, linear equation with two variables and linear function.

There is a very important idea that one mathematical object is indicated by algebraic, analytical and geometrical means (an equation, a function, a curve). This idea is visible in a text: all textual material is on the right side of a page, whereas the drawings are on the left side. Students accept such presentation of material very well.

Acquaintance with differential calculus itself begins from tangent of a circle. Students know from ancient geometry that tangent of a circle is the straight line having one common point with the circle. The tangent of a circle is perpendicular to its radius. Using this property students are asked to write tangent's equation in different ways. Students have to repeat vectors, similar triangles and different forms of line equation. Later on students are asked to find a line, which has only one common point with the circle. This geometrical problem should be transformed into algebraic one and solved by algebraic means. Students must get the same equation. We have a chance to return to this equation, when a derivative of a composite function is already known. Then a circle can be seen as the graph of the functions $y=\pm\sqrt{1-x^2}$ or $x=\pm\sqrt{1-y^2}$ and students are able to write general tangent equation. They once more get the same equation.. That's why the exercise is not only an instrument to form skills, but there is good practical experience, which combines mathematical problems and indicates a future direction. This exercise demonstrates how concepts, propositions complement each other. This teaching material puts together both the ancient geometry and differential calculus and helps to show how mathematics was constructed, how it evolved by means of discovery and understanding of general laws and practicing and applying them in real situation.

When students can write the equation of a circle's tangent there naturally arises a new problem: to derive tangent's equations of other curves, parabola's for the first. According to the Greek definition we can try to find out the line, which has only one common point $(x_0;x_0^2)$ with parabola $y=x^2$. We get two solutions: $x=x_0$ and $y=x_0^2+2x_0(x-x_0)$. Naturally, we exclude vertical line, which contradicts to our geometrical image of a tangent. Then the true equation of parabola's tangent remains. For cubical parabola $y=x^3$ supposed tangents (not vertical lines)

$$y=x_0^3+k(x-x_0) \tag{1}$$

may intersect curve at more than one point. Requirement for such lines to be the tangent "The equation

$$x^3=x_0^3+k(x-x_0) \tag{2}$$

has only one solution" fails. We must refine the definition of tangent: "The line (1) is the tangent of curve $y=x^3$ at the point $(x_0;x_0^3)$ if x_0 is the multiple root of equation (2)".

A new material refers the preceding knowledge. Students have a chance to see how old notions are transformed and corrected and new notions appear. Working with multiple roots of equations allows deepen students' general knowledge on solving equations. The teaching material stimulates students to create hypotheses (about a tangent's equation of a power function) and verify them.

Students can take part in the mathematics development: to see and feel how mathematical laws originate, how they are basing, how mathematical knowledge are accumulating and summarize.

We think that the following exercise is very instructive. Students are asked to draw a parabola in two ways:

- nine points of parabola are given;
- five points and five pieces of tangents at these points are given.

Everybody draw a conclusion that the parabola drawn in the second way looks better than drawn in the first way. Such simple example shows to students how useful tangent may be: less points' with tangents is better than much more points. This changes (can change) the previous habit of drawing the function's graph – exclusively joining the points. Students start to understand that to draw a piece of tangent it is enough to have the slope of the tangent only. The equation itself is not necessary.

For writing equations of tangents of functions $y=\sqrt{x}$, $y=\sqrt[3]{x}$, $y=\sqrt[n]{x}, n\in\mathbf{N}$ we use a concept of an inverse function. We perceive graphs of direct and inverse functions as one curve. Then tangent of parabola $x=y^2$ and tangent of the graph of function $y=\sqrt{x}$ is the same line

$$x=2y_0(y-y_0)+y_0^2.$$

We have to express *y* from this equation only. Students accept such graphical interpretation of inverse function. They see the usefulness of such approach. The learning becomes more interesting.

Students enjoy writing equations of graphs of power functions $y=x^n, n\in\mathbf{Z}$, $y=x^{\frac{1}{m}}, m\in\mathbf{Z}, m\neq 0$. They think that they can write down equations of tangents of other functions in the same way. But Decartes's method fails for exponential function and circle functions. Students understand that we need new notions. Then derivate, limits appear. Derivatives of power functions are calculated via limits. These results coincide with those ones, which had been obtained via tangents equations.

We two teachers, who started teaching differential and integral calculus following the way suggested by R.Kudžma, enjoyed working with this material. Students have been reading the texts also. A skeptic may ask does it worth to spend so much time in writing equations of tangents for concrete functions and postpone considerably definition of derivative. But such approach conform didactics theory – from concrete to general. We think that students after studying this new text could become aware of unity of derivative and tangent and apply derivative with full understanding what they are doing. We think that students got a chance to see generation of fundamental mathematical concepts and to perceive their beauty once more.

References

1. *Bendrojo lavinimo mokyklos bendrosios programos ir išsilavinomo standartai*, Matematika, XI-XII klasėms, Švietimo plėtros centras, p. 144-164, 2004
2. Kudžma, R. *Diferencialinis ir integralinis skaičiavimas,* Baltos lankos, (to appear 2006).
3. Kudžma, R. (2005). *New (old) Approach to Differential and Integral Calculus.* These proceedings.

CHANGE IN LITHUANIAN BASIC SCHOOL STUDENTS' MATHEMATICS ACHIEVEMENT THROUGH 1995–2003

Jolita Dudaitė
Kaunas University of Technology, Lithuania
Aistė Elijio
Vilnius University, Lithuania

Abstract. *The article deals with Basic School student's mathematics achievement change through 1995–2003 in Lithuania. For the analysis data from TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) 1995, 1999 and 2003 is used. Lithuania is participating in TIMSS since 1992 and has completed three TIMSS cycles which had their main studies in 1995, 1999 and 2003. Therefore, it is possible to compare Lithuanian students' results not only with the results of other participating countries, but also analyze the trends of changes in mathematics achievements within the Lithuania itself. Some main findings related to the changes in students' mathematics results' are given in the article.*

Keywords: *educational reform, mathematics achievements.*

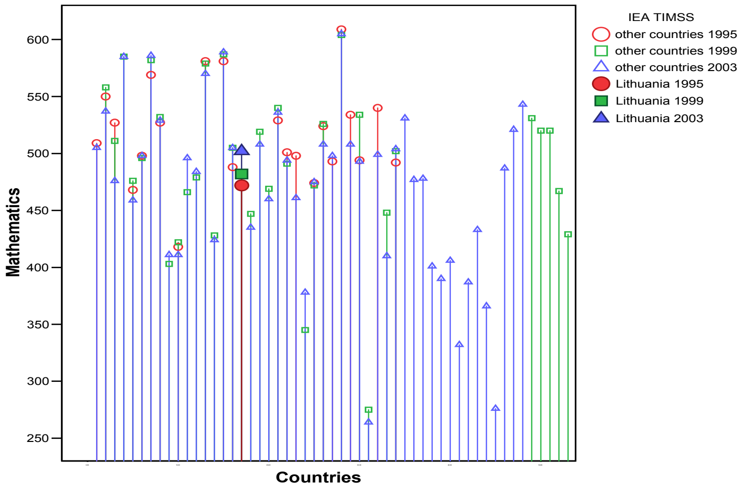
TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) is an international study of students' mathematics and science achievements and the factors which influence those achievements. Lithuania has been participating in TIMSS since 1992 and has completed three TIMSS cycles which had their main studies in 1995, 1999 and 2003. The research population is Grade 8 students. In Lithuania only students from schools with Lithuanian as the language of instruction were tested. In 1995 2547 Grade 8 students from Lithuania participated in the study, in 1999 – 2361 students, and in 2003 – 5737 students. Students' mathematics achievements were measured using the set of test booklets. The IRT (Item Response Theory) scaling methodology was used to generate students' scores for analysis and reporting. In 1995 TIMSS scale score average across participating countries was set to 500 and the standard deviation to 100. In subsequent studies a part of the items were sustained identical thus using IRT methodology results were calculated in the same scale. This enabled comparison of changes in results from the longer time perspective both on international and country level.

First results of TIMSS 2003 study were presented in Lithuania in the end of 2004 (Dudaitė, Elijio, Urbienė, Zabulionis, 2004). Change in Lithuanian students' mathematics results in the period of 1995–1999 was analyzed by Mackevičiūtė and Zabulionis (2001). In this paper a further analysis of the change in the results of Lithuanian student's achievement in TIMSS assessment will be presented. Main issue of the analysis in this paper is whether Lithuanian Grade 8 students' mathematics results in TIMSS study have changed from 1995 to 2003. For this purpose databases of TIMSS 1995, 1999, 2003 will be used.

Results of study are especially significant because TIMSS study was implemented during educational reform in Lithuania. In 1995 students who participated in TIMSS were still learning from the old soviet textbooks. In 1999 TIMSS was executed in transitional period when schooling methods and materials were changing. In 2003 students participating in TIMSS were educated in reformed school. Therefore it is possible to observe transformations of school in Lithuania and also to detect whether the results of educational reform are evident in students' mathematics achievement.

Analysis of TIMSS results shows that in every study average mathematics achievement of Lithuanian Grade 8 students is constantly improving (see Exhibit 1).

Exhibit 1. Comparison of Average Mathematics Achievement of 8th Grade Students in 1995, 1999 and 2003



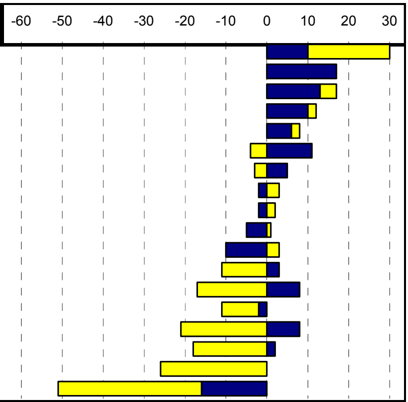
In this diagram comparisons of the average mathematics achievement of different countries are presented in the scale where average is 500 and standard deviation – 100. Every country has its point on *X* axis. If country has participated in TIMSS study three times, results of all three studies are intercepted on vertical line, rising from the point of that country on *X* axis. If country has participated in TIMSS study twice then results of two studies will be intercepted on vertical axis, if once – only one result will be marked out.

Diagram shows that in some countries average mathematics achievements are increasing, in some – decreasing. It is also noticeable that average achievements of countries that participated in TIMSS study in 1995 are considerably higher (upper part of the diagram's left side) than average achievements of the countries that joined TIMSS study in 2003 (lower part of the diagram's right side).

In Lithuania difference between TIMSS 1995 and 1999 mathematics achievement is not very high (10 points of the scale, SE=6.1 – difference is not statistically significant), but between TIMSS 1999 and 2003 – difference is much higher (20 points of the scale, SE=5.0 – difference is statistically significant (Mullis, 2004)). These results indicate that Lithuania had significant increase in average mathematics achievement over eight-year period from 1995 to 2003. By this result Lithuania surpasses all other countries that have participated in TIMSS assessments three times (see Exhibit 2. In this Exhibit average mathematics achievement differences between 1995 and 1999 are marked in dark color and in bright color – achievement differences between 1999 and 2003. Column intercepted on the right side of the exhibit signifies increase in average mathematics achievement, on the left – decrease).

Exhibit 2. Comparison of Average Mathematics Achievement of the countries that have participated in all 3 TIMSS studies.

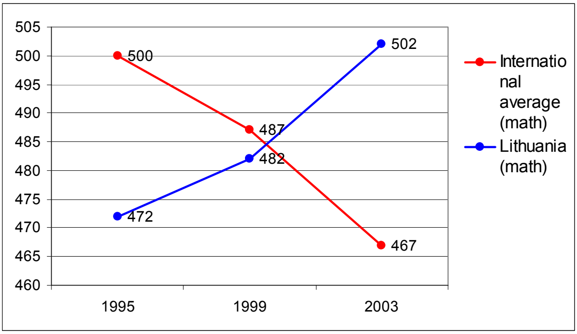
Countries	TIMSS 1995	TIMSS 1999	TIMSS 2003
Lithuania	472	482	502
Latvia	488	505	505
Hong Kong	569	582	586
USA	492	502	504
Korea	581	587	589
Netherlands	529	540	536
Hungary	527	532	529
Romania	474	472	475
England	498	496	498
Singapore	609	604	605
New Zealand	501	491	494
Iran	418	422	411
Cyprus	468	476	459
Japan	581	579	570
Belgium (Fl.)	550	558	537
Russia	524	526	508
Slovak	534	534	508
Bulgaria	527	511	476



Our neighborhood country Latvia from 1995 to 1999 has made a progress of 17 points in mathematics achievement, but in 2003 Latvian results of TIMSS study was the same as in 1999. Meanwhile results of average mathematics achievement in Russia from 1995 to 1999 decreased. Highest decrease in mathematical achievement from first TIMSS assessment in 1995 to third TIMSS in 2003 was in Bulgaria (51 point).

While stating that Lithuania has made the biggest progress in mathematics achievement over the period from 1995 to 2003, it is also important to evaluate possible reasons for that progress. Maybe the progress was simply determined by the change of countries participating in particular TIMSS study cycles? All countries are free to join or to withdraw from TIMSS study, so the list of participants is always changing. Obviously international achievement averages are dependant on the countries participating in TIMSS. 37 countries participated in TIMSS 1995, 38 countries (but not all the same as in previous assessment) participated in TIMSS 1999 and 46 countries – in TIMSS 2003. Scotland, Norway and Sweden participated in TIMSS in 1995 and 2003, but missed TIMSS study in 1999. Many West European countries, such as Austria, Ireland, Switzerland, France, that usually demonstrate high results of education achievement, participated in TIMSS only once (in 1995). Afterwards their place was taken by Macedonia, Jordan, Indonesia, Tunisia, Chile, Philippines, Morocco, SAR. Exhibit 3 shows the shift in international and Lithuanian achievement averages.

Exhibit 3. Shift of International Average Achievement and Lithuanian Average Achievement of Grade 8 Students.



This Exhibit shows that during three cycles of TIMSS study international average achievement decreased from 500 to 467 points of the scale and Lithuanian average achievement increased from 472 to 502 points of the scale. In 1995 Lithuanian average achievement were significantly lower than international average – Lithuanian result was in the bottom of the country list. However, in 1999 Lithuanian average achievement was similar to international average. While in 2003 Lithuanian students proved themselves very successfully and outstripped international average with marked difference. By that time international average strongly decreased. International achievement average would remain about the same if only the same countries would participate in all three TIMSS cycles. Comparison between international average of TIMSS 1995 and Lithuanian results of TIMSS 2003 shows, that Lithuanian Grade 8 students in 2003 have reached international average mathematics achievement of 1995. Consequently it could be stated that Lithuania outstripped international benchmark not in 35 points but only about 2 points. It is more expedient to establish measure with the international average achievement of 1995 because in that time in TIMSS participated almost only West European and Asian countries that Lithuania wants to mach as an example and in 2003 list of countries participating in assessment was very much expanded and included many developing countries.

Generalizing data and information an inference that from 1995 to 2003 average mathematics achievement of Lithuanian Grade 8 students has improved could be drawn. Nevertheless without further analysis it could not be said what specifically and in which sphere have improved and what, possibly, disimproved. Certainly results of TIMSS assessment generally was influenced by societal and educational changes. In particular Lithuanian results in mathematics achievement were affected by newly established *Educational Standards* and mathematics textbooks written in TIMSS "spirit". After Lithuania has participated in TIMSS assessment for the first time and got very low results, educational reform (including school mathematics) was deflected more towards the style of TIMSS items. This means that it was realized, that one of the main objectives of educational reform should be transformation from the conveyance of knowledge to the education of competence, from academic style mathematics to mathematics literacy. As TIMSS assesses namely students' mathematic literacy it was a good impulse for this change. Partly, low results of Lithuania in the first TIMSS assessment could be explained referring to the fact that in 1995 in Lithuanian schools mathematic literacy was not emphasized and surely not educated. Lithuanian students were used to a different type of mathematics so they were not able to demonstrate their knowledge in TIMSS 1995. TIMSS 2003 was executed after educational reform was implemented so it assessed students that are educated in contemporary Lithuanian school. That is a solid argument in explanation why in 2003 Lithuanian results jumped up so considerably.

On the other hand, societal factors, such as changes in economics and policy also can not be excluded from the further consideration. Although a proper revelation of their impact on the results of Lithuanian basic school students' mathematics achievement requires additional information and resources. However this short analysis of TIMSS results can be a base for future analyses and outlines possible ways for further research of the change in Lithuanian students' achievement during the educational reform.

References

1. Dudaitė J., Elijio A., Urbienė Ž., Zabulionis A. (2004). *Tarptautinis mate–matikos ir gamtos mokslų tyrimas TIMSS 2003. Ataskaita*, Vilnius.
2. Mackevičiūtė A., Zabulionis A. (2001). *Trečioji tarptautinė matematikos ir gamtos mokslų studija – 1999. Matematika*, Vilnius.
3. Mullis I. V. S., Martin M. O., Gonzalez E. J., Chrostowski S. J. (2004). *TIMSS 2003 International Mathematics Report,* Boston College.
4. TIMSS 1995, 1999, 2003 databases of 8 grade students'.

SOCIAL, ECONOMICAL, AND EDUCATIONAL FACTORS IN RELATION TO MATHEMATICS ACHIEVEMENT

Aistė Elijio
Vilnius University, Lithuania
Jolita Dudaitė
Kaunas University of Technology, Lithuania

Abstract. *In the article, impacts of some social, economical, and educational factors for the students' mathematics achievements in Lithuania are analyzed. For that purpose, we use data from TIMSS 2003 survey.*

The home–related factors include parents' education and possession of various educational resources at home. In most cases, relationship between those factors and students' mathematics achievements is established. The factors related to the characteristics of teachers (including gender, age, type of studies, and professional development) are also analyzed, and show relationship with the achievements, although not always expected one. A very strong relationship between the mathematics achievements and the type of school locality is found.

Keywords: *Mathematics achievements, socio-educational factors.*

Introduction

For years, the question of the impact of various social, economical, and educational factors on students' educational achievements has been of great interest to the researchers in education, economics, and other social sciences. To quote but few, Israel et al (2001) conclude that both parents' socioeconomic status and social capital available in the family promote child's educational achievement. Further to that, they note that community social capital also helps children excel in school, although it makes a smaller contribution to academic performance. Blau (1999) analyzes the effect of parental income on children's cognitive, social, and emotional development and concludes that the effect of current income is small; the effect of "permanent" income is substantially larger, but relatively small when compared to the family background characteristics, such as parental education and household structure. Jensen and Seltzer (2000) show that individual, family, and neighbourhood factors all influence further education decisions of young Australian students. Lee and Croninger (1994) model the influence of both home and school environment on the literacy development of children. Although home factors seem to have a stronger impact, authors focus on analyzing school impact and argue that schools have major opportunities and responsibilities for equalizing the development of their students, although it is easy and common for schools to ascribe the learning disadvantages of their less affluent students to deficient home environments. Thirunarayanan (2004) compares students' achievements in different content areas by school location in the United States and concludes that students in central-city schools in the United States perform statistically "significantly worse" in many subject areas than students in suburban schools.

Having a number of indications about the relationship between the students' educational achievements and some socio-economic factors, we want to investigate if similar relationships would work out in the case of Lithuanian students' achievements in mathematics. For that purpose, we use the database of TIMSS 2003, the newest international survey on mathematics and science achievements. Data from the Grade 8 students', their mathematics teachers' and school headmasters' levels is used in the analysis. We apply weights that take into account the complex sample design. The students' mathematics achievements referred to in the article correspond to the scale made using the IRT (Item Response Theory) modelling. Levels of achievements (low, minimal, intermediate, high, and advanced), corresponding to international benchmarks, are also used for analysis with crosstabs and χ^2 test. In the article we do not attempt to offer a deep analysis of the possible reasons behind the impact of various factors found, but simply present an overview of some interesting relationships seen from the data.

Family background

Social and educational background of the family can be measured by a number of variables. In this article, we analyze the ones that are found to be most useful in defining the socio-educational atmosphere of home, namely, parents' level of education, and number of books at home.

Parents' education was aggregated into three categories: *lower* than secondary (none, primary, basic or unfinished secondary), *secondary* and *higher* than secondary (college, university and similar). χ^2 test shows a statistically significant relationship between the level of parents education and the levels of mathematics achievement ($\chi^2 = 80.302$, $p<0.01$; for illustration see 1 table).

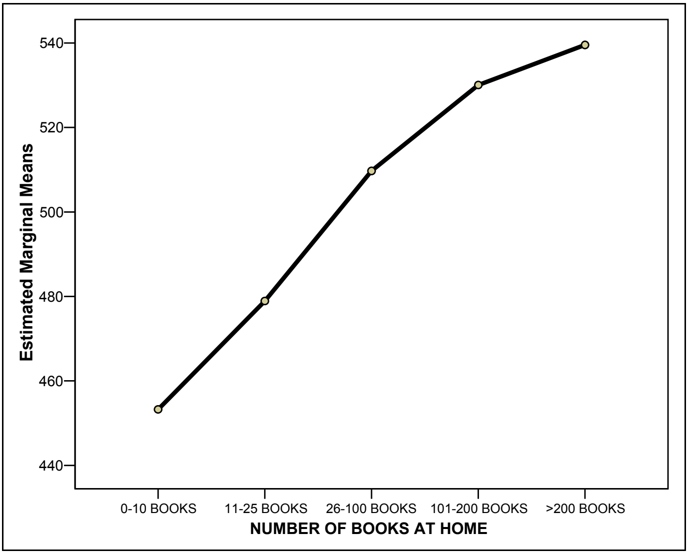
1 table. Relationship between the Mother's level of education and student's level of mathematical achievement

Mother's level of education	Levels of mathematics achievements (% of students)					Total
	Low	Minimal	Intermed.	High	Advanced	
Lower	20,1	40,9	23,9	15,1	0,0	100
Secondary	14,0	33,9	32,2	16,1	3,8	100
Higher	8,4	25,0	38,6	22,9	5,1	100

ANOVA shows the same trend: the higher the level of parents' education, the better the average achievements of students. Differences between categories are about 23 points and are statistically significant ($F=44.080$, $p<0.01$; Bonferroni criteria used for adjustment for multiple comparisons, $p<0.01$).

Both χ^2 test ($\chi^2=508.476$, $p<0.01$) and ANOVA ($F=156.679$, $p<0.01$) also show statistically significant differences in achievements related to the number of books at home. 1 diagram illustrates the rise of the average achievements related to the higher number of books at home.

1 diagram. Relationship between the number of books at home and students' average mathematical achievement

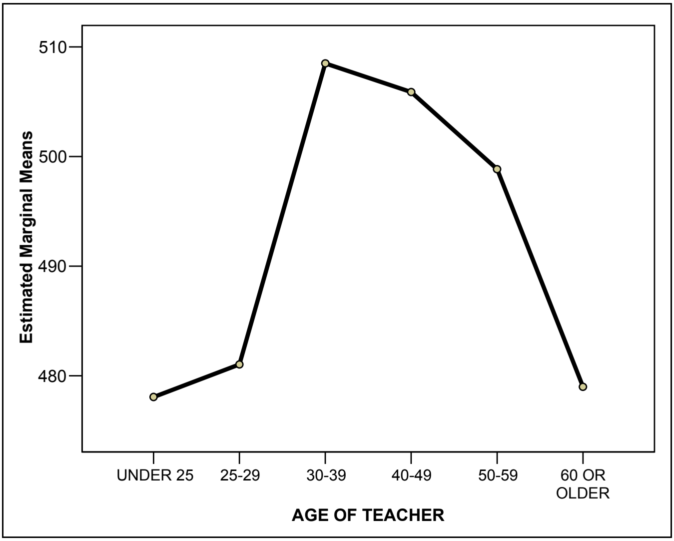


Teachers' characteristics

We considered several of the teachers' characteristics investigating if students' achievements in mathematics depend on their mathematics teachers' gender, age, type of completed studies, and participation in the professional development courses.

ANOVA shows statistically significantly different results based on the teachers' age (F=14.527, p<0.01): the best results were obtained by the students whose teachers were 30-39 and 40-49 years old, a little bit lower results – by the students whose teachers were 50-59 years old. Students of both very young (less than 30) and relatively older (more than 60 years old) teachers on average performed worse than their peers with the teachers from the middle categories ages (see 2 diagram).

2 diagram. Relationship between the age of a teacher and students' average mathematical achievement



In the analysis of the impact of teacher's gender on the mathematical achievements of the students, we find that on the average, students with the female teachers perform better than their peers with the male teachers. Difference is statistically significant (F=6.316, p<0.05), although not very high (just about 12 scale points). However, when we look deeper into the problem and analyze data for cities/towns and country-side students separately, we see that the difference mainly comes from the male teachers in the country-side schools (difference is about 30 scale points), and the students of female and male teachers in cities/towns perform on the average similarly.

The area of main studies of the teacher did not show any statistically significant impact on the students' mathematical achievements except in the case of teachers whose area of studies was science. In that case average achievements (especially in the country-side) were lower than other students' (F=26.383, p<0.01).

An interesting relationship is established analyzing the impact on students' mathematical achievement by their teachers' participation in the professional development courses. There is either no statistically significant differences between the students' average achievements when professional development courses are related to mathematics curriculum, assessment, or use of information technologies in teaching mathematics; or statistically significant difference is in favour of teachers who have not attended professional development courses in the case of courses related to mathematics content (difference about 23 scale points; $F=52.698$, $p<0.01$), and mathematics pedagogy (difference about 8 scale points; $F=9.732$, $p<0.01$).

School locality

We found that there are statistically significant differences between the average achievements of students in urban and rural communities. Besides that, the urban communities also differ between themselves: achievements of students from Vilnius were statistically significantly higher than their peers in other cities and towns: in Vilnius students' average achievement was 537 scale points, in other cities and towns – 507, and in the country-side – 473 scale points (based on the Bonferroni test, all differences statistically significant; $F=131.550$, $p<0.01$). The χ^2 test also shows a statistically significant relationship between the school locality and the levels of mathematics achievement ($\chi^2=227.308$, $p<0.01$; for illustration see 2 table).

2 table. Relationship between the school locality and student's level of mathematical achievement

School locality	Levels of mathematics achievements (% of students)					Total
	Low	Minimal	Intermed.	High	Advanced	
Vilnius	2,6	15,2	38,0	35,3	8,9	100
Cities/towns	7,2	26,0	37,6	23,5	5,6	100
Country-side	16,7	35,0	30,5	15,1	2,8	100

References

1. Blau, D. M. (1999). The Effect of Income on Child development. *The Review of Economics and Statistics, 81 (2)*, 261–276.
2. Israel, G. D. et al. (2001). The Influence of Family and Community Social Capital on Educational Achievement. *Rural Sociology, 66 (1),* 43–68.
3. Jensen, B. and Seltzer, A. (2000). Neighborhood and Family Effects in Educational Progress. *The Australian Economic Review, 33 (1),* 17–31
4. Lee, V. E. and Croninger, R. G. (1994). The Relative Importance of Home and School in the Development of Literacy Skills for Middle-Grade Students. *American Journal of Education, 102 (3)*, 286–329.

5. Martin, M. O. et al. (2004). TIMSS 2003 Technical Report, Boston College.
6. Mullis, I. et al. (2004). TIMSS 2003 International Mathematics Report, Boston College.
7. Thirunarayanan, M. O. (2004). The „Significantly Worse“ Phenomenon: A Study of Student Achievement in Different Content Areas by School Location. *Education and Urban Society*, 36 (4), 467–481.
8. Database of TIMSS 2003, Grade 8.

ФОРМИРОВАНИЕ КОМПЕТЕНТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ

Rasma Garleja
University of Latvia, Latvia
Ilmārs Kangro
Rēzekne Higher Education Institution, Latvia

Abstract. *In the present article the concept of competence and the competence of Mathematical thinking are examined. Opportunities of formation of Competence of Mathematical thinking are considered by means of Enrichment of Mental experience of the person.*

Keywords: *Cognitive experience, competence, competence of Mathe–matical thinking, enrichment of mental experience, cognitive experience, intentional experience, mathematical thinking, mental experience, meta-cognitive experience.*

Введение

Математическое мышление как форма когнитивной активности и составная часть теоретического мышления представляет важную роль в формировании у учащихся навыков научного познания [25], [29]. Мате–матическое мышление выступает также как существенное условие для эффективного профессионального и социального функционирования [6], [9].

Включение в учебный курс современного материала больше чем прежде требует учитывать уровень развития мышления и уровень знаний студентов к моменту его изучения. Поэтому при определении содержания учебного предмета и методов его изучения необходимо формировать на базе конкретного предметного материала знания об общенаучных методах познания. В процессуальном выражении это означает организацию позна–вательной деятельности студентов, которое соответствует циклу научного познания [29], [32]. Ныне в оценке учебных достижений наблюдается смещение акцентов на определение уровня владения интеллектуальными и практическими умениями. Компетентность можно рассматривать как способность субъекта действовать адекватно, сообразно условиями ситуации, причем в направлении получения имеющих определенную ценность результатов. Это уровень навыков и знаний (отношений) необходимый для исполнения заданной работы эффективно и в установленный срок, согласно стандартам, принятым профессией или занятием [4]. Мы основываемся на понятие компетент–ности соответ–ствующее понятиями процедурных [procedural] знаний (определяют поведение человека при решении тех или иных задач, преобразуют учебную информацию в форме числовых, абстрактных и символьных представлений) и концептуальных [conceptual] знаний (обо–гащают человека не только знанием того, что и как делать, но и способностью делать это практически, на достаточно высоком уровне) [1], [22] .

Методика

Носителем свойств интеллекта человека является его индивидуаль–ный ментальный (умственный) опыт. Для его исследования и анализа Дж. Равен и А. Холодная выделяет три компоненты [31], [27], [28], [8]: 1) Когнитивный опыт; 2) Метакогнитивный опыт; 3) Интенциональный опыт. М. Холодная как важнейшую из базовых интеллектуальных качеств личности выделяет интеллектуальную компетентность – особый тип организации знаний, обеспечивающий возможность принятия эффектив–ных решений в определенной предметной области. Дж. Равен под компетентностью понимает специальные способности необходимые для эффективного выполнения конкретных действий в конкретной пред–метной области (в том числе узкоспециальные знания, особого рода навыки и способы мышления)

Для создания качественных продуктов в сфере сознания психической деятельности (например, математическое мышление) необходимо осо–знать и выявить базовые компоненты ментального опыта субъекта [5], [24]. Это становится возможным сочетая понятие компетентности с компонентами ментального опыта субъекта. Применяя трактовку опреде-ления компетентности к математическому мышлению как области индивидуального ментального опыта была создана таблица структурных элементов компетентности математического мышления [16], [6], состав–ляющие которых были сформированы основываясь на компоненты ментального опыта: 1) Мобильность знания (когнитивный опыт); 2) Разнообразие [variety] и достоверность [validity] методов познания (интенциональный опыт); 3) Критичность мышления (метакогнитивный опыт). С целью более точной оценки сформированности у студентов уровня компетентности математического мышления каждая из ее составляющих была разбита на соответствующие под-критерии - категории целей и задачи.

Результаты

Для интеллектуально воспитанного человека кроме сформированности знаний, умений и навыков не менее важно является его познавательное отношение к миру: то, как он воспринимает, понимает и объясняет происходящее – формирование таких базовых интеллектуальных качеств личности как компетентность, творчество, инициатива, саморегуляция, уникальность склада ума [31]. Это достигается обогащением ментального оыта человека.

1. Обогащение когнитивного опыта (мобильности знания).

1.1. Усовершенствование способов кодирования информации.

1.1.1. Словесно-символический способов кодирования информации.

Усовершенствованию названного способа служит материал, который:

Ориентирует на самостоятельную формулировку признаков и определений, на сравнение разных словесно-символических форм представления математических объектов, предполагает осуществление перевода информации с родного языка на язык математики, и наоборот, стимулирует к работе со справочниками, словарями и другими источниками информации [3], [17], [14], [23], [7], [21].

1.1.2. Визуальный способов кодирования информации.
Усовершенствованию названного способа служит материал, требующий:
Использования нормативных образов (графики, диаграммы, и.др.) и работы с ними, передачи в образных формах существенных характеристик математических объектов, активного преобразования наглядного мысленного образа (вычленения его отдельных элементов, перестиойки исходного образа в соответствии с требованиями задачи) [19], [13], [12], [21], [22].

1.2. Усовершенствование работы над когнитивными схемами.

Усовершенствованию работы способствуют:

Фокус-примеры (в яркой форме представлены типичеые примеры математического понятия), процедуры опознания, алгоритмы, работа с когнитивными схемами в направлении их динамичности [7], [12].

2. Обогащение метакогнитивного опыта (критичности мышления) осуществляется формированием метакогнитивной осведомленности.

2.1. Формирование системы представлений о том, как устроены научные знания [7].

2.2. Осознание собственных качествах ума и способах их эффективного использования: понимать и принимать цели предосточщей деятельности, работать в условиях недостаточной или противоречивой информации, действовать по плану и сравнивать различные способы решения одной и той же задачи, видеть собственные ошибки [12], [2], [26], [7].

3. Обогащение интенциального опыта (разнообразия и достоверности методов познания). Усовершенствованию работы способствует материал, который активизируют участие в интеллектуальной работе его пред–почтения, убеждения и умонастроения: историко-культурный материал, связь с другими науками и областьями знаний, отношение к будущей профессии и к обучению в вузе [30], [9], [6], [10], [11], [18], [20].

Литература

1. Anderson J. R. (1978) Arguments concerning representations for mental imaginery. – *Psychol. Rev.*, 1978, v. 85.
2. Blomhoj, M., Grevholm, B., Mason, J. & Straber, R. (2002) The Relationship between Theory and Practice in Mathematics Education Research, In.: Ch. Bergsten & B. Grevholm (Ed.) *Challenges in Mathematics Education,* Proceedings of MADIF 3, Norrkoping, January 23-25 2002, pp.50-62, Linkoping: SMDF, 2003.
3. Carreira, S. (2001) There's a Model, There's a Metaphor: Metaphorical Thinking in Students' Underacting of a Mathematical Model, *Mathematical Thinking & Learning*, Vol. 3 Issue 4, p261, 27p.
4. Colman, A. (2003) *OxfordDictionary of Psychology,* New York: Oxford University Press.
5. Dubinsky, E., & Tall, D. (1991) Advanced mathematical thinking and the computer*, in* D. Tall (ed.) *Advanced mathematical thinking* (Dordrecht: Kluwer academic publishers), 231–243.
6. Garleja, R. & Kangro, I (2003) Interaction of the professional competence and social behaviour, in L. Frolova (ed.) *Management*. Volume 660 (Riga: University of Latvia, Zinātne), pp. 25–43, (in Latvian).
7. Garleja, R. & Kangro, I (2004-a) Complex management of mathematical knowledge and skills. In.: Proc. of the Int. Conference: *Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives, 5th international conference*, Liepāja, 7-8 May 2004, pp. 38–40, Liepāja: LPA, 2004, (in Latvian).
8. Garleja, R. & Kangro, I (2005) The creation of competency of mathematical thinking in the process of studies of mathematics. Int. Conference: *Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives, 6th international conference*, Vilnius, 13-14 May 2005, pp. 26–28, Vilniaus Universitetas, (in Russian)
9. Garleja, R. & Kangro, I. (2002) The analytical evaluation of the personality`s quality, ability and professional promotion, in E. Dubra (ed.) *Development problems of economics and management. Volume 647* (Riga: University of Latvia), 230–239.
10. Garleja, R. & Kangro, I. (2004-b) Determining an individual cognitive style in the study process, in V. Ivbulis (ed.) *Humanities and Social Sciences. Latvia, Education Management in Latvia,* University of Latvia, 2(42), pp. 82-94

11. Garleja, R., Kerpe, I. & Kangro, I. (2003) Problems of choosing the style of studies. In.: Programme and Abstract Book of the Int. conf.: *The State of Education: Quantity, Quality and Outcomes* 9th –11th September, Oxford, 2003, UKFIET, p. 25.
12. Kalis H., Kangro I. (2004) *Mathematical methods in the engineering sciences*. *The textbook*, Rēzekne: Rēzeknes Augstskolas izdevniecība, 2004, (in Latvian).
13. Kalis H., Kangro, I. (2003-a) The use of computers in teaching and learning of progressive mathematics, in.: Proc. of the Int. Conference: *Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives, 4th international conference*, Tallinn, 23-24 May 2003, Tallinn: TPU Kirjastus, 2003, pp. 44–49.
14. Kalis, H. & Kangro, I. (2003-b) Simple methods of engineering calculation for solving heat transfer problems, in A.Stikonas (ed.) *Mathematical Modelling and Analysis Vol.8 Nr.1,* Vilnius: Technika, 33–42.
15. Kangro I. (2001) Pedagogical dialogue during studying mathematics in formation of individual identity, in A. Špona (ed.) *Vispārīgā didaktika un audzināšana*. (Riga: Izglītības soļi), pp.174–181, (in Latvian).
16. Kangro I. (2003) Process of the Competence Creation Training of Mathematics. In.: Proc. of the 1rd Int. Conf. JTET Conf. ‘’*Sustainable Development. Culture. Education’’,* Daugavpils, Latvia, May 11–14, 2003, Faculty of Pedagogy and Psychology Daugavpils University, p. 217–229.
17. Kangro I. (2005) *Tests in mathematics.* Rēzekne: RA izdevniecība, (in Latvian).
18. Kangro, I. (1999) The role of mathematics learning in the study process at the higher school. In.: Proc. of the int. conf.: *Teaching mathematics: retrospective and perspectives*, Riga, October 6 – 8, 1999., p. 36–45.
19. Kangro, I. (2000) *Possibilities of usage mathematical system "Mathematica" and "Maple" in teaching mathematics course at higher educational institution.* In.: Proc. of the int. conference. Rēzekne, March 2-3, 2000., pp. 89–90, (in Latvian).
20. Kangro, I. (2001) I, Mathematics and My Speciality, in J. Kastiņš (ed.) *Educational sciences and pedagogy in changing world. Volume 635* (Riga: University of Latvia, 193–200.
21. Lasmanis A., Kangro I. (2004) *Factor Analysis. The textbook.* Rīga: SIA Izglītības soļi, (in Latvian).
22. Skemp, R. (1987) *The Psychology of Learning Mathematics*, Hillsdale, New York: Lawrence Erlbaum Associates.
23. The PISA (2003) *Assessment Framework – Mathematics, reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*, Paris: OECD PUBLICATIONS, 2003.

24. Веккер Л.М. (2000) *Psychics and reality: the Uniform theory of mental processes*. М.: Смысл, Per Se., (in Russian).
25. Давыдов, В. В. (1996) *Теория развивющего обучения*, М.: ИНТОР.
26. Калошина И. (2003) *Психология творческой деятельности*, М.: ЮНИТИ-ДАНА.
27. Равен, Дж. (1999) *Педагогическое тестирование: Проблемы, за–блуждения,перспективы*, Москва: Когито –Центр.
28. Равен, Дж. (2002) *Компетентность в современном обществе: выявление, развитие и реализация*, М.: Когито-Центр.
29. Рузавин, Г. (1999) *Методология научного исследования*, Москва: ЮНИТИ.
30. Холодная М.А. (2002-а) *Когнитивные стили: О природе индивиду–ального ума.* М.: ПЕРСЭ.
31. Холодная М.А. (2002-б) *Психология интеллекта. Парадоксы исследования.* СПб.: Питер.
32. Щедровицкий, Г. (1995) *Избранные труды*, Москва: Шк. Культ. Полит.

Summary

Mathematical thinking represents the form of cognitive activity and is a component of theoretical thinking. Therefore it plays the important role in formation at learning skills of scientific knowledge. It acts as well as an essential condition for effective professional and social functioning. For creation of qualitative products in sphere of consciousness of mental activity (for example, the mathematical thinking) it is necessary to realize and reveal base components of mental experience of the subject. It becomes possible combining concept of competence with components of mental experience of the subject. Formation of competence of mathematical thinking is achieved by enrichment of mental experience of the person. In the present article different ways of enrichment the cognitive, meta-cognitive and intentional experience are considered during studying mathematics.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО КАК УПРАЖНЕНИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЙ ПРИЕМ

Клавдия Гингуле
Лиепайская педагогическая академия, Латвия

Abstract. *The article gives analysis of the role and the place of proofs in the process of teaching Mathematics to students of "non-mathematical" programmes. Data concerning students' attitude to mathematical proofs are given, they were obtained from conducting questionnaires.*

Keywords: *Educational value of mathematical proofs, mathematical proof, teaching mathematics in a higher education institution.*

Доказательство – неотъемлемая часть математики, ее суть и сущ–ность. Студенты разных специальностей по – разному воспринимают математику, очевидно, что и удельный вес доказательств в ходе обучения должен быть разный. Есть специальность «математика», есть специаль–ности, которые более или менее тесно связаны с *применением* мате–матики, например, программирование, вычислительная техника, учителя начальной школы, социологи и специалисты управления. Но даже далеких от математики студентов для более успешного обучения надо *заинтересовать.* А что требуется для заинтересованной работы, для успешного применения математики, если не понимание ее сущности, которое достигается через обоснование, доказательство? Особая роль у конструктивных доказательств, т. к. эти доказательства часто дают инструмент решения задач. Раскрытие красоты математики, ее внут–ренней гармонии – одно из средств, как сделать обучение интересным. А это сделать нельзя, если преподавать математику как набор несвязанных между собой формул, выводов, рекомендаций. В любом разделе должна быть логика: начало, конец и все ступени рассуждений между ними.

В литературе высказаны различные точки зрения на доказательство. Например, Д. Пойя [3, 390] подчеркивает значение умения ориентиро–ваться в видах доказательств, считает, что доказательное рассуждение должно непременно содержать догадку. Я. Менцис [2, 54] говорит о необходимости соответствия видов и глубины доказательств возрасту и подготовленности учащегося. Г. Фройденталь [5, 90], говоря о строгости доказательств, пишет, что « математическую строгость можно изучать не иначе, как в процессе переоткрытия математики».

Почти все писавшие о роли доказательств в изучении математики выделяют роль изучения доказательств в общеинтеллектуальном развитии человека. А. А. Столяр [4, 145] пишет: «Поиск доказательств направля–ется тремя основными вопросами: Что? Откуда? Как?» Но ведь и в любом деле, чтобы его сделать, надо уметь ответить на те же вопросы: Что я имею и жду в результате? Откуда взять данные или средства для осуществления цели? Как ее достичь? А. И. Маркушевич [1, 32] отмечает: «Факты улетучиваются, а развитие остается», математика учит умению схематизировать, абстрагировать, дедуктивно мыслить, точно, сжато, ясно выражать свои мысли».

В течение последних 5–6 лет, обучая любым разделам математики, стараемся по возможности увеличить до 80 % – 90 % удельный вес свойств и теорем, рассматриваемых с доказательством. Например, изучая теорию множеств, вместе со студентами доказываем все свойства операций с множествами, причем разными способами. У студентов почти всех специальностей теория множеств – первый или один из первых разделов математики и на первых занятиях особенно остро чувствуется, что в школах преобладает «инструментальная математика», студенты готовы только к работе по команде «делай, как я». Не только не прихо–дится еще говорить о методах доказательства, но трудно даже объяснить возможность что – то доказать. Вот когда приемы из доказательств одной теоремы или одного свойства помогают легко решить десятки задач – отношение меняется. Раздел «Соответствия и отношения» доказательств не содержит, чему студенты сначала уже удивляются, потом радуются, а потом говорят, что зубрить определения и ничего не доказывать скучно. При изучении алгебраических структур много времени уделяем доказательству свойств групп, колец, полей. По количеству отведенного на раздел времени большого количества разнообразных задач решать не приходится, но задачи на простейшие приложения теории алгебраических структур не вызывают затруднений. При изучении комбинаторики стараемся доказывать все теоремы, выводить все формулы разными способами. Надо отметить, что после разбора именно разных способов вывода формул легче решается вопрос о выборе формулы или комбинации формул соединений. Очень трудным является процесс введения доказательств в обучение разделу «Теория графов». Приемы, методы доказательств в этом разделе очень разно–образны и нестан–дартны, математический багаж невелик, можно сказать, «математический возраст» у большинства недостаточен. Из положения выходим так, что доказываем в аудитории все теоремы, не оставляя ничего, а на самостоятельных и контрольных работах требуем доказать частный, более легкий случай.

Интересно заметить, что после того, как доказательство становится обычным делом на занятиях, гораздо эффективнее используется время на решение упражнений. Ведь доказательства разбираем у доски, обязатель–но все вместе, с четким указанием на то, что дано, что требуется доказать, какие методы доказательства. Этот момент в данном случае главный, времени на него жалеть не стоит, т.к. формирующийся навык структурирования умственной деятельности развивается, закрепляется и переносится на решение практических заданий.

С целью исследования отношения к математическим доказательст–вам мы провели анкетирование около 50 студентов разных специально–стей. Результаты анкетирования показали, что студенты, на наш взгляд, в недостаточной мере осознают роль доказательств в изучении и примене–нии математики. И одна из главных причин: для этого не созданы необходимые предпосылки в школе (см. таблицу 1).

Таблица 1. Частота рассмотрения математических доказательств в школе

Доказывали	по алгебре		по геометрии	
	7–9 класс	10-11 класс	7-9 класс	10-11 класс
часто	10%	26%	38%	44%
редко	59%	51%	57%	54%
никогда	13%	18%	5%	2%
не помню	18%	5%	-	-

Теперь, будучи студентами, они заметили, что доказательств стало значительно больше, но считают, что включение доказательств в основном осложняет их обучение. 31 % опрошенных думают, что можно обойтись без доказательств, главное – уметь решать задачи. 69 % придерживаются мнения, что надо доказывать только главные факты. Нам не удалось установить связь между отметкой студентов по матема–тическим предметам и мнением о роли доказательств, отраженным в таблице 2.

Таблица 2. Отношение студентов к математическим доказательствам

Включение доказательств в содержание обучения делает математику					
легче	**интереснее**	**труднее**	**понятнее**	**легче применимее**	**не влияет на ее усвоение**
-	8 %	67 %	23 %	3 %	5 %

Как видно из таблицы 2, в отношении студентов нематематических специальностей к доказательствам преобладает уверенность, что доказательства делают изучение математики труднее, хотя, по нашему мнению, это наоборот. Труднее для них, потому что надо напряженно работать, нет времени отвлекаться, надо вспоминать и использовать предыдущие знания. Но изменение рабочей атмосферы на занятиях, большое количество вопросов, наконец, результаты проверок (самосто–ятельные и контрольные работы, экзамены) – все эти признаки говорят, что трудно – это не значит плохо.

Литература

1. Маркушевич А. И. *Об очередных задачах преподавания математики в школе* // На путях обновления школьного курса математики. – М.: Просвещение, 1978. с.29–48 с.
2. Менцис Я. *Упражнения как средство формирования знаний и умений в школьном курсе математики* // Из опыта преподавания математики в школе. – М.: Просвещение, 1978. с. 53–62.
3. Пойа Д. *Математика и правдоподобные рассуждения*. – М.: Наука, 1975.
4. Столяр А. А. Педагогика математики. – Минск.: Вышэйшая школа, 1974.

5. Фройденталь Г. *Математика как педагогическая задача* . – М.: Просвещение, 1982.

Summary

Practical teaching of Mathematics to students of "non-mathematical" programmes points out indisputable usefulness of teaching proofs; however, not all students, as the survey shows, are conscious of it (see Table 1).

Table 1. Students' Attitude to Mathematical Proofs

Including proofs into the teaching contents makes Mathematics					
easier	more interesting	more difficult	more understadable	easier to apply	does not influence its acquisition
-	8 %	67 %	23 %	3 %	5 %

One of the reasons for the given situation is the attitude to proofs of school Mathematics teachers, which is not serious enough (see table 2**).**

Table 2 Frequency of Considering Mathematical Proofs at School

Worked at proofs	In Algebra		In Geometry	
	grades 7–9	grades 10–11	grades 7–9	grades 10–11
often	10 %	26 %	38 %	44 %
rarely	59 %	51 %	57 %	54 %
never	13 %	18 %	5 %	2 %
don't remember	18 %	5 %	-	-

THE DIFFERENCE IN LEARNING MATHEMATICS AMONG BOYS AND GIRLS

Edvīns Ģingulis
Liepāja Academy of Pedagogy, Latvia

Abstract. *First of all the article gives analysis of the results of the questionnaires conducted among Mathematics teachers concerning the differences among boys and girls acquiring mathematical knowledge. Then the results of the opinion poll and testing of 470 - 940 learners are dealt with. It has been ascertained that the personality motivation type of boys and girls, the level of learning motivation and grades in mathematical subjects differ, these indices are higher for girls. Also a conclusion has been made that girls have higher self-assessment in estimating their Multiple Intelligences. On the other hand boys from all classes have achieved better results in the test for determining their mathematical abilities, but the boys from senior grades outdo* *the girls when tested according to A. Amthauer's test for determining their general intellectual abilities.*

Keywords: *achievement in mathematics, differences among boys and girls in learning mathematics, dominating type of perception, general intellectual abilitie, level of learning motivation, mathematical abilities, personality motivation type, versatile abilities.*

XIX International Conference of UNESCO devoted to issues of people's education took place in Geneva in 1956. Its recommendations state: "Psychology has established a fact that practically each person is able to a certain extent be involved in doing Mathematics and there is no reason to assert that girls are less capable of doing Mathematics than boys" [10, 15]. Also German methodological literature asserts that boys and girls have similar inborn abilities for acquiring Mathematics, only the dominating views on men's and women's roles and professions in society concerning acquisition of Mathematics act as a sort of filters for "slowing down" the girls [2]. In 1983 Russian mathematician A. Kolmogorov in his interview referring to the matter acknowledged: "I have derived an impression that in middle school classes at the age of 12–13 interest in Mathematics quite often bears a provisional character and is completely lost in senior grades. Quite often it happens with girls "[9, 16]. The content of textbooks is mentioned as one of the factors hindering mathematical development. In mathematical textbooks the interests of girls and women are represented comparatively little. The spectre aimed at men is much wider, they are represented as managers of the family budget, much wiser and having wider opportunities of spare times activities [1]. Literary sources [8] mention that girls and boys think differently and therefore supplement one another.

A questionnaire was conducted among more than 100 Mathematics teachers and 470–940 learners of different classes were tested. The results of the survey among teachers are seen in table 1 and are expressed in percentage form. 100 % means the number of teachers who gave clear answers to the particular question.

Table 1. Results of the questionnaire among teachers

Questions	No differences	Girls are better	Boys are better	Other answers
1. Are girls and boys **motivated** for learning Mathematics to the same degree?	79 %	17 %	–	4 %
2. Are girls and boys equally **hard-working** when learning Mathematics?	22 %	74 %	4 %	–
3. Are girls and boys **organised and systematic** to the same	24 %	72 %	4 %	–

Questions	No differences	Girls are better	Boys are better	Other answers
degree when learning Mathematics?				
4. Do girls and boys possess an equal ability of **logical thinking**?	44 %	–	56 %	–
5. Do girls and boys possess an equal ability of learning **Algebra**?	71 %	29 %	–	–
6. Do girls and boys possess an equal ability of learning **Geometry?**	71 %	–	29 %	–

Most of the answers in the questionnaires admit that one or another quality of learning Mathematics is typical of girls or boys to a higher or lower degree; however, there are also other types of answers, which emphasise unevenness in the development of girls and boys. So for example, there is an opinion that on basic school level there are no essential differences as to motivation for learning Mathematics, but in grades 10–12 it is the boys who develop stronger motivation. Or another opinion, that up to class 7 there are no essential differences, but later on boys feel no desire for learning Mathematics.

The question "Let's accept that there are only girls in one class, and only boys in the other, otherwise there is no difference. Will you work in the same manner?" was answered positively by 49 % of Mathematics teachers. The rest of them emphasised that when working only with girls more problems creating interest in girls should be dealt with, the work would be more emotional, there would be more discussions and group discussions. But the boys would be given more non-standard problems, the type of activity would change more often, less detailed explanations would be used as compared when working with girls. And the teachers' attitude to the boys would be stricter.

With the help of other questionnaires and tests the factual motivation level of learning Mathematics was studied, the average grades of boys and girls have been calculated, their logical thinking, general intellectual and mathematical abilities evaluated.

The personality motivation type and the level of learning motivation of 940 learners from different classes were determined. For determining the personality motivation type Rean test [4, 186] was used. The test offers five opportunities: the personality to a greater or lesser extent might be achievement or failure oriented, there might also be no marked disposition one way or the other. When processing the data according to Rean test each motivation type was characterised by numbers 2, 1, –1, –2 or 0.

It was possible to evaluate the level of learning motivation as high, mediocre or low [11, 7 8), it was labelled correspondingly as 3, 2 or 1. In senior grades also certain methods [7] were used to measure the motivation level of learning Mathematics by 4, 3, 2 or 1. In both cases the results of measurement were interpreted as the level of learning motivation no matter what methodology was used.

Motivation research asserted that girls (G) outdo boys (B); they are more achievement oriented than boys, also the level of their learning motivation is higher (see Table 2).

Table 2. Study of Learners' Motivation

Class	Number		Motivation type		Motivation level	
	G	B	G	B	G	B
5.	**76**	**70**	**1.23**	**0.62**	**2.29**	**2.14**
6.	**83**	**72**	**1.20**	**0.42**	**2.30**	**2.04**
7.	**137**	**115**	**0.90**	**0.60**	**2.41**	**2.20**
8.	**54**	**55**	**0.56**	**0.40**	**2.52**	**2.16**
9.	**88**	**55**	**0.98**	**0.69**	**2.47**	**2.31**
10.	**39**	**26**	**0.69**	**0.64**	**2.72**	**2.36**
11.	**41**	**28**	**0.87**	**1.07**	**2.46**	**2.68**

The learners' diligence and self-discipline, partially also their abilities of learning Mathematics are revealed by their marks in Mathematics, Algebra (A) and Geometry (G). Having studied the results of the above-mentioned 940 pupils, the average mark was higher (with rare exceptions) among the girls (see Table 3).

Table 3. Learners' average grades in Mathematics

	Class 5		Class 6		Class 7		Class 8	
	G	B	G	B	G	B	G	B
A	**6.28**	**5.83**	**5.84**	**5.19**	**5.69**	**5.88**	**5.52**	**5.59**
G	**6.28**	**5.83**	**5.84**	**5.19**	**4.70**	**4.90**	**5.15**	**5.27**

	Class 9		Class 10		Class 11	
	G	B	G	B	G	B
A	**4.93**	**4.69**	**5.69**	**5.26**	**5.71**	**5.22**
G	**5.13**	**4.75**	**5.60**	**5.08**	**5.71**	**5.64**

The abilities of about 650 learners were studied. Multiple Intelligence test [3] showed that in six types of abilities girls of all ages evaluate themselves higher. The boys are superior only in self-evaluation of their kinaesthetic abilities.

R.Amthauer's test for determining the structure of intellectual abilities [5, 75–78) showed that girls are better until they reach grade 8 in those problems which are not connected with the ability of spatial imagination (see Table 4).

Table 4. Results of R.Amthauer's test

Class	Number		Oral abilities		Numerical abilities		Ability of spatial imagination		Total	
	G	B	G	B	G	B	G	B	G	B
5.	**22**	**21**	**4.27**	**4.33**	**5.05**	**4.86**	**4.95**	**5.33**	**14.27**	**14.48**
6.	**50**	**40**	**3.80**	**3.00**	**4.10**	**3.65**	**3.22**	**2.85**	**11.12**	**9.50**
7.	**94**	**76**	**3.62**	**3.13**	**2.99**	**2.80**	**3.00**	**2.99**	**9.65**	**8.91**
8.	**54**	**50**	**3.41**	**3.34**	**2.83**	**3.76**	**3.31**	**3.66**	**9.30**	**10.92**
9.	**66**	**44**	**4.42**	**4.07**	**3.73**	**4.82**	**3.89**	**4.66**	**12.02**	**13.55**
10.	**39**	**26**	**3.72**	**4.04**	**5.05**	**6.48**	**4.72**	**5.48**	**13.51**	**15.96**
11.	**41**	**28**	**4.12**	**4.43**	**4.49**	**6.50**	**3.85**	**5.11**	**12.51**	**16.04**

The learners' mathematical abilities were investigated with the help of a test based on the theory that the three main components of these abilities are spatial imagination, abilities of algorithmic and logical thinking [6]. It was the first time during the experiment when the boys' achievement was higher (see Table 5).

Table 5. Comparison of mathematical abilities

Class	Spatial imagination abilities		Algorithmic abilities		Logical abilities		Total	
	G	B	G	B	G	B	G	B
5.	3.3	3.33	3.50	3.33	2.80	2.78	9.60	9.44
6.	2.41	2.89	2.89	2.96	1.43	2.11	6.73	7.96
7.	2.78	2.72	2.71	2.80	2.18	1.83	7.67	7.35
8.	2.92	2.87	2.76	3.17	2.08	2.51	7.75	8.43
9.	1.80	2.67	2.30	3.00	1.43	1.79	5.57	7.38
10.	2.27	2.88	2.65	2.77	1.46	1.96	6.38	7.62
11.	2.00	2.52	2.12	2.10	1.21	1.14	5.33	5.76
Average	2.47	2.79	2.63	2.85	1.74	1.88	6.83	7.58

Within the framework of the present study the dominating type of perception for 621 learners (351 girls and 270 boys) was determined according to a method suggested by A.Smith [3]. The obtained results (Table 6) do not correspond to the data given in A. Smith's book. There are two possibilities here: either the data given by A. Smith are wrong, or the test suggested by him is not precise enough for determining the dominating type of perception.

Table 6. The dominating type of perception

	G	B	Total	By A.Smith
Kinaesthetic perception	26 %	30 %	28 %	37 %
Aural perception	13 %	18 %	15 %	34 %
Visual perception	61 %	52 %	57 %	29 %

Conclusion can be made that differences among boys and girls in learning Mathematics partially depend on the learners' age. Most likely it is determined by the boys' and girls' pace of development, peculiarities of their reasoning as well as the opinions dominating in society as to the role of different genders in the choice of their profession.

References

1. Kaiser-Messmer G. *Analyse ausgewählter Schulbücher unter geschlechts–spezifischen Aspekten* // Beiträge zum Mathematikunterricht. – Hildes–heim: Franzbecker, 1994. – S. 171–174.
2. Pehkonen E. *Schülervorstellungen über Mathematik als verbogener Faktor für das Lernen* // Beiträge zum Mathematikunterricht, Hildesheim: Franzbecker, 1993. – S. 303–304.
3. Smith A. *Accelerated Learning in the Classroom.* Network Press, 1996.
4. Бордовская Н. В., Реан А. А. *Педагогика.* СПб.: Изд-во "Питер", 2000.
5. Дружинин В. Н. *Психология общих способностей.* СПб.: Питер, 2000.
6. Гингулис Э. *Диагностирование математических способностей уча–щихся 6, 9 и 12 классов* // Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives. Proceedings of the 5th International Conference. Liepaja, Liepaja Academy of Pedagogy, p. 84–95.
7. Гребенюк О. С. *Формирование интереса к учебной и трудовой деятельности у учащихся средних профтехучилищ.* – М: Высшая школа, 1986.
8. Каплунович И. Я. *Нужно ли раздельное обучение мальчиков и девочек?* // Математика в школе, 2001, N 5, с. 56–60.
9. Колмогоров А. Н. *Математика – наука и профессия.* – М.: Наука, 1988.
10. Кудрявцев Л. Д. *Мысли о современной математике и ее изучении.* – М.: Наука, 1977.
11. Тихомирова Л. Ф. *Развитие интеллектуальных способностей ребён–ка. Младший подростковый возраст (11–14 лет).* М.: Рольф, 2001.

РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ СТУДЕНТОВ УНИВЕРСИТЕТА

Benita Judrupa, Ojārs Judrups
Latvijas Universitāte, Latvia

Abstract. *The article is devoted to analysis of acquisition of mathematical culture in study process when development of mathematical skills, mathematics* *education and development of mathematical moral as student intellectual development elements takes place at swift speed.*

Keywords: *development of mathematical capabilities, mathematical culture, mathematical education, mathematical morality, process of study.*

Общество демократического государства является обществом куль– туры и труда, которое дает своему гражданину право на образование и одновременно, в соответствии с приобретенным образованием, вменяет в долг участие в культурной работе своего государства, укрепляя и усовершенствуя его. Понятие "*культура*" употребляется здесь в самом широком смысле слова, как общность материальных и духовных цен– ностей, способов их сотворения, употребления и дальнейшей передачи, созданных человечеством в процессе общественно исторической практи– ки. Для того, чтобы охарактеризовать культурные достижения госу– дарства, следует рассмотреть, какими средствами культура распро– страняется. Одним из важнейших средств распространения культуры является школа. Одной из существенных составляющих культуры явля– ется математическая культура, которая образуется благоларя математи– ческому воспитанию, математическому образованию и усовершенсво– ванию математической нравственности.

Нас естественно интересует усвоение математической культуры студенчеством, когда математическое воспитание, математическое образование и усовершенствование математической нравственности, как элементы духовного развития студента, проходят стремительное развитие как раз на начальном этапе обучения. Для того, чтобы студент математически просвещался, его, посредством воспитания, необходимо подготовить к работе математического образования (на основании навыков вербального суждения необходимо развить навыки матема– тического суждения), однако каждое воспитание имеет и нравственный оттенок. Математическое воспитание направлено на образование лич– ности сильного характера, стабильной, устойчивой и целеустремленной, на достижение высокого уровня осознания абстракций математической теории, т.е. на выработку навыков употребления прозрачной, логически упорядоченной, научной терминалогии и умения без лишних слов формулировать точные высказывания.

Под математической нравственностью мы подразумеваем форму общественного сознания, в которой отражаются и укрепляются этические свойства математической теории – польза и законность. Достижение математической нравственности возможно лишь при максимальном развитии умственных потенций студента. Задачей педагога является формирование потребностей студентов постичь и осознать цель своей деятельности посредством умелой организации осознания учебной информации, опроса осознанных знаний и регулировки темпа познания.

Существенное значение для постепенного стабильного матема–тического образования имеет разработка структуры задач, которая соот–ветствует структуре учебной информации. Независимо от вида формулировки дидактической цели задачи, решение задачи учебного познания предвидит *анализ* существующей ситуации, *упрощение, класси–фикацию*, *модификацию*, *оценку* и *заключение.* В случае математического образования, очень важно согласовать степень абстракции теоретической информации учебного познания, цель задачи учебного познания и существующий уровень математического образования студента.

Концептуальный подход к реализации политики математического образования предусматривает групповую (3–4 студента со сведующим студентом как лидером, консультантом и куратором в центре) органи–зацию работы учебного познания во время практических работ не только при совместном решении достаточного количества небольших по объему доступных задач *распознавания и употребления*, но и совместное решение, с использованием литературы различного вида, индиви–дуального теста на установление способностей математического сужде–ния в конце каждого занятия. Благодаря такой форме организации и диагностики результатов учебного процесса реализируются следующие функции математического образования:

индивидуализация:

- благодаря большему числу вариантов теста (10–15 вариантов на группу из 25 студентов), индивидуализируется процесс учебного позна–ния даже в случаях больших потоков;
- благодаря большему числу тестов (16 тестов в курсе с объемом 16+16 часа) и их значению при заключительной оценке обучения (40 % от экзаменационной оценки), систематически диагностицируется степень развития как ответственности так и способностей учебного познания;

социализация:

- основываясь на все увеличивающейся базе информации, посте–пенно образуется и укрепляется стабильная система навыков учебного познания (в заключении важнейших разделов учебного познания решаются задачи *компиляции* и два раза в семестр – в середине семестра и в конце – *програмные* задачи);
- благодаря сравнительно большему числу интерпретаций основных понятий курса, на основание которых составляются задачи *распознавания*, образуется более глубокое осознание социальной значимости курса.

Таким образом тест на установление способностей математического суждения становится инструментом как образования и укрепления навы–ков учебного познания – математического воспитания, так и математи–ческого образования и усовершенствования математической нравст–венности.

Так как математические задачи имеют высокую информативную емкость и их структура имеет высокую степень сложности, тогда уже решение задачи *употребления* предвидит планирование выполняемой работы и создание физического или умственного дерева плана, таким образом расширяя взгляд на существующую проблему. Уже задачи этого типа, не говоря о задачах более высокой степени сложности – задачи *компиляции* и *програмные* задачи, воспитывают целеустремленность и сознательное отношение к выполняемой работе и планирование выпол–няемой работы (и времени). Абстрактное исследовательское мышление в вузе не является и не может быть только результатом индивидуального самообразования, оно может быть приобретено и в результате специально организованного общения **студент ⇔ студент**, когда в процессе обучения более слабого студента знаниям обучает более сильный студент. В процессе обучения в вузе решающими являются коммуникационные навыки. Оттого, для рациональной организации учебного познания, особенно в студенческих группах с большинством средних студентов, преимущество имеет групповая форма организации познания. Такая политика организации процесса обучения позволяет одновременно решать следующие проблемы – развитие навыков сотрудничества студен–та с другими студентами, формирование личности студента в процессе познания в специально созданном обществе, создание особого психологического климата, когда повышается самосознание лучшего студента, самостоятельность его познания и одновременно более слабый студент учится по деловому общаться с коллегами по познанию и при–обретать приемы постижения для дальнейшего самосовершенство–вания.

Разработанная авторами система 16 тестов создана не традиционно, так как каждый тест содержит комплексс однородных задач *опознания* или индивидуальную проблемную ситуацию – *програмную* задачу, в которой формулируется цель решения и средства достижения этой цели. Общепринято, что суть математической задачи – это формулировка цели задачи, которую необходимо достигнуть решая задачу, когда не перечислены средства и методы достижения этой цели. Считается, что продуктивный процесс абстрактного мышления происходит только в том случае, когда средства решения субъекту не даны в явном виде. Смысл процесса абстрактного мышления состоит в нахождении этих средств, учитывая имеющиеся условия. Однако цель индивидуальных проблемных ситуаций (*програмных* задач) более широкая – это не только решение сформулированной задачи, но, во первых, осознание формулировки задачи и опознание существующих условий. Обычно эти задачи форму–лированы в общем виде, а каждый студент имеет свои индивидуальные условия задачи. Формулировки условий такого типа задач невозможно найти ни в конспекте лекций, ни в имеющейся учебной литературе, ни в сборниках задач и как раз такая формулировка задачи заставляет студента неоднократно обращаться к информативному учебному материалу, для того, что бы обрести ответ на вопрос, как понять и решить поставленную творческую задачу.

Во время теста официально дозволено разговаривать и пользоваться любой учебной литературой, однако, благодаря особенным задачам, полностью искореняется даже мысль о списывании. Сознание, что задача очень проста, так как ее формулировка в большинстве случаев коротка, или необходимое преобразование уже подсказано в формулировке, только нужно научиться ее расшифровать, смущает каждого, а особенно среднего или слабого студента, однако заманивает его действовать.

Традиционно процесс учебного познания по математическим предметам в вузе год от года реализируется как общение двух видов: **студент ⇔ педагог ⇔ учебная информация** или **студент ⇔ учебная информация** таким образом развивая способности самостоятельного познания, однако одновременно увеличивая изоляцию отдельных субьектов учебного познания в учебной среде и не способствуя коммуникации между студентами. В случае большего конкурса соискателей это допустимо, однако в случае массового образования, когда число хороших студентов в группе усыхает на глазах, такая политика образования не допустима и даже вредна. Современные требования к навыкам общения с окружающим миром образуют необходимость создавать и совершенствовать соотношения **студент ⇔ студент ⇔ учебная информация**. Этого можно достичь во время практических занятий предлагая для решения задачи *опознания* и *применения* и разделяя всю группу на небольшие подгруппы (3 – 4 студента) и в конце каждого занятия решая индивидуальный тест математического суждения с использованием учебной литературы.

Summary

For a student to acquire mathematical skills he has to be prepared for mathematics education work, but any skills development has also the moral shade. The development of mathematical skills are directed towards formation of determined character, stable, firm and targeted personality, as well as achieving high level of abstraction of mathematic theory comprehension, namely, towards skills of using clear, logically co-ordinated scientific terminology and formulating precise expressions without verbiage. At the same time mathematics education is directed towards development of mathematical skills, cultivating and based on work loving, economising means of expression, entrepreneurship, persistence and proficiency. With the mathematical moral we comprehend the form of social awareness in which mathematical theory ethic properties – utility and legitimacy – are reflected and secured. It is the collection of the laws and norms of democratic work society progressive cohabitation that determine duties of members of society and relationship

among themselves and the society – critical attitude to the existing situation, realization of problems, assessment and logical modelling, with the condition that the moral judgement of the member of society is based on union of cause of action and useful result for society.

The conceptual approach to policy realization of development of mathematical skill foresees group study work organization during seminars (3-4 students with a qualified student as a leader, consultant and tutor in the middle). This foresees not only common work for solving sufficient number of *recognition* and *usage* problems, but also completion of individual test of common mathematical reasoning at the end of each lesson, using all the available study literature.

О ПОВЫШЕНИИ КВАЛИФИКАЦИИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ В ТАЛЛИННСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Тийу Кальяс
Таллиннский Университет, Эстония

В 2002 году кафедрой дидактики математики Отделения математики Таллиннского Университета были разработаны программы повышения квалификации учителей математики, нацеленные на ознакомление слушателей с конструктивистскими методами обучения и на применение этих методов в общеобразовательной школе, в том числе, и с использова–нием компьютеров.

С 80-х годов прошлого столетия во всем мире все бóльшую поддержку находит конструктивистский подход к изложению учебного материала, который предполагает активность самого учащегося в формировании сво-их знаний и основывается на предшествующем опыте обучаемого. При таком подходе окружающий мир представляется нам не таким, каков он в действительности, а мы строим собственное представление о нем, опира-ясь на свои предшествующие опыт и знания, с помощью интерпретации рассматриваемой ситуации. Если новые опыт и факты раскрывают ситу-ацию в новом освещении, то человек приступает к ревизии своего пони-мания. Важно также дать учащемуся некоторые опыт и навыки, которые он может обдумать и затем объяснить свою позицию соученикам. Именно так в сознании учащегося формируется новое понятие. В учебном процес-се, основанном на таком подходе, требуется гораздо больше, чем мы при-выкли это делать до сих пор, учитывать индивидуальные особенности учащихся.

Несмотря на то, что конструктивистский метод обучения внедряется уже почти 20 лет, соответствующие ожидания реализовались не в полной мере. В качестве причины этого ссылаются на большие затраты времени при применении этого подхода, на трудность вовлечения в открытый учебный процесс менее способных учащихся, а также на весьма большую эффективность прежних методов обучения, благодаря чему учителя не проявляют интереса к новым методам обучения. Такие тенденции наблюдаются и в школьной математике Эстонии. Для ослабления возникших отрицательных явлений в проекте нашей новой программы по математике для основной школы предусматривается резерв времени для применения новых методов, упрощается изложение материала и т.д. Согласно этому проекту, все обучение математике должно быть нацелено на то, чтобы учащиеся изучали математику с пониманием и в соответствии со своими способностями.

В Таллиннском Университете курсы повышения квалификации учи–телей проходят при Центре повышения квалификации. Соответствующие программы вырабатываются в отделениях по специальностям, и их утверждают в министерстве науки и образования. Обычно курсы проходят отдельно для учителей математики основной школы и для учителей гимназии. Последние три года весьма большой популярностью пользуется курс повышения квалификации учителей математики основной школы. Целью курса является рассмотрение когнитивных методов обучения, активизирующих учебную деятельность учащихся, и подготовка учителей к применению различных компьютерных программ при преподавании математики в основной школе.

Весь курс разделен на четыре двухдневных миникурса. Каждый миникурс имеет свою основную тему, половина времени миникурса используется на методический разбор соответствующей темы школьного курса матема-тики с точки зрения современных тенденций преподавания математики, а точнее:

– использование конкретной деятельности для открытия, создания и усвоения новых знаний;

– учет умственных особенностей, интересов и потребностей учащихся в учебной работе.

Параллельно сказанному выше проводились и лекции в компьютер–ном классе, где слушателей знакомили с возможностями рассмотрения основной темы при помощи соответствующих компьютерных программ. Общие условные названия миникурсов были следующими: арифметика и ее применения, о преподавании алгебры при помощи геометрии, практические работы по математике, игры на уроках математики. В рамках соответствующих общих тем рассматривались, в частности, роль текстовых задач в преподавании математики, важность чтения матема–тического текста и его понимания, вопросы взаимоотношения устного и письменного счета в преподавании математики, трактовка понятия функции в основной школе, процентные вычисления вместе с так называемой “газетной” математикой. Программа по применению ком– пьютеров включала лекции по начальному обучению и ознакомление с программами GeomeTricks, Spirograaf, LOGO, Pattern, Funktion, TableTalk и возможности их использования в рассмотрении названных выше тем.

Параллельно лекциям проводились практические занятия, на кото– рые было отведено в два раза больше времени, чем на изучение теоретического материала. Здесь слушателям предоставлялась возмож– ность реализовать на практике идеи и принципы, излагавшиеся на соответствующих лекциях. При этом понятия рассматривались на различных уровнях – визуальном, алгебраическом, словесном, а также численном. В настоящее время в школе преобладают алгебраический и словесный способы изложения материала, а с визуальным изложением учителя практически не умеют обращаться. На практических занятиях выполнялись работы по руководствам, составленным преподавателями, проводились групповые работы, составлялись задания, основанные на проблемах повседневной жизни (взятые из периодической печати), проводились математические игры и т.д.

При работе с рабочими инструкциями обращалось внимание на то, что они помогают направить ход мысли учащихся, но окончательные умозаключения учащиеся могут делать сами. Тем самым мы следим за мыслительной деятельностью учащегося. На практических занятиях слушателей знакомили и с методическими приемами, которые широко пропагандировались в педагогике советского периода в 60–70 годах, и которые канули затем в забвение при внедрении предметного подхода к обучению. В качестве типичного примера можно привести наглядность (визуализацию). К сожалению, наглядных пособий мало и в современной школе Эстонии, но наша стратегия развития образования предусматривает существенные сдвиги в этом направлении в связи с привлечением бóльших денежных средств. Для многих практикующих учителей большим сюрпризом явилось то, что так называемые новые наглядные пособия, пришедшие в школу в последние годы, хорошо знакомы с прежних времен их более старшим коллегам. Учащимся трудно увязывать математику с повседневной жизнью, для этого нужно уделять гораздо больше времени соответствующим темам и решению прикладных задач. При проведении групповых работ обращалось внимание на важность взаимного общения учащихся и выводов, которые они делают в процессе беседы, формулируя свои мысли. При рассмотрении математических игр подчеркивалось, что они увязывают изучение новых понятий с их закреплением, а также с получением положительных эмоций при изучении математики.

В конце цикла курсов каждый слушатель должен был представить активизирующие средства для преподавания некоторой темы основной школы (рабочие листы, рабочие инструкции для индивидуальной или для групповой работы, инструкцию для применения компьютера, описание игры и т.п.). Лекторами были составлены соответствующие материалы, содержащие указания и примерные образцы составления указанных работ.

Разработанные материалы демонстрировались при защите курсовых работ, что дало всем слушателям много новых идей для улучшения преподавания математики. Составленный сборник учебного материала является хорошей помощью для разнообразного преподавания и для того, чтобы обеспечить цели познавательного обучения.

Участие в курсах повышения квалификации и интерес к ним существенно зависят от новизны предлагаемых методов обучения, а особенно от привлечения в качестве лекторов лучших творчески работающих учителей-практиков и тех преподавателей высшей школы, которые имеют опыт преподавания в школе. Это убедительно показали опросы слушателей, проводившиеся в конце курсов. Приведут ли полученные знания к реальным изменениям в работе учителей зависит, очевидно, и от изменения целей нашей школьной программы в сторону большей ориентации на учащихся, а также от готовности самих учителей к самосовершенствованию. Если подобные изменения в самом деле начнут происходить, то это, повидимому, положительно скажется и на отношении учащихся к изучению математики и к самому предмету математики. Необходимость таких изме-нений проказывают и исследования в рамках программы TIMSS.

Литература

1. Doland, D. 2000. Mathematics Activities for Elementary School Teacher. A Problem Solving Approach. 4th ed. Addison Wesley Longman, Inc.
2. Goodman, A. 1998. Understanding Elementary Algebra with Geometry. A Course for College Students. Brooks/Cole Publishing Company.
3. Dossey, J. A. Mathematics Methods and Modelling for Today's Mathematics Classroom, Canada, 2002.
4. Ahtee, M., Pehkonen. 1994. E. Constructivist Viewpoints for School Teaching and Learning in Mathematics and Science. Research report 131. Department of Teacher Education University of Helsinki.

Summary

In co-operation with the In-service Training Centre of Tallinn University the Department of Mathematics carrying out the sessions of in-service training for working Mathematics teachers. These sessions are organised for gymnasium and basic school teachers separately. The curricula for in-service training sessions are worked out in the Chair of Didactics of Mathematics. These curricula contain the modern problem from Mathematics and Didactics of Mathematics, including models of constructivist teaching. The corresponding course for basic school teachers was devided to 4 subcourses:

arithmetics and its applications, teaching of algebra using geometry, practical works in mathematics, mathematical games. In parallel with lections practical works and workshops took place where patricipants were enabled to realise ideas and principles considered in lections. In practical works the work according to manuals composed by teachers was carried out. Also group works, composing of application problems basing on periodical materials and playing mathematical games took place. Special attention is paid on teaching Mathematics with the help of computers.

НЕКОТОРЫЕ ПСИХОЛОГИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Ромуальдас Кашуба
Вильнюсский университет, Литва

Методист как тракторист,
Пашет под всеобщий свист.

Как известно, умение решать любые задачи, в том числе и матема–тические, во все времена всегда считалось нелегким делом, сродни самым высоким исскуствам и умениям или иногда даже превосходящим их, так как в математике, выражаясь чуть видоизменными словами первого классика русской литературы, все еще возможно ”гармонией проверить алгебру".

Иными словами, при решении любой мало-мальски серьезной задачи в этот несомненно творческий и нелегкий процесс неизменно вовлекается все человеческое существо и участвуют все чувства, мысли, воля и интуиция. Поэтому психологические моменты восприятия задачи и преодоление трудностей ее решения, равно как и осознание того, что задача решена или понимание того, что именно препятствует ее успешному решению, что было бы для этого полезно знать или определить, нередко вступают в первый план или уж во всяком случае всегда явным образом присутствуют.

Сказанное ничуть не претендует на большую новизну, во всяком случае, с этим в какой то мере сталкивается каждый решатель задач, правда, сильный решатель иногда может и пройти мимо ясного осознания такого рода трудностей как трудностей, имеющих также ярко выра–женный психологический характер.

Нельзя также утверждать, что об этом никто не говорит в американских олимпиадных сборниках автору не один доводилось читать, очень правильные слова о том, что решая задачу, решатель неявным но существенным образом сталкивается и с (часто весьма искусным и умудренным) ее составителем А иногда и не с одним, потому, что нередко один умный человек ставит интересный вопрос, второй находит доказательство, так часто и возникает задача, а третий может в увлеченном состоянии придать этому решению почти идеальный практически не улушчаемый вид.

В указанном контексте это все относится прежде всего к олимпиад–никам или решателям высокого уровня, про которые можно сказать , что они и так справятся.

Нас же прежде всего интересует нормальный интересующийся, а еще лучше увлеченный решатель и прежде всего то, каким образом ему можно было бы дать несколько психологически обоснованных достаточно простых, но полезных советов Эти советы лучше всего подойдут тем, которые не только читают красивые решения, но и решают сами, потому что без таких, часто мучительных поисков решения, учитель или ученик не в состоянии ни прочувствовать все тонкости решения, ни передать все сложности поиска, равно как и стратегию успеха. Напрасно иной учитель полагает, что если он будет разъяснять и рассказывать только такие задачи, решения которых он сам прочел в задачнике, то ученик этого не замечает. Это заблуждение такого же рода, как если бы приходской батюшка, отводящий мало времени на молитву, стал полагать, что его прихожане этого тоже не заметят.

Смелости коснутся этих вопросов автору придает многолетний опыт преподавания не только в университете, но также и в школе, равно как и олимпиадная деятельность разного уровня – начиная с районных и окружных вплоть до международных и мировых олимпиад не только школьников, но и студентов включительно.

Несмотря на сказанное выше, автор прежде всего намерен говорить про простые вещи, которые будут понятны всем, кому только это может показатся интересным.

С точки зрения составителя задачи как человека, чаще всего доско–нально освоившегося с понятиями и проблемами вокруг предлагаемой задачи, часто она и не представляется ему так уж очень и сложной Но если эта задача является для решателя новой, то у него обычно возникает потребность вчувствоваться или, образно говоря, войти в задачу. А это не просто, требует и определенной фантазии, и концентрации внимания и мысли, а таккже умения не терять нить решения. Решатель вынужден действовать часто в непривычных для себя условиях и суметь правильно сориентироваться, как ему быть.

Это нелегко и вообще никогда не было легким делом. Но именно ситуации такого рода, при изучении точных наук встречаются повсеместно и как раз это воспитывает в человеке так называемое абстрактное мышление, которое и является одним из самых ценных качеств получаемого им образования. Иногда это называют еще и глубиной мышления.

То, что мы упомянули выше, может быть также иитерпретацией или растолкованием известного афоризма, что образование это то, что остается, когда все забывается.

Однако перейдем к рассмотрению более конкретных примеров возможного психологического подхода к упрощению сложностей и трудностей предполагаемых задач.

Иногда нас способна удивить даже сама постановка задачи, например, прямой вопрос такого рода.

Число A называется энергичным, если его цифры, читая их слева направо, возрастают. Например, энергичным является число 159. Спрашивается, какие значения может принимать сумма цифр числа 9A?

Итак, беремся за первое попавшееся такое число – $159 \times 9 = 1431$, а сумма цифр его суть $1 + 4 + 3 + 1 = 9$.Үмудренные опытом, возьмем другое энергичное число, например, 1357. Тогда $9 \times 1357 = 12213$ и снова сумма цифр числа 9A оказывется равной 9.

Напрашивается психологически неожиданный вывод – неужели так будет всякий раз с каждым энергичным числом, что сумма цифр такого числа непременно окажется равной 9?

А после того, как это удивление пройдет, доказать, что сумма цифр 9A всегда получается 9, даже и не очень сложно – для этого достаточно число 9A записать как разность 10A – A а вычитание произвести столбиком и все станет ясно.

Вопрос. А сколько всего существует энергичных чисел?

СНЯТИЕ ВОЗМОЖНОГО ПСИХОЛОГИЧЕСНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ

Надо признать, что как ни рассуждай, а человеку проще иметь дело с меньшими, а не с большими числами, потому, что тогда все как бы более прозрачно и обозримо. Поэтому, учитывая это, нередко удается упростить, ой и без этого какой нелегкий поиск решения, простой заменой упомянутых в условиях задачи больших чисел меньшими, но, конечно, только с исскусным сохранением интриги задачи.

Сравните два варианта по сути дела одной задачи.

Найдите такое число, двоичная запись которого содержит 2005 нулей и 2005 единиц и которое делится на 2005.

В другом варианте нас просят отыскать число, двоичная запись которого содержит 5 единиц и 5 нулей и которое делится на 5.

Который вариант является более доступным, спрашивать не приходится. А между тем, решая такие и даже более легкие возможные варианты, человек психологически практически незаметно постигает суть и смысл поставленной задачи.

Двоичной записью числа 5 является 101, тогда $5 + 5 = 10$ в двоичной системе счисления записывается как $101 + 101 = 1010$, $10 + 5 = 15$ как

1010+101 = 1111, далее 15 + 5 = 20 как – 1111 + 101 = 10100 и, наконец, 20 + 5 = 25 двоичной записью будет 10100 + 101 = 11001.

Наконец мы получили число, которое делится на 5 и в двоичной записи которого содержится 3 единицы. Приписывая, например, справа 101 (содержащее 2 единицы) мы получим число 11001101, содержащее уже 5 единиц (и 3 ноля) и, конечно, делящееся на 5.

Теперь достаточно дописать в конце этого числа еще два ноля и мы получаем делящееся на 5 число 1100110100, содержащее уже ровно 5 нолей и 5 единиц. Кстати, в обычной записи это 820.

Теперь по сути дела все ясно, как быть и с числом 2005.

Приведем пример другой задачи, заимствованной из Санкт-Петербургской олимпиады 2004 года, где решительное уменьшение большого числа бочонков буквально подталкивает нас к постиганию сути происходящего. Приводим условие этой на редкость изящной задачи.

На складе стояли бочонки с медом весом 1000,1001,...,2004 грамма, причем на каждом бочонке был записан его вес. На склад залетели несколько шмелей и утонули в бочонках (в одном бочонке могло утонуть несколько шмелей). Известно, что каждый шмель весит ровно 1 г. У кладовщика есть двухчашечные весы без гирь, которые показывают, на какой из чашек лежит больший вес. Как ему при помощи нескольких взвешиваний на этих весах найти какой-нибудь бочонок, в котором утонул хотя бы один шмель?

Бочонков немало – аж 1005 и это действует на воображение. Оставим их только 2, весящих 1000 и 1001 г, и ничего больше не остается, как только ставить их оба на чашечные весы и если, вопреки тому, что было, бочонок весом в 1001 г. уже не тяжелее, то в 1000-граммовом бочонке хотя бы шмель точно есть. Ну, а если и дальше перевешивает бывший 1001-граммовый, то тогда именно в нем заведомо есть хотя бы один шмель.

Теперь уже понятно, как быть и с большим числом бочонков.

Рассмотрим случай 3 бочонков весом в 1000, 1001 и 1002 грамма. Сначала, как и прежде, ставим на весы 1000- и 1001-граммовые бочонки. Если 1001-граммовый неперевешивает, то в 1000-граммовом – шмель. Если же он уже неперевешивает, тогда на весы ставим следующие по соседству 1001– 1002-граммовые бочонки. Опять, если 1002-граммовый уже неперевешивает бывшего 1001-граммого, то тогда шмель в 1001-граммовом. Если нет, в 1002-граммовом шмель заведомо имеется.

И вообще, сколько бочонков бы ни было, последовательно ставим на весы соседние бочонки и если бывший более тяжелый неперевешивает, то шмель в соседнем (бывшем более легком) бочонке.

Если же все бывшие тяжелые бочонки всегда перевешивают бывших легких, то опять заключаем, что в последнем по весу бочонке хотя бы один шмель заведомо есть.

Интересно, что имей мы неограниченное количество бочонков, то тогда возможен случай, когда мы ничего не сможем определить.
Так будет, например, в случае, когда в каждом из бесконечного коли–чества бочонков утонуло ровно по одному шмелю – в бесконечной шеренге солдат просто нету последнего крайнего самого тяжелого бочонка!

Нечастый случай, когда бесконечность конечному "помеха"!

О ВАЖНОСТИ МЕЛОЧЕЙ

Другой на первый взгляд парадоксальный вывод заключается в том, что при решении задач любая мелочь может (за)играть решащую роль. Иными словами, в серьезном деле нету мелочей и каждое обстоятельство может играть решающую роль. Психологически с этим не всегда легко смириться.

Пример в виде непосредственного вопроса.

Существует ли такое натуральное число N, что десятичной записи чисел N и N^2 вместе взятых по одному разу присутствуют все цифры начиная с 0 по 9?

На первый взгляд не ясно, с чего начать? Психологическое воображение, хотя бы исходя из школьного опыта (на самом деле все мы родом со школы), шепчет нам, что практически всегда десятичная запись числа N короче записи числа N^2.

Ну и что с этого? Не будем же мы проверять все подряд. Однако с чего-то надо начинать. Ну и начнем с простого замечания, что квадрат двузначного числа суть число четырёхзначное или трехзначное. Более общо, опыт гласит, квадрат n-значного числа суть либо $2n$-, либо $(2n-1)$-значное число. А уже из этого все и следует. А именно, если число N n-значно, а число N^2 – $(2n-1)$-значно и десятичной записи обоих вместе взятых по одному разу встречаются все 10 цифр, то тогда обязательно $n + (2n-1) = 10$ и, следовательно $3n = 11$, чего при целых n заведомо не может быть.

Если же квадрат n-значного числа N суть $2n$-значное число, то опять-таки $n + 2n = 10$, чего при целом n снова не может быть.

Или такой пример.

Два брата вырастили N чудо цветов и продали их в Голландии по N евро за каждый и поровну поделили выручку. Каждый из них все свои вырученные „целые десятки" отнес на банк, а оставшиеся деньги истратили в Макдональдсе. Сколько денег потратили брата на это мероприятие?

Опять-таки сначала все предоставляется немного замысловатым, а насчет дальнейшего есть поговорка „А ларчик просто открывался."

Литература

1. Задачи Санкт-Петербургской олимпиады школьников по матема–тике,"Невский диалект", Санкт-Петербург, 2004.

Summary

In this paper some psychological difficulties in solving mathematical problems are discussed and some simple approaches and simple steps to successful solving and their psychological background are investigated.

УПРАВЛЕНИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬЮ В ОЧНО-ЗАОЧНОЙ ШКОЛЕ

Виктор Казаченок
Белорусский государственный университет, Беларусь

Abstract. *Effectiveness of managed self-education at internal-correspondence school in mathematics and informatics at Belarusian State University is being analyzed.*

Keywords: *distance education, management, monitoring, self-education.*

Отсутствие единого мнения об управляемости учением и очевидная актуальность этой проблемы для проектирования эффективных дидактических систем, в особенности, построенных на компьютерных и сетевых информационных технологиях, требует более подробного рассмотрения проблемы управляемости процессом самообучения, под которым мы понимаем *процесс* получения человеком знаний и умений посредством собственных устремлений и самостоятельно выбранных средств обучения [1].

Одна из причин сложившейся ситуации, по видимому состоит в том, что психологи и педагоги разделили единый процесс обучения на деятельность педагога (преподавание), которая изучается в дидактике, и деятельность обучающегося (учение), рассматриваемую в педагогической психологии. Каждая из теорий учения является частной, что подтверж–дается самим фактом их существования, имеет свою сферу применения в общей модели «учение-преподавание».

Отдельные стороны управления самообучением изучались А. Н. Авдеевым, А. К. Громцевой, М. Е. Чулковой и др. в связи с особен–ностями самообразовательной деятельности школьников и воспитанием готовности к ней. По их мнению, руководство самообучением должно быть направлено на совершенствование познавательных и организа–ционных умений, обеспечивающих протекание деятельности на уровне максимального использования возможностей личности. Оно стимулирует постоянный духовный рост учащихся, их полноценное становление.

Мы разделяем точку зрения В.П. Беспалько, который показал, что управление познавательной деятельностью учащихся – необходимая составная часть дидактического процесса. Другими словами, любая учебная деятельность всегда управляема. Это либо непосредственные управляющие воздействия конкретного преподавателя, либо опосре–дованные воздействия «обобщенного» преподавателя (автоматическое управление) с помощью различных технических средств, либо, наконец, самоуправление, осуществляемое самим учащимся по отношению к самому себе [2].

Таким образом, управляемое самообучение представляет собой объективно-субъективный процесс, при котором в управлении системой самообучения участвуют и элементы внешней системы и индивидуальное сознание конкретной личности.

Мы согласны с Л. Н. Сергеевой, которая в системе руководства самообразованием выделяет три этапа, которые отвечают запросам развивающейся личности [3]. Главным содержанием первого этапа («что я хочу») является помощь учащимся в определении своих интересов и склонностей, формировании жизненных планов, определении места в обществе. На втором этапе («что я могу») в связи с определившимися планами учащиеся должны утвердиться в своих возможностях, овладеть отдельными компонентами самообразовательной деятельности. На третьем этапе («как я реализую свои возможности») предусматривается широкое применение самообразования в связи с реализацией своих возможностей в различных видах деятельности, с тем чтобы активно происходило самосовершенствование личности.

Такая система руководства самообразованием старшеклассников направлена на подготовку их к непрерывному образованию в будущем. Однако, в связи с проходящей в настоящее время широкой дифферен–циацией образования, ученики сельских школ все еще не имеют тех возможностей, которые предоставляет их сверстникам город. И с целью хотя бы частичной ликвидации этого разрыва при Белорусском госу–дарственном университете была создана очно-заочная школа по математике и информатике [4]. Главной задачей названной школы является не только обеспечение высокого уровня специальной подготовки во всех регионах республики, но и распространение передовых технологий обучения и образования, способствующих вытеснению идеологии «усредненности».

При этом заочная форма обучения на первоначальном этапе позволяет во-первых охватить максимально возможное количество учащихся средних школ республики. Во-вторых она дает возможность привлечь для обучения всех желающих школьников наиболее квалифицированный профессорско-преподавательский состав Белгос–университета. Специально разработанная программа обучения учитывает различный уровень базовой подготовки школьников и, соответственно, содержит несколько уровней сложности.

На следующем, очном этапе обучения, лучшие ученики очно-заочной школы участвуют в различных интеллектуальных мероприятиях, проводимых факультетом прикладной математики и информатики БГУ: олимпиадах по математике и информатике, республиканских турнирах юных математиков, конференциях и т. п. Здесь школьники в непосред–ственном контакте друг с другом и преподавателями БГУ знакомятся с новыми задачами и оригинальными приемами их решения.

Очно-заочная школа по математике и информатике допускает использование сети Интернет в процессе самообучения школьников. Для этого разработана система дистанционного обучения *www.school.bsu.by*, в которой предусмотрены внутренняя обратная связь, с помощью которой сами учащиеся анализируют итоги своей учебной работы, и внешняя – предоставляющая возможность сделать это преподавателю. На основе собственного опыта эксплуатации и детального анализа теоретических и практических возможностей подобных систем разработана многофунк–циональная система дистанционного интернет-обучения математике. Эта система наряду с традиционными информационным блоком и блоком тестовой самопроверки включает в себя блок автоматизированной проверки контрольных работ и блок интерактивного общения ученик-учитель в режиме реального времени [5].

Здесь необходимо учитывать, что ввод компьютера в процесс обучения изменяет существующие связи между участниками образо–вательного процесса. Требуется отказаться от традиционного понимания управления учеником в ходе образовательного процесса, т.е. связи между учителем и учеником есть не связи по управлению, а скорее по обмену информацией. Мы согласны с Н.Н. Моисеевым, который подчеркивал, что следует говорить не об управляемом, а о направляемом развитии, полагая, что наши воздействия способны лишь обеспечить желаемые тенденции или помочь избежать тех или иных подводных камней, которые способны увести в сторону поток развития событий. Дополняя это положение, сошлемся на мысль великого педагога Г. Нейгауза о том, что таланты воспитать нельзя, можно только создать среду для их произрастания.

При этом дидактические средства обучения (книги, учебники, учеб–ные пособия, автоматизированные системы обучения и т.п.), состав–ляющие информационно-образовательную среду обучения, являются главным средством реализации дидактической функции преподавания для обеспечения полнофункционального и эффективного процесса обучения. В этом смысле важнейшая роль преподавателя в реализации дидакти–

ческой функции преподавания – создание дидактических средств обучения и оказание консультационных услуг на этапе учения.

Как показано выше, преподаватель может и должен содействовать эффективному учению только опосредованно, через созданную им информационно-образовательную среду обучения, и, если есть техни–ческая возможность, оказывать прямые или отложенные (асинхронные) консультационные услуги по инициативе субъекта учения.

При этом решение творческих задач из-за достаточно высокой степени их трудности требует умелого направления учащихся на их правильное решение. Эту роль выполняют эвристические указания, потому что, направляя на решение задания, они не избавляют учащихся от мышления, а наоборот, активизируют процесс мышления. Поэтому в системе дистанционного обучения очно-заочной школы БГУ широко используется метод “эвристических наведений”, заключающийся в открытии обучаемым разноуровневых подсказок.

Проблема контроля знаний является одной из главных в общей системе совершенствования управления учебным процессом. Различные психолого-педагогические аспекты этой сложной и многоплановой проблемы рассматривали В. П. Беспалько, Н. А. Менчинская, З. И. Калмыкова, В. В. Рубцов, Г. Н. Скобелев, Н. Ф. Талызина и др.

В очно-заочной школе большое внимание уделяется рубежному контролю качества самообучения. Лучшие учащиеся старших классов заочной формы обучения приглашаются на сессии рубежного тестиро–вания, проводимые один раз в полгода в областных центрах республики Беларусь.

Возвращаясь к дистанционному обучению с использованием компьютеров, которое сегодня получает все большее развитие, следует отметить, что существующие на сегодняшний день дистанционно обучающие комплексы состоят, в основном, из объемных справочно-информационных разделов, несколько облагороженных примерами ответов на тестирующие вопросы [6]. Достаточно широкие возможности в этом направлении открывает Internet. Однако работа таких комплексов "обезличивает" процесс обучения, поскольку не позволяет его контролирующе направлять, корректируя ту или иную деятельность обучающихся.

Поэтому мы согласны с Ю.Г. Репьевым [7], который рекомендует следующие организационные формы обучения в условиях интерактивного самообучения:

- очно-дистанционная для учащихся, проживающих вблизи от местонахождения образовательного учреждения;
- заочно-дистанционная для всех остальных обучающихся.

Очевидно, что достичь реальной высокой эффективности самообу–чения в условиях очной формы обучения можно, соблюдая определенную «дистанционность»: опосредованное содействие препода–вателя на этапе учения и осуществление прямого или автоматизированного контрольно-коррекционного, текущего, распределенного мониторинга за процессом учения. Это очно-дистанционная форма обучения.

В условиях заочной формы самообучения, удаленности учащихся от образовательного учреждения, мониторинг учения, контрольно-коррек–ционный этап обучения можно осуществить с помощью сетевых и других дистанционных технологий. Это – заочно-дистанционная форма обу–чения.

В заключение отметим, что специфика методических пособий очно-заочной школы заключается в том, что учебный процесс на их базе построен в виде отдельных временных этапов, на каждом из которых обучающее воздействие задается или пособием, или закрепленным преподавателем. От этих управляющих воздействий, представляющих собой алгоритм управления, зависит (при прочих равных условиях) уровень достижений учащегося. И эта зависимость возрастает в условиях лавинообразного роста информации в мире и ограниченными возмож–ностями ее усвоения учащимися. Поэтому в условиях распространения самообучения алгоритмы управления приобретают особую значимость для достижения заданного уровня усвоения оптимальным путем.

Литература

1. Коджаспирова Г. М., Коджаспиров А. Ю. *Педагогический словарь*. – М.: Академия, 2000. – 176с.
2. Беспалько В. П. *Образование и обучение с участием компьютеров*. – М.: МПСИ, 2002. – 348с.
3. Сергеева Л. Н. *Педагогическое руководство самообразовательной деятельностью старшекласников* // Педагогические проблемы формирования познавательных интересов учащихся: Межвуз. сб. науч. тр. / Ленинградский гос. пед. ин-т.– Ленинград, 1983. – С. 118–128.
4. Труш Н. Н., Скрипко А. Н., Казаченок В. *В. Факультет повышения квалификации по прикладной математике и ЭВМ БГУ на страте педагогической инноватики* // Кіраванне у адукацыі.– 2001.– № 1. – С. 102–106.
5. Казаченок В. В., Громко Н. И., Пазюра Е. В. *Интернет-обучение математике школьников Беларуси* // Матэматыка – праблемы выкладання, 2003. – №1. – С. 3– 9.
6. Новик И. А. *Формирование методической культуры учителя математики в педвузе*. Монография. – Мн.: БГПУ, 2003. – 179 с.
7. Репьев Ю. Г. *Инвариантная дидактическая система интерактив–ного самообучения в открытом дистанционном образовании* / / Открытое образование.– 2003. – № 6. – С. 15 – 32.

Summary

Under self-education we understand the process of getting knowledge and skills by a man with the help of his own intentions and means of education chosen independently. Then managing self-education means objective-subjective process while in self-education management the elements of external system and individual conscience of concrete personality take part.

Internal-correspondence school in mathematics and informatics allows to using Internet in self-education process of pupils. For this purpose the system of distance education www.school.bsu.by has been developed in which internal and external feedback is foreseen.

Nowadays the most important teachers role in the realization of didactic teaching function is to create didactic means of education and to give consultations during learning process. With all this the problem of knowledge control is one of the most important problems in the whole system of management improvement of teaching process.

NEW (OLD?) APPROACH TO DIFFERENTIAL AND INTEGRAL CALCULUS

Ričardas Kudžma
Vilniaus universitetas, Lietuva

Abstract. *Purpose of this article is to discuss new (old?) ideas of teaching Calculus:*

- *To start teaching Calculus from equation of tangent.*
- *To change the traditional understanding of inverse function.*
- *To introduce theorem of I.Barrow, which connects notions of area and tangent and can be regarded as the origin of Calculus.*

Keywords: *Decartes's method, tangent, inverse function, Barrow's theorem.*

Problem. The traditional university Differential and Integral Calculus course starts from the fundamental notion of limit. Further notions of continuity, derivative and definite integral are based on the limit notion. Elements of differential and integral calculus are the part of secondary school's curriculum again. Very often secondary school textbooks on Calculus follow the university way of presentation but naturally simplify some topics. Introducing of the limit via epsilon-delta language is problematic. Introducing the notions of limit and continuity is badly motivated. The consequence of such approach is that the main notion of calculus - derivative - is based on the limit notion, which was not perceived by students. All calculus becomes blind using of formulas without understanding what they do mean.

Tangent before derivative. We begin calculus (see [1]) from very concrete object, tangent of a circle, and connect the knowledge of ancient Greeks with Decartes's coordinates. This serves as an introduction to the Decartes's method of finding tangents. In the simplest case of parabola $y = x^2$ the slope *k* defines the tangent $y = x_0^2 + k(x - x_0)$ if the equation

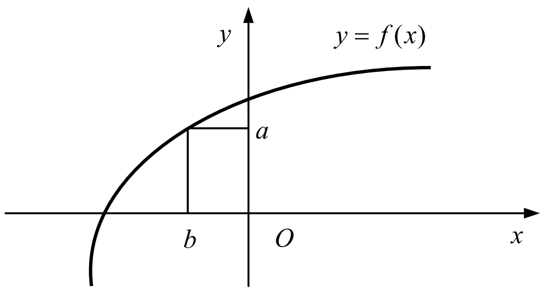
$$x^2 = x_0^2 + k(x - x_0)$$

has the multiple root. The answer is $k = 2x_0$. We can write parabola's $x = y^2$ tangent equation $x = y_0^2 + 2y_0(y - y_0)$. Using the relation $x_0 = y_0^2, y_0 > 0$, we transform previous equation into the

$$y = \sqrt{x_0} + \frac{1}{2\sqrt{x_0}}(x - x_0).$$

This is the equation of the same line, tangent of parabola $x = y^2$ or tangent of the graph of function $y = \sqrt{x}$. We perceive graphs of direct and inverse functions as one curve. This point of view on inverse functions was widely presented by R.Kudžma (see [2], [3]) in previous Tallinn and Liepaja conferences. This is quite usual point at university level (see, for example [4]). But it is possible to find such approach at the secondary school level as well. Let us look at the excerpt from, so called, A.Kolmogorov ([5], p.189) textbook:

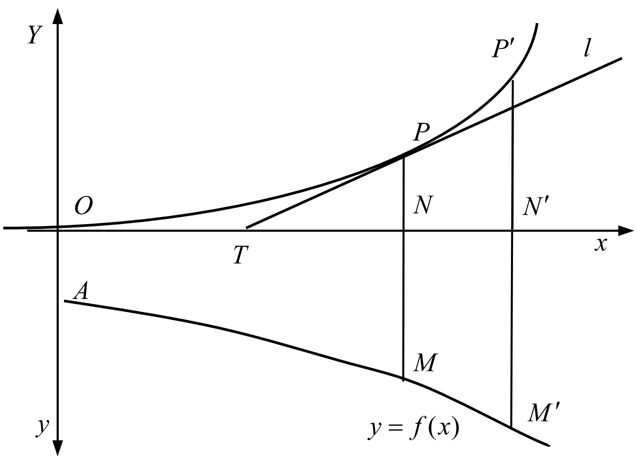
"Graphs of function *f* and its inverse *g* are symmetric with respect to the line $y = x$. Let us notice that from the graph of function *f* we can find the value of function *g*, inverse to *f*, at any point *a*. We must take point with the coordinate *a* on vertical axis, not horizontal as usual. If the unaccustomed system of coordinate is chosen (an argument is being represented on the vertical line and the values of function on horizontal) then it is possible to say that the graph of *g*, inverse to *f*, is the graph of *f* (drawn in the ordinary system of coordinate)."



Textbook, like almost all other textbooks, follows the traditional considering of direct-inverse functions, which is stated in the first sentence of the excerpt. We refuse this traditional approach as useless and accept the second approach, which is mentioned in the remaining part of the excerpt as more important. Possibility to write tangents' equations for graphs of inverse functions ($x=\sqrt{y}$ and others) shows the fruitfulness of this approach. In a similar way, without the notion of a limit we obtain equations of tangents of other power functions $y=x^n, n\in\mathbf{Z}$, and their inverses $x=\sqrt[n]{y}$.

I. Barrow's theorem. R.Descartes did not invented differential and integral calculus. His method allows obtain tangents' equations of power functions but becomes not applicable for more complicated functions. I.Barrow, the teacher of I.Newton, made next essential step. He connected geometrical notions of area and tangent in one theorem (see [6], lecture X).

Let's formulate the theorem. Take positive increasing function f and plot its graph in the system of coordinates where y axis is oriented down. Define $PN=\text{area}(ONMA)$ and plot the curve of areas OPP'. On x axis take the point T satisfying the condition $\frac{PN}{TN}=NM$ and draw the line l through the points T and P.



Theorem (I. Barrow). *The line l is the tangent of the curve OPP'.*

Proof of the theorem is based on the intuitive notion of area and the notion of the tangent as the straight line having only one common point with the curve. We hope that the proof is understandable for students. This theorem really can be called as the origin of Calculus. At this place it's worth to cite K.Prutkov (see [7] p. 119, no 92) "Отыщи всему начало и ты многое поймешь" (Find

the origin and you understand a lot). The theorem of I.Barrow, connecting two important notions – area and tangent, is purely geometrical. I.Newton translated it into algebraic – analytical language and Calculus was born.
After proving I.Barrow theorem contemporary notion and notations are being introduced:

$$\text{Area}(ONMA) = \int_0^x f(u)du = F(x) ,$$

$$\frac{PN}{TN} = \text{slope}(\text{tangent}(P)) = F'(x).$$

Barrow's theorem becomes well known theorem of Calculus:

$$F'(x) = f(x) .$$

The above relation is fundamental one. As the consequence from this follows the Newton-Leibnitz formula

$$\int_a^b f(x)dx = \Phi(b) - \Phi(a) ,$$

Φ is the primitive function of f.
As usual, presentation of derivative, indefinite integral and definite integral is separated in different chapters. It takes time and substantial efforts for connecting all these notions. The theorem of Barrow connects main Calculus notions at the beginning. After that students understand why notions of derivative and integral are important and how to use them. It remains to develop technique.

References

1. Kudžma, R. Diferencialinis ir integralinis skaičiavimas, Baltos lankos, (to appear 2006).
2. Kudžma, R. (2003). Inverse function. Which one? *Proceedings of the 4th international conference "Teaching Mathematics: Retrospective and Perspective",* Tallinn, 79-83.
3. Kudžma, R. (2005). Inverse function and semiotics. *Proceedings of the 5th international conference "Teaching Mathematics: Retrospective and Perspective",* Liepaja, 175-180.
4. Fichtengoltz, G.M. 1962. Differential and Integral Calculus. Vol. 1. Moscow, Fizmatgiz.
5. Kolmogorov, A.N. (chief editor) (1991). Algebra ir analizės pradmenys, Kaunas, "Šviesa".
6. Child, J.M. (1916). The Geometrical Lectures of Isaac Barrow, London, Open Court Pub. Co.
7. Прутков, К (1986). Сочинения, Москва, "Правда".

ASSESSMENT OF THE USAGE OF ACTIVE TEACHING METHODS

Aira Kumerdanka
Talsi State Grammar School, Latvia
Jānis Mencis
University of Latvia, Latvia

Abstract. *R.Mosvold during his lecture in the 10th International Mathematics Education Congress in July 2004 in Denmark upheld the conviction initiated by authors of a scientific study about the modernity of a subject and topicality of the posed problems, emphasising that formal acquisition of mathematical concepts leads to catastrophe in the learning process. The participants of 3rd International Scientific Conference in December 2004 in Siauliai once again dealt with the issue on teachers' competencies in learning process and admitted that critical thinking might be taken as one of the approaches to deal with the problems of education of 21st century. It is considered that in present-day education each concept should be correlated with real life situations. [8]*

Scientific-methodological study lasted for several years and its aims were:

- *to study the essence and define the functions and criteria of the cognitive operation of senior grade students, by analyzing the pedagogical, methodological and mathematical literature;*
- *to study and analyze the usage and diversity of active teaching methods;*
- *to clarify the basic principles of critical thinking, which is one of the thinking types;*
- *to draw up a methodological material for facilitating cognitive operation of students in mathematics classes;*
- *to carry out the qualitative and quantitative assessment of the elaborated material.*

Following a brief insight in the first four tasks, the last fifth will be analyzed in more detail. It might be of interest to practising teachers who have understood that "not all that glitters is gold" through their work and experience, i.e. each new teaching method must be examined and evaluated carefully.

Keywords: *active teaching methods, cognitive operation, critical thinking, methodology for teaching mathematics, prestige and competence of studying, problematic studying.*

Theoretically Historical Aspects of the Study

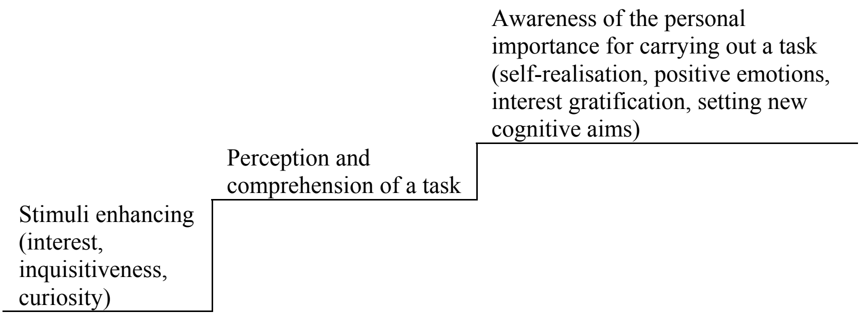
The term *cognition* in psychology denotes phenomena of psyche, involved in acquisition, storage, organisation and processing of information, e.g.

perception (seeing, hearing, etc.), attention, memory and operation of mind. Strong motivation and students' achievements are closely related [3].

N. L. Gage and D. C. Berliner in their work "Educational Psychology" have defined the term *cognition* as the process during which mind acquires facts, concepts, principles, etc; this term can be referred to all types of human thinking, but the cognitive development is seen as a process during which individuals acquire complex and adaptive thinking and problem-solving types all through their life time [2].

Cognitive operation is a complex process of mental operation, which largely depends on thinking, thus the concept *cognitive operation* includes not only thinking, but also attention, memory, will etc. Human attitude towards the world is always expressed by cognitive operation.

Cognitive operation is described as a complex system, the structure of which contains various interconnected and logically organised cognitive operations. Picture 1 shows a multistage system of cognitive operation.



Picture 1 Multistage System of Cognitive Operation

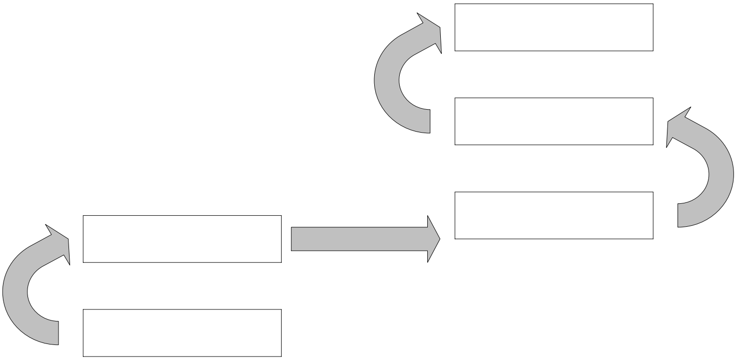
Problem of the Study

In teacher's work the following issues should be kept in mind:

1) Teaching methods advisable for developing thinking in specific operations (visual aids and materials, advancing from a particular to an abstract) can be used for any age group.

2) Scientific thinking must be developed and hypothetical issues must be raised in order to develop thinking in formally logical operations.

As showed in Picture 2, a problem arising curiosity, surprise, deep interest and will to solve it, must be raised. Problematical studies include tasks on free subjects, discussions; they increase motivation connected with prestige of studying, and a tendency to acquire competence.



Picture 2. Problematic studies.

Solution of the Problem

James H. Stronge in his pedagogical study reveals how teacher's qualification influences the process of teaching and learning:

- Teacher's pedagogical qualification positively influences students' achievements in mathematics, science and reading.
- Several studies have confirmed that for efficient teaching the knowledge in the teaching subject is not of ultimate importance; however, the ability to present this knowledge is more significant.
- Level of achievements of students taught by secondary school teachers certified in their speciality is much higher, especially in mathematics.

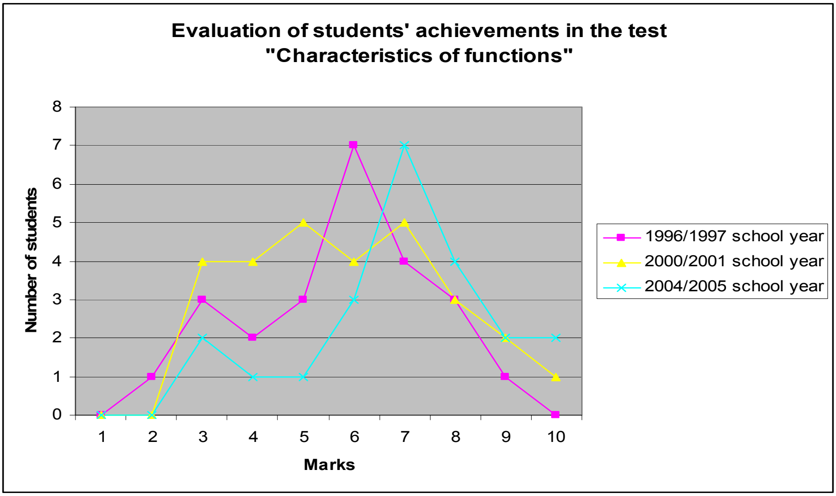
Authors of the article, while working with secondary school students and the future mathematic teachers, have come to similar conclusions, and during their mathematics classes they draw attention to the following principles:

- to clarify issues related to behaviour already at the beginning of a school year, and develop techniques and methods for successful implementation of everyday tasks;
- to set clear aims for a class and a learning process, and chose appropriate tasks carefully;
- to use the method of direct teaching, including practical tasks given with or without teacher's instructions, use different teaching methods, employ various tasks and various types of subjects in order to enhance active participation of students.

Intere

A prob

Results from Experimental Data Processing



Picture 3 Evaluation of Students' Achievements in the Test "Characteristics of Functions"

The results of this test show (see Picture 3) that the average mark has increased over years. Besides, the last years' results are better in comparison with the results obtained during the previous years:

$X_{1996} = 5.7$ $AE_{1996} = 2$

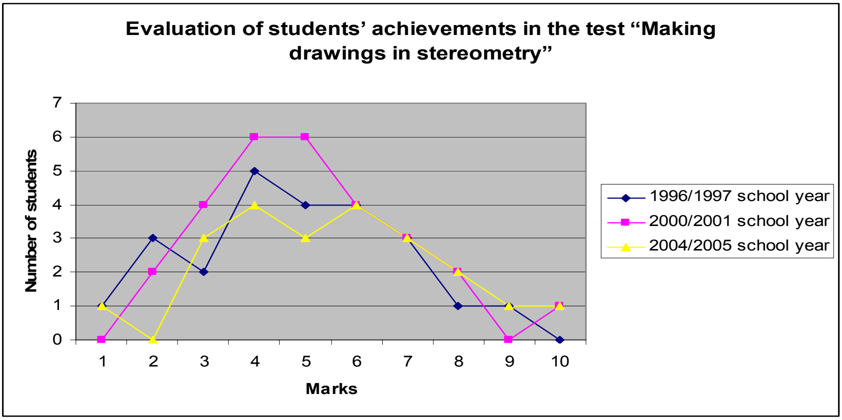
$X_{2000} = 5.8$ $AE_{2000} = 1.96$

$X_{2004} = 6.4$ $AE_{1996} = 1.95$

AE – achievement evaluation

Dispersion indicator in this test is comparatively low, and that indicates of the homogeneous level of subject's acquisition.

The second test, results of which were analysed, was related to combinations of geometrical objects. This subject creates great difficulties for students, i.e. in the beginning they cannot understand how one object can be a part of another, what kind of connections exist and how it all looks. Students face even greater challenges when they have to draw these objects themselves according to the given task. Here a computer programme can significantly help the teachers to show more visibly how a picture is gradually formed. Besides, use of different teaching methods and changing the environment in general helps the students to memorise the subject better.



Picture 4 Evaluation of Students' Achievements in the test "Making Drawings in Stereometry"

The results of the second test were worse, which lead to think about a new and more efficient teaching method.

$X_{1996} = 4.8$ $AE_{1996} = 2$

$X_{2000} = 5$ $AE_{2000} = 1.88$

$X_{2004} = 5.5$ $AE_{1996} = 2.15$

AE – achievement evaluation

Although the dispersion of individual achievements increased, the average results are better, which allows to conclude that the teaching method which is suitable for students has been chosen. In this case the increase of a standard deviation is subjective since it was created by a single unsatisfactory result.

Conclusions:

- In order to stimulate the cognitive operation in mathematics classes, it is useful to use both traditional teaching methods and various other techniques which help to develop critical thinking, because a subject is perceived, comprehended and memorised more successfully if different teaching methods are used, a favourable study environment is created and critical thinking skills are developed.
- Development of cognitive approach is a long process which differs with each student; however the purposeful and well organised study process which emphasises the skills of critical thinking ensures good results. Unfortunately, the methods developing critical thinking are used insufficiently in schools.
- Various teaching methods promoting the cooperation between the student and the teacher as well as the process of studying are regarded as useful tools for teachers.
- The use of critical thinking methods in mathematics classes helps to deal efficiently with students' education problems.

- The efficiency of active teaching methods can be assessed by the use of various pedagogical study methods: pedagogical monitoring, analysis of students' education quality indicators, modelling of pedagogical processes, as well as generalising opinions about the process of education given by students, teachers and society. Though, final conclusions can be drawn only after the analysis of the maximum available selective tests.
- It is necessary to continue the detailed research on the use of various methods of critical thinking in schools in order to objectively evaluate their efficiency.

References

1. A. Andžāns, I. France. Finite Automata in Advanced Teaching of Mathematics and Informatics. – Beitrage zum Mathematikunterricht. Vortrage auf der 38. Tagung fur Didaktik der Mathematik, DIV Verlag Franzbecker, 2005.
2. Geidžs N. L., Berliners D. C. Pedagoģiskā psiholoģija. – Zvaigzne ABC, 1999. – 657. lpp.
3. Ideju vārdnīca. – Rīga: Zvaigzne ABC, 1999. – 659.lpp.
4. I. France. Ģeometrijas mācīšanas optimizācija pamatskolā./ Promocijas darba kopsavilkums. R.: LU; 2005. – 35. lpp.
5. I. France. Elements of combinatorial geometry for gifted students at middle schools in Latvia. – International Conference Creativity in mathematics education and the education of gifted students, Riga, Univerisyty of Latvia, 2002., pp.29–30.
6. I.Rubana. Mācīties darot. R.RaKa, 2000. – 238.lpp.
7. LR IZM Izglītības sistēmas attīstības projekta semināra materiāli, – Rīga, 2003.g. 31.janvāris.
8. R.Mosvold. Mathematics in everyday life (lecture). Programme of the Nordic Presentation in ICME10. Danmark. Kopebenhaven. 2005. July 4. –10.

ВНУТРЕННЯЯ МОТИВАЦИЯ И ОЦЕНКА ДОСТИЖЕНИЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ РАЗНОУРОВНЕВОГО ОБУЧЕНИЯ АЛГЕБРЕ

Елена Кузнецова

Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка, Беларусь

Abstract. *The problem outspoken in the report is the decrease of internal studying motivation as a result of having been brought the multilevel pupils' knowledge evaluation system into use.*

Keywords: *achievement control, choice of tasks, different level algebra didactic materials, interim evaluation, learning knowledge levels, terms of internal motivation decrease, rating evaluation.*

Уровневая десятибалльная система оценки знаний, введенная с 2002 года в массовую школу Беларуси, при обучении алгебре требует серьезного изменения структуры и содержания таких традиционных частей предметного учебно-методического комплекса (УМК) как дидактические материалы и рабочая тетрадь. Коррекции требуют и привычные формы взаимоотношений учащихся и учителя при организации текущего и итогового контроля. Реализация оценки знаний по уровням усвоения дает возможность более четкого выделения двух стадий учебного процесса: стадии *обучения*, или собственно научения (*тренировки*), и стадии *подведения итогов*, или контроля достижений (*соревнований*).

Разумеется, нельзя оценить высшими баллами 9-10 знания ученика, который решает задание со звездочкой (т.е. задание творческого уровня), но, при этом, не справляется с заданием репродуктивно-продуктивного уровня. С другой стороны, на стадии тренировки ученику нельзя предъявить весь уровневый диапазон заданий сразу. В связи с этим, возникают педагогические проблемы мотивации и активизации процесса обучения, как и проблемы выставления отметки за самостоятельную работу ученика в период освоения учебного материала.

По исследованиям психологов известно, что определяющими для эффективности процесса обучения оказываются механизмы мотивации, особенно внутренней, и предоставление возможности самостоятельной деятельности. Например, анализ итогов теста образовательных дости–жений PISA (Programme for International Student Achievement), основная цель которого состоит в проверке умений использовать полученные знания в реальных ситуациях, показывает, что результаты PISA выше в тех странах, где у учеников больше времени для самостоятельной работы. Американский психолог Амабайл (1988) назвала следующие шесть условий, при которых может существенно уменьшаться внутренняя мотивация: *а) постоянная оценка; б) надзор; в) вознаграждение; г) соревнование; д) ограниченный выбор; е) внешние факторы, влияющие на выбор.* Как видим, условия а)-г) имеют прямое отношение к организации контроля, а условия д)- е) – к организации самостоятельной деятельности.

Какой же политике отметок на тренировочной стадии должен следовать учитель, чтобы эта политика максимально способствовала раскрытию интеллектуального потенциала ученика в предмете и, при этом, не нарушала его права обучаться на доступном для него уровне? Какая система оценки текущего процесса обучения будет справедливой и чувствительной при учете усилий каждого ученика? Какие отметочные технологии обучения лучше обеспечивают и сохраняют внутреннюю мотивацию ученика? Ответы на эти вопросы особенно важны при обучении алгебре, поскольку это один из школьных предметов, усвоение которого проверяется в обязательном порядке у всех учащихся, причем в письменной форме. Очевидно, что грядущее массовое внедрение тестовых форм итоговых испытаний еще более будет акцентировать внимание и учителей, и самих школьников на качестве именно алгебраической подготовки. К тому же, алгебраические знания оказываются наиболее востребованными и при дальнейшем обучении в вузах. Сохранению внутренней мотивации при обучении алгебре, как показывает педагогический эксперимент, может помочь использование рейтинговой оценки для текущего контроля знаний учащихся.

Обучение в этом случае удобнее вести по дидактическим и раздаточным материалам, специально приспособленным для уровневой оценки знаний. Такие материалы имеются, например, в алгебраических УМК для 7–9 классов 12-летней общеобразовательной школы Республики Беларусь (авторы Е.П. Кузнецова Г.Л. Муравьева Л.Б. Шнеперман, Б.Ю. Ящин), по которым обучение реализуется, как на базовом, так и на повышенном уровнях. Здесь отдельные задания помечены специальными значками, которые позволяют каждое задание соотнести с одним из пяти уровней усвоения.

Задания на распознавание и простое воспроизведение, т.е. задания, оцениваемые 1-4 баллами, отмечены кружочком (например, № 7°). Задания, характеризующие репродуктивно-продуктивный уровень усвоения (5–6 баллов), отмечены перевернутым светлым треугольником (например, № 11$^{\nabla}$). Задания творческого уровня, по традиции, отмечаются звездочкой (например, № 6*), – этим заданиям соответствуют отметки 9-10 баллов. Номера заданий четвертого уровня на 7-8 баллов оставлены без обозначений. Такая же система обозначений выдержана и в рабочей тетради на печатной основе.

В дидактических материалах итогового, или «соревновательного» этапа (диагностических срезах и расширенных контрольных работах) уже имеются специальные обозначения и заданий на распознавание (1–2 балла) – они отмечены полукругом, кружочком здесь отмечаются задания на воспроизведение (3–4 балла).

Такие уровневые обозначения позволяют, во-первых, самим учащимся сориентироваться в характере предъявляемых к ним требований, и, во-вторых, помогают учителю организовать различные формы закрепления материала в зависимости от состава класса и индивидуальных образовательных запросов учащихся.

Применение рейтинговой системы дает возможность, на стадии обучения, ввести отметку за урок, как сумму накопленных баллов, полученных за правильно решенные примеры. Понятно, что в этом случае одна и та же сумма баллов может быть получена в самых различных ситуациях, в зависимости от количества и качества решенных заданий. Один ученик может получить, например, сумму 18 баллов за четыре простых задания, а другой – за два, но более сложных.

Наличие специальных значков позволяет учащемуся делать осознанный самостоятельный выбор заданий, в зависимости от уровня личных притязаний, образовательных запросов и самооценки. Таким образом, если учитель не будет подавлять выбор учащихся, то нейтра–лизуются условия Амабайл д)-е), что помогает поддержать внутреннюю мотивацию. С другой стороны, учащимся дается возможность, работая самостоятельно над заданиями приемлемого уровня сложности по своему выбору, получить на промежуточном тренировочном этапе высокую сумму баллов. В этой ситуации несколько нивелируются и негативные аспекты условий Амабайл а)-г).

Заметим, что личностная ориентировка учебного процесса, в значительной мере, реализуется через формирование привычки и навыков напряженного учебного труда ученика (в зоне ближайшего развития). Успешные и посильные занятия математикой порождают у учащихся чувство удовлетворения и положительного отношения к предмету. Такая деятельность, конечно, предпочтительнее созерцания чужих успехов или «борьбы» с недоступной задачей. (Аналогично, несовершенное, но самостоятельное исполнение простого музыкального произведения часто ценнее для развития личности, чем пассивное слушанье шедевра гениального виртуоза.)

Обобщенная оценка на стадии тренировки должна складываться из суммы всех поурочных баллов, полученных на всех уроках алгебры, между десятибалльными диагностическими срезами (или контрольными работами). Согласно правилам рейтинговой оценки, отметка от 1 до 10 баллов выставляется за тренировочный этап, с учетом максимального числа баллов, набранных учениками класса. Заметим, что при разработке процедуры выведения рейтинговой текущей отметки учитель имеет возможность отразить конкретные условия и особенности каждого класса. Рейтинговая промежуточная отметка способна в значительной мере охарактеризовать не только учебные достижения, но и прилежание ученика, что почти не учитывается уровневыми отметками итоговых «соревновательных» этапов.

Высокие рейтинговые отметки ученика в процессе учебных трени–ровок дают учителю возможность повысить (но не более чем на один балл) итоговую отметку, которая выводится в первую очередь из отметок, полученных за контрольные работы и диагностические срезы. Такой подход, как показывает практика, стимулирует увеличение мотиви–рованной, самостоятельной работы ученика и дает ему возможность приобрести опыт осознанного выбора и планирования результата в учебном процессе, а также делает более комфортными взаимоотношения учителя и учащихся.

Литература.

1. Кузнецова Е. П., Муравьева Г. Л., Шнеперман Л. Б., Ящин Б. Ю. *Математика 7* (*Алгебра 8, 9*). *Самостоятельные и контрольные работы*. *Тесты. В 4 вариантах.* – Минск, 2003 (2004, 2005).

Summary

The problem outspoken in the report is the decrease of internal studying motivation as a result of having been brought the multilevel pupils' knowledge evaluation system into use. Keeping of the internal motivation is connected with the possibilities of choice during the educational process, which is realized by pupils. Provided that the rating system of achievement evaluation at the intermediate stages of training would be used, it has been possible. Didactic materials including tasks with marked levels of complexity, which are worked up by the creative group with the participation of the author, are shown to have been effective in application to algebra teaching process.

BALTIC SCHOOL MATHEMATICS IN TIMSS COMPARISON

Madis Lepik
Tallinn University, Estonia

Abstracts. *The variation across the nearly 50 participating countries participating in TIMSS 2003 incl. Estonia, Latvia and Lithuania provides unique opportunity to study different approaches to educational practices and how these can improve achievement and students attitudes. The comparison of different aspects of mathematics education in Baltic, Scandinavian and Asian Pacific countries is presented.*

Keywords: *TIMSS, mathematical achievement, lower secondary mathematics*

Introduction

TIMSS is a major undertaking of the International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA), and together with PIRLS, comprises the core of IEA's regular cycle of studies.

The aim of TIMSS, the Trends in International Mathematics and Science Study, is to improve the teaching and learning of mathematics and science by providing data about students' achievement in relation to different types of curricula, instructional practices, and school environments.

TIMSS 2003 was the last cycle of international mathematics and science assessments. 46 countries incl. Estonia, Latvia and Lithuania participated in

TIMSS 2003. This provides an excellent opportunity to compare the level of mathematics education in Baltic countries with others.

The aim of this paper is to compare the level of mathematics education in Baltic countries with Asian Pacific countries (which proved to be the best in TIMSS) and with our closest neighbours- Scandinavian countries. The results of such analyse might provide us some ideas of the reasons of Asian countries success and suggestions for development of our mathematics teaching and learning.

TIMSS 2003 was administered at the eighth and fourth grades. As far as Estonia participated only at the eighth grade the analysis here will concentrate to that level only.

Results in students' performance and beliefs

Average achievement

The TIMSS mathematics achievement scale summarizes student performance on test items designed to measure a wide range of student knowledge and proficiency. The international average of 467 at the eighth grade was obtained by averaging across the mean scores for each of the 46 participating countries.

Singapore, the Republic of Korea and Hong Kong had significantly higher mean achievement than all of the other participating countries. Singapore was the top performing country having significantly higher mean achievement than the rest of the participating countries.

Twenty-six countries (including Baltic and Scandinavian states) achieved average mathematics scores that were significantly above the international average. Average scores for Estonia, Latvia and Lithuania were respectively 531, 508, 502. Table 1 presents the distribution of eighth grade students' achievement in TIMSS 2003.

Table 1. Asian, Baltic and Scandinavian students' achievement

No	Country	Average score (StD)
1	Singapore	605 (3.6)
2	Rep. of Korea	589 (2.2)
3	Hong Kong	586 (3.3)
8	Estonia	531 (3.0)
11	Latvia	508 (3.2)
16	Lithuania	502 (2.5)
17	Sweden	499 (2.6)
27	Norway	461 (2.5)
	International average	467 (0.5)

The Baltic countries' average achievement is statistically significantly lower than of the first three countries. Estonian result is at the same time significantly higher than of Latvian and Lithuanian one. The results of Baltic countries' are significantly higher than the results of Sweden and Norway.

International Benchmarks of Mathematics Achievement

In order to provide meaningful descriptions of what performance on the scale could mean in terms of the mathematics that students know and can do, TIMSS identified four points on the scale for use as international benchmarks:

- Advanced international benchmark- 625
- High international benchmark- 550
- Intermediate international benchmark- 475
- Low international benchmark- 400

Among the high performers Singapore, Korea, and Hong Kong had about one-third or more of their students reaching the advanced benchmark, about two-thirds to three-fourths reaching the high benchmark, around 90 percent reaching the intermediate benchmark, and almost all reaching the low benchmark.

Baltic countries had only about 5 to 9 percent of their students reaching advanced benchmark, about one-third reaching the high benchmark, around two-thirds to three-fourths reaching the intermediate benchmark and 90 to 97 percent reaching the low benchmark. Even though the Baltic countries do not have the highest percentages at the advanced benchmark, the majority of their students appeared to be at or above international intermediate benchmark.

In Sweden and Norway respectively only 64 and 44 percent of students reached the intermediate benchmark, 81 percent of Norwegian eight graders reached at least low benchmark.

Students' Attitudes Towards Mathematics

As it has been shown in many studies, students' mathematics achievement is also related to students' attitudes and values. Students' motivation to learn mathe-matics can be affected by whether they find the subject enjoyable, place value on the subject, and think it is important for success in school and for future career aspirations. So such factors can be interpreted as important outcomes of school mathematics having the same value as performance indicators.

To investigate how students think of their abilities in mathematics, TIMSS created (on the bases of students' responses to statements about their mathematics ability) an index of self-confidence in learning mathematics.

The percentages of students at each level of this index are presented in Table 2.

Table 2. Percent of students with different index of self-confidence in learning mathematics

Country	High index	Medium index	Low index
Singapore	39	34	27
Rep. of Korea	30	36	34
Hong Kong	30	38	33
Estonia	41	32	28
Latvia	34	33	33
Lithuania	36	37	26
Sweden	49	36	16
Norway	46	32	21
Int. Average	40	38	22

On average, internationally, 40 percent of the eighth-grade students had high self-confidence in learning mathematics. The percentages ranged from 59 percent in Israel to 17 percent in Japan. In the Baltic countries the percent of students having high self-confidence in learning mathematics varied from 34 (Latvia) to 41 (Estonia), which was close to international average. Scandinavian students tend to have significantly higher level of self-confidence than students from Estonia, Latvia and Lithuania. The percent of Asian students having high self-confidence in mathematics learning was low. Seems Asian countries may share cultural traditions that encourage modest self-confidence. Singapore made an exception: the percent of students with high self-confidence was on the international average level, there.

There was a clear positive association between self-confidence in learning mathematics and mathematics achievement, internationally and in every country.

Developing positive attitudes towards mathematics among students is an important goal of mathematics education, as well. To gain some understanding about how this goal is met in different countries, TIMSS created an index of students valuing mathematics (on the bases of students' responses).

Across the participating countries, on average, students generally placed a high value on mathematics, with 55 percent in the high category, and a further 35 percent in the medium category. Only 10 percent of students were in the low category. Despite some high percentages for low performing countries and low percentages for high performing countries, students in the high category had higher average mathematics achievement than those in the medium and low categories.

The groups of analysed countries in this case are not homogeneous. Among Asian countries Singapore again forms an exception: 63% of students belong to the high value of index. In Korea and Hong Kong in average students placed less value to mathematics. Since these are countries with high average mathematics achievement, it may be that the students follow a demanding mathematics curriculum, one that leads to high achievement but little enthusiasm for the subject matter.

The percent of students on high level of valuing mathematics was remarkable higher in all Baltic countries, but still less than international average.

In Estonia students reported placing remarkable less value on mathematics than in Latvia or in Lithuania (respectively 38 %, 50 % and 53 % of students belonging to high category).

The percent of students at the high level was below international average in Scandinavian countries as well, 29 % in Sweden and 45 % in Norway.

The curriculum and the instructional process

In the previous chapter the differences in achievement and students' attitudes were clarified. In the following we try to relate these differences to the descriptors of curriculum and its implementation in different countries.

How Much Instructional Time is Intended for Mathematics?

Unfortunately TIMSS 2003 report doesn't include countries average number of hours of mathematics instruction over the school years. The percentage of instructional time designated for mathematics in the intended curriculum for grades 4, 6, and 8 is given in the report. The percentage of 46 participating countries ranged from 12 to 29 percent at fourth grade, from 11 to 25 percent at sixth grade, and from 8 to 25 percent at eighth grade.

For analysed countries no remarkable differences in instructional time can be mentioned. The biggest proportion of instructional time is devoted to mathematics in Singapore and the smallest in Korea, both with the best achievement results.

Curriculum Ideology

One of the key issues in mathematics curriculum design is differentiation of mathematics education. The challenge of maximizing opportunity to learn for students with widely varying abilities is met differently in different countries. The most common approach at the eighth grade, reported internationally, was to have the same curriculum for all students with no grouping of students. Baltic and Scandinavian countries are belonging to this group: they have one curriculum for all students. Asian countries keep differentiated approach: Korea and Hong Kong have one curriculum for all students, but at different difficulty levels for groups of students with different ability levels. Singapore has different curricula for different ability groups.

In comparing curricula across countries, it is important to consider differences in implementation of them, i.e. emphasis given to various aspects of mathematics instruction in different countries.

According to TIMSS 2003 report, mastering basic skills was given a lot of emphasis in almost all analysed countries. Latvia seems to tend some emphasis and Lithuania, as exception, very little emphasis to mastering basic skills.

Understanding concepts and applying mathematics in real-life contexts was given a lot of or some emphasis in the intended eighth-grade curriculum of all countries. From Baltic countries only Lithuania has given a lot of emphases to concept development. Communicating mathematically received almost evenly “a lot of emphasis”, “some emphases” and “very little emphases”. Very little emphasis was devoted by Estonia, Lithuania and Korea. In the contrary Latvia has devoted “a lots of emphases” to mathematical communication.

Reasoning mathematically was given mainly a lot of or some emphasis; only Latvia and Lithuania gave very little emphases.

Deriving formal proofs is given very little or even no emphasis in most of the countries. Exceptions are Estonia and Korea who devote a lot of and some emphases respectively.

Teachers of Mathematics

Since the teacher is central in creating a classroom environment that supports learning mathematics, TIMSS administered a two-part questionnaire in which teachers were asked to provide information about their background and training and their instructional practices.

On average, internationally, 58 percent of the students were taught mathematics by females and 42 percent by males. However, in Baltic countries about 90 percent of students had female teachers. By contrast, in Scandinavian countries more than half of the teachers are male and in Asian countries at least two- thirds of students taught mathematics by male teachers.

It can be seen that the mathematics teaching force in all observed countries is quite experienced. International average number of years of teaching experience of mathematics teachers was 16 years.

Teaching force in Baltic countries is remarkable older than in Asian or Scandinavian countries. Mathematics teachers in Baltic countries have in average 20 to 22 years of working experience.

Given their years of teaching experience, it follows that the majority of students in Estonia, Latvia and Lithuania were taught mathematics by teachers in their 50s or older. In average internationally only 23 percent of the eighth-grade students were taught by teachers of the same age.

Classroom Instruction

The instructional approaches teachers uses ultimately determine what kind of mathematics students learn. On the basis of the teacher questionnaire about their instructional practices, TIMSS presents a profile of the activities most commonly encountered in mathematics classes of observed countries. The three most predominant activities, accounting for 59 percent of class time, on average, internationally, were teacher lecture (19 % of class time), teacher-guided student practice (22 %), and students working on problems on their own (18 %). The teachers in Asian and also in Scandinavian countries follow the same structure. In Asian countries about one- third of instructional time is devoted to teacher lecturing and presentation. Typical lesson structure in Baltic countries seems to be different. On average, the three most common instructional activities in Baltic were teacher-guided student practice, students working on problems on their own and taking tests. The time devoted to tests is twice as big as in other analysed countries. Seems that mathematics lessons in Estonia, Latvia and Lithuania are more drill and practice centred and stress less concept development.

Conclusions

Baltic countries achieved average mathematics scores that were significantly above the international average. Among 46 participating countries Estonia, Latvia and Lithuania were at the honourable 8th, 11th and 16th position respectively. They had about one-third of students reaching the high international benchmark and three-fourth reaching the intermediate benchmark. At the same time their results were statistically significantly lower than of Asian Pacific countries. What are the reasons of such difference? On the bases of our analyse one may guess that the roots of Asian countries success lay in more differentiated curriculum, more emphasising of mathematical reasoning and concept development and teachers higher emphasis on students homework.

At the same time the percent of Baltic students having high self-confidence in learning mathematics was below international average and the percent of students with low self-confidence remarkably higher international average. On the contrary the percent of Scandinavian students having high self-confidence proved to be remarkably above international average. So from our Scandinavian neighbours we should learn how to develop students' self-confidence in mathematics learning. May be one explanation of their success in it is Scandinavian teachers strong emphasising of mathematical reasoning, communication and applying real life situations into mathematics teaching.

References

1. Mullis, Ina V. S. a. o. 2004. *TIMSS 2003 International Mathematics Report.* TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College

DYNAMIC GEOMETRY AS AN OPPORTUNITY FOR DEVELOPING THE COGNITIVE ABILITIES OF STUDENTS

Hannes Jukk, Tiit Lepmann
University of Tartu, Estonia

Abstract. *The article examines the possibilities of using dynamic geometry software in developing the cognitive abilities of students. Based on concrete examples, such mathematical cognitive abilities as invariant perception, classification, analysis, synthesis, generalisation, problem setup, perception and formulation are investigated.*

Keywords: ***p****lanimetry, mathematical cognitive abilities, dynamic geometry, teachers training.*

One of the major shortcomings in mathematics teaching, which is frequently pointed out at the level of both general education schools and higher education institutions, is that we teach “ready-made”, or “streamlined”, mathematics. Such a manner of teaching provides students with ready-to-use rules and facts yet often leave them ignorant of how the rules and facts have come about. In connection with that, and perhaps because of that, students fail to adequately master corresponding cognitive methods to support the discovery and creation of new things in learning. There is also another approach, which has been particularly promoted in recent years. This approach is characterised by a heavy emphasis on attaining cognitive (learning) abilities in mathematics, keeping them apart from purely subject-specific abilities. In mathematics didactics, cognitive abilities are usually seen as involving the attainment of the following skills by the learner [3]:

- Analysing skills (classification; perception of invariants in a process; detection of patterns and regularities, etc.);
- Generalisation skills (moving from particular to general, framing of concepts, formulation of relations, etc.);
- Reasoning skills (induction and deduction, forming a consequence of conclusions, communicative skills, etc.);
- Problem-solving skills:
    - mathematical modelling (application of concepts and relations; selection and implementation of different ways of presentation);
    - implementation of the resultant model (use of different algorithms, estimation of the correctness of the result, interpretation skills, etc.).

The use of dynamic geometry software packages in the teaching process provides plenty of opportunities for developing the above mentioned as well as other cognitive abilities. This article presents some of the opportunities, which we have used in work with university students[2].

The course *Elementaarmatemaatika II [Elementary Mathematics II]* is part of the teacher-training module at the University of Tartu. One of the objectives of the course is to develop in future teachers the skills of noticing, analysing and reasoning problems. Geometry, which accounts for a half of the scope of the course, offers great opportunities for that. The workbook compiled for geometry workshops to be held in computer classes contains worksheets to direct students towards the discovery of results [4], which will later be proved in lectures. The author of the dynamic geometry program Geome Tricks (Tricks) used in the workshops is Viggo Sadolin of Denmark. He proceeded from the premise that the use of the program shall be easy and logical for the students and that the working techniques and methods shall be similar to those used in traditional, so-called written solutions. Estonian schools were granted by Viggo Sadolin a licence to translate the menus of Tricks into Estonian and the right to use the program freely.

The first problems in the workbook are simple constructions. They provide instructions for the use of the program and exercises for doing geometry in a dynamic environment. The leading principle is the structure of figures that are maximally free within the bounds of a given concept. For instance, a polygon is considered maximally free when its shape and/or position on the screen can be dragged from as many of its vertices as possible. In this respect, freedom presupposes that one does not transgress the bounds of the concept under study when manipulating the figure. Students are given the task of forming maximal free figures (figures that have maximal number completely free vertices):

1. free isosceles, equilateral and right-angled triangle;
2. free isosceles and right-angled trapezoids;
3. free square, rhombus, rectangle and parallelogram;
4. free quadrangle with sides of 6, 8, 10 and 12 units.

For instance, for a parallelogram we can change side lengths and interior angles. At the same time, opposite sides shall remain parallel. It is very simple to derive from such maximally free figures all the subgroups of a corresponding concept. For instance, in this manner we can learn that the special cases of the parallelogram are the rectangle, the rhombus and the square.

Dynamic geometry software (DGS) also provides an opportunity for a deeper understanding and interpretation of one or another classification of a concept. One may, for instance, investigate the problem: *How does the position of triangle circumcentre depend on the type of triangle?* With DGS resources, it is relatively simple to determine that the position of triangle circumcentre relative to triangle depends on whether the triangle is right-angled, acute-angled

[2] The corresponding study is supported from the funds of Estonian Science Foundation Grant No. 6453.

or obtuse. In this manner students experience that the corresponding classification of triangles makes sense, that it has a purpose.

With DGS resources, we can direct students, using problems of different complexity levels, towards the discovery of invariants and new relations (analysis), and towards the generalisation and formulation thereof (synthesis).

Let us examine three examples.

Example 1. *We have a lattice polygon. Please find the relation between the area of the polygon, the number of lattice interior points and number of lattice boundary points (the so-called Pick's formula)*. Let us begin the analysis with the triangle. Students are to study triangles with different areas and find and formulate the relation under study. The solving of the problem would then proceed with the question: *Can the result obtained be generalised to apply to a quadrangle; to any polygon*?

Example 2. *Please construct a circum–scribed circle on a triangle ABC and ortho–gonal projections of a randomly selected point P of the circle onto the sides of the triangle or onto their prolongations. What do you observe?*

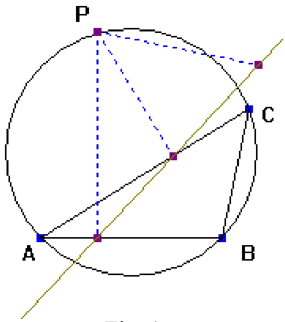


Fig. 1

The expected result: the projections are situated on a single (so-called Simson's) line.

Example 3. *The intersection point of the diagonals of a quadrangle and the sides of the quadrangle form four triangles. Please study the relations between this quadrangle and the quadrangle drawn from the circumcentres of the triangles.*

Hint: Study the problem in cases where the quadrangle is a square, a rectangle, a rhombus, a quadrangle with equal or perpendicular diagonals, a parallelogram and a trapezoid.

Summary question*: based on the above-described construction, what kinds of quadrangle will result from the following: a) a square; b) a rhombus other than a square; c) a rectangle other than a square; d) a rhombus; and e) a parallelogram? Please formulate the hypothesis as a theorem* [1].

It appears that the type of the resultant quadrangle is related to the lengths and positions relative to each other of the diagonals of the original quadrangle.

In the above examples the problem and its study scheme had been prescribed relatively precisely to students. Apart from the skills of problem solving, however, very important are also the skills of perceiving and correctly setting up the problem. A problem that one has identified and clearly set up oneself provides one with considerably stronger motivation for solving it than a problem assigned by others. In this respect, additional material that is interesting and understandable with the help of school mathematics resources is provided by the menu option "*draw point*" of the Tricks.

Let us examine, for instance, the trail of the intersection point between the major line elements of the triangle (*heights, medians* and *bisectors*). For students to be able to subsequently set up problems themselves let us do it ourselves first. For instance, let us set up the following problem:

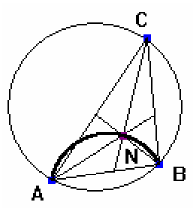


Fig. 2

What trail will be left by intersection point N between the bisectors of triangle ABC as vertex C moves freely along the circumscribed circle of the triangle? Why? (see Fig. 2)

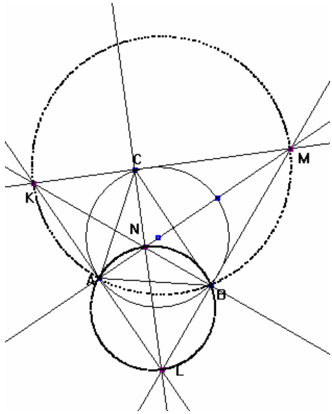


Fig.3

Like the solution to any problem, this one calls for the setting up and solving of ever more problems. In this case it is said that the corresponding problem *is opened*, leading to a so-called *field of problems.*

Figure 2 is confined to cases where the triangle's orientation remains unchanged. We may ask:

What is the trail like if we allow the triangle's orientation to be changed?

What is the trail like if the intersection points between the triangle's exterior angle bisectors are considered? Why? (see Fig. 3)

What and how do the radiuses of the circles forming the trail depend on?

We can further open the problem under study with the following questions, for instance:

What is the trail of the intersection points between the triangle's interior and exterior angle bisectors like if vertex C moves freely along a circle and

- *vertex B is situated on the circle and vertex A is (a) inside, (b) outside the circle* (see Fig. 4 and 5)*,*
- *vertices A and B are not situated on the circle.*

Naturally, the mathematical complexity of the lines derived from the last problem suggested goes beyond the bounds of school mathematics. Nevertheless, they may still be studied. The study of such lines would be interesting and would certainly improve students' analytical skills (the perception and analysis of various special cases).

Having completed the above-described analyses, students may start to set up problems themselves and to solve those of them that come within their abilities. The construction and analysis of corresponding figures, however, should be accomplishable by all students.

At this point we present some other possible improvements on the problems under study. These could be set up by students themselves.

- Using the above scheme, the trails of the intersection points between triangle heights [2], medians and bisections could be studied. The results are interesting.
- A straight line could be selected for the line along which triangle vertex *C* freely moves. What trails will appear in this case?

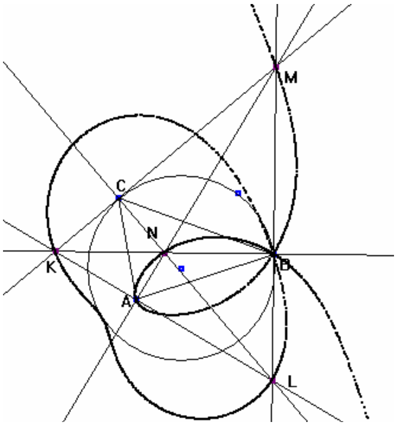


Fig. 4

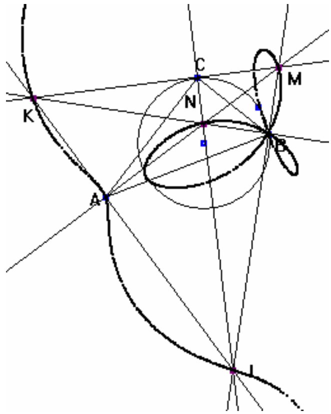


Fig. 5

- It is also interesting to study the case where triangle vertex *C* can move without any restrictions.

Finally, we point out that work in the computer class develops students' communicative skills, among all others. The relatively free atmosphere at computer workshops creates good conditions for active communication between students. Individual work is often followed by comparison of one another's results and by clarification and justification of one's work to others. All this is indicative of students' active involvement in the learning process. Such active students may employ active methods also when teachers themselves.

References

1. E. Abel, H. Jukk, K. Kokk, T. Lepmann. *The integration of information technology into the training of mathematics teachers.* Proc. of The LatSTE'2004 Conference, Riga 2004, 43–49.
2. A. Deinhardt. *Die Ortskurven des Höhenschnittpunktes. Ein experimen–teller Zugang über Dynamische Geometrie-Software.* Lernprozesse mit Dynamischer Geometrie-Software, Heft 3. Workschop an der Hochschule Vechta, 7.1.2000. Hochschule Vechta, 2000, 55–64.
3. E. Krull. *Pedagoogilise psühholoogia käsiraamat* [A Manual of Pedagogical Psychology]. Tartu, 2000.
4. T. Lepmann. Dünaamilise geomeetria elemendid [Elements of Dynamic Geometry]. EMS, Tartu, 2000.

ANIMATION IN COMPUTER MATHEMATICS

Joana Lipeikienė
Vilnius Pedagogical University. Lithuania

Abstract. *The importance of visualization can hardly be overestimated in general cognitive skill acquisition and problem solving processes. As one of the more advanced visualization forms – animation offers opportunities for visualization of complex mathematical concepts, illustrates ideas and influence of quantities or parameters, helps to generate hypothesis, encourages exploration. Animations can be used to demonstrate many mathematical concepts that are difficult to explain verbally or to show with static pictures. There are many web sites on the Internet – Animation Libraries, Galleries, Museum and Centres, demonstrating various interesting animated images. The scope of this investigation is animation in Mathematics, using Computer Algebra Systems (CAS). CAS provides a great variety of visualization tools, and animation is one of them. But CAS creates only opportunities. The problem remains for users to realize this potential. So features of CAS such as ease of use, convenience of procedures are important for teaching and learning. The paper deals with animation features of the three most popular CAS – Maple, Matlab, Mathcad and their usefulness in education.*

Keywords: *animation, Computer Algebra Systems (CAS), visualization.*

1. Introduction. Changes in technology influenced a shift of pedagogy. "Traditional teaching based on behaviourist views of learning is being replaced by inquiry–based teaching, reflecting a constructivist view of learning" [1]. A behaviourist teaching style in mathematics education tends to stress practices that emphasize rote learning and memorization of formulas, constant repetition for skill acquisition. Constructivism claims that knowledge must be actively constructed by learners, and use of information technology tools, especially visualization tools, constitute closest approach to a constructivist view of learning mathematics. The importance of visualization can hardly be overestimated in general cognitive skill acquisition and problem solving processes. As one of the more advanced visualization forms – animation offers opportunities for visualization of complex mathematical concepts, provides convincing demonstration of ideas and influence of quantities or parameters, helps to generate hypothesis, encourages exploration. The scope of this article is animation in Mathematics, using Computer Algebra Systems (CAS). CAS provides a great variety of visualization tools and animation facilities among them. Images, especially moving images, activate mental processes such as perception of spatial relationships, changes, complex processes or observation of patterns and therefore, helps understanding. Using animation allows students to explore, experiment and visualize mathematics as a dynamic process. Animation can make mathematics more interesting and stimulating, more dynamic and meaningful. Mathematicians can now use computers to generate pictures that would be tedious or impossible to generate by hand. One can say animation is the art of teaching [2]. However, creating of animated images is nontrivial. Developing high quality educational multimedia content requires more than subject matter expertise – first of all, it demands a significant investment of teacher's time. Students also experience difficulties with new approaches, because use of CAS creates only opportunities. The problem remains for users to realize this potential. So features of CAS such as ease of use, convenience of procedures are important for teaching and learning. Examples of animation created with CAS Mathematica are presented in [3,4]. Animation features of TI-92 Calculator are discussed in [5]. The present paper deals with animation features of the three most popular CAS – Maple, Matlab and Mathcad [6-8] and their usefulness in the classroom.

The main goals of the investigation was

- ***to compare mechanisms of animation in the three most popular CAS;***
- ***to discuss complexity of their application;***
- ***to list topics of mathematics, where animation should be used, and present examples.***

2. Common facilities of animation in CAS. The main approach of animation is to create serious of graphs and to sequence them in time creating effect of motion. Though the facilities of animation in the three CAS at first glance are different, one can see that the main animation creating aspects are common. The basic animation facilities of the three CAS are shortly described in the Table 1. Each system has one or more its own ways to create moving images of curves and surfaces, to describe a process of function drawing and to generate stand-alone files, which can be used without special mathematical software. It is useful, e.g., for presentations or illustrations of mathematical information in HTML pages. More information on animation facilities in each Computer Algebra System one can find in books and web pages, presented in References. As one can see in Table 1, the system Maple provides the easiest ways (just to type animate or animate3d function in a right way), but more complicated animations need programming skills in each system.

	Basic animation facilities		
CAS	Moving images of curves and surfaces	**Visualizing drawing**	**Creating stand-alone video files**
Maple	Animated images are created using functions ***animate()*** and ***animate3d(), e.g.,*** **`animate(sin(x*t),x=-4..4 ,t=0..4);`** **`animate3d(cos(t*x)*sin(t*y),x=-Pi..Pi, y=-Pi..Pi,t=1..2);`** It is also possible to construct an animation sequence from existing plots via using the ***display*** function with the ***insequence*** option	One or more curves are easily plotted in 2D using the function ***animatecurve(), e.g.*** **animatecurve({x-x^3,sin(x)},x=0..Pi/2)**	GIF files. *For creation of GIF files one needs to write information about the path and name of the file, where the next graph will be saved, using function* **plotsetup(),** *e.g.,* **`` plotsetup(gif,plotoutput=`C:\plot.gif`); ``** **`animate(sin(x*t)/(t*x), x=-Pi..Pi,t=1..10);`**
Mathcad	*1 step.* Description of variables and function, including special parameter FRAME *2 step.* Plotting a static graph with FRAME=0. *3 step.* Choosing animation parameters in special window, marking region of description and playing animation	There is no special functions, a user has to programm the process of drawing	*AVI files*. For creating of AVI files one have only to choose ***Save as*** in Animate dialog window (Fig. 2) and to select path for file saving. Microsoft Windows Media Player is needed for playing
Matlab	1. *Movie-making frame by frame*. A number of figures is created and each one is stored as a frame, using ***getframe*** command. The movie then is played back with the ***movie*** command: *for j=1:n plot command M(j)=getframe; end movie(M)* 2. *Erase mode.* Continually erasing and then redrawing the objects on the screen, making incremental changes with each redraw.	One curve is easily plotted in 2D or 3D using ***comet()*** or ***comet3()*** functions, e.g., ***x=-pi:0.01:pi; comet(sin(x)./x)*** ***x=0:pi/1000:6*pi; comet3(cos(x), sin(x)+x/10,x)***	*MPEG files*. MPGWRITE program is needed for creating of graphic files of mpeg format. After you install this program, a command ***Mpgwrite(M,jet,'filename.mpg')*** creats an animated stand-alone file, where ***M*** is movie matrix, ***jet*** is the default colormap. MPEG Movie Player is needed for playing.

Table 1. Basic animation facilities in the three CAS.

3. Topics of mathematics, examples of animation use. Despite the problems of teaching mathematics with computer are not trivial and widely discussed in conferences and papers, everybody agrees that visualization is always useful. Animation is visualization of some variations. It helps to introduce mathematical concepts, for example, geometrical notions, such as ellipse (Fig. 1).

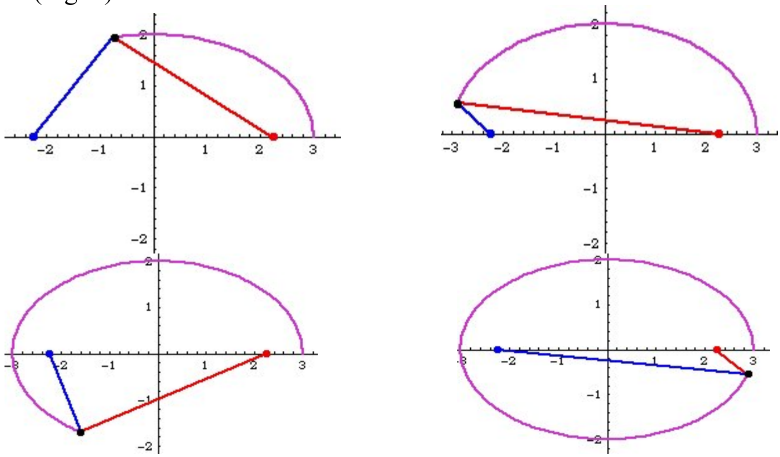


Fig. 1. Illustration of ellipse definition.

Other typical example of animation is varying Riemann sum in numerical integration (Fig. 2).

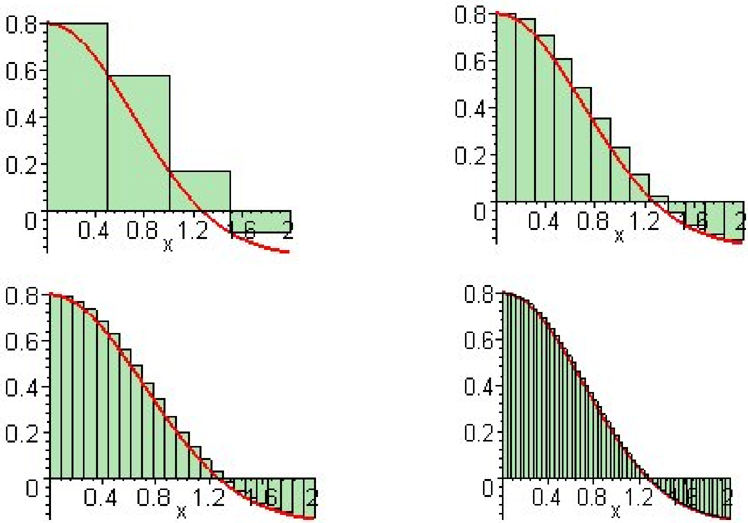


Fig. 2. Variation of Riemann sum, depending on the number of intervals

Though the static images in Fig. 1 and Fig. 2 do not describe the real power of animation, they are as hints to mathematicians, where animation should be used: to describe some variations, ranges, aproximations, transformations and other changes. Such topics of Mathematics as

- definition of functions and changes of function parameters
- rotating surfaces and curves
- families of parametric curves
- definition of derivatives, limits and integrals
- approximation of serries by Taylor polynomials
- illustration of definite integral and integral applications
- numerical integration
- definition of geometrical concepts and dependencies etc.

Are the typical topics where simple animation procedures should finds it's fascinating use.

4. Conclusions. The discussed CAS have useful animation facilities that enable demonstration of mathematical variations. Especially simple procedures provide Maple, but more advanced topics require expertise and programming skills in all three CAS. Animation possibilities reduce efforts that are needed for creating moving pictures, enhance teaching and learning of mathematics.

References

1. Boris Handal, Anthony Herrington. *Re-examining Categories of Computer-Based Learning in Mathematics Education*. Contemporary Issues in Technology and Mathematics Teacher education, v. 3, Issues 2, 2003, ISSN 1528-5804.
2. Nur Azman Abu, Mohd Daud Hassan, Shahrin Sahib. *Mathematical animation: The art of Teaching*. Proceedings of 31st ASEE/IEEE Fronties in Education Conference, October 10-13, 2001 Reno, NV.
3. Louis A. Talman. *Mathematics Animated*.
4. *http://clem.mscd.edu/~talman1/MathAnim.html*
5. Olive Gloor, Beatrice Amrhein, Roman E. Maeder. *Illustrated Mathe–matics*. Visualiztion of Mathematical Topics with Mathematica.
6. *http://www.mathconsult.ch/showroom/pubs/illumath/IME2.html*
7. James Petty. *Dynamic versus Static Exploration of Mathematics*: Utilizing the animation Feature of the TI-92 Calculator.
8. V. Djakonov. *Maple 8 in Mathematics, Physics and Education*. Moscow, Solon-Press, 2003 (in Russian).
9. V. Djakonov. *Mathcad 8/2000*, Sankt-Peterburg, 2001 (in Russian).
10. Igor Anufrijev. *Teach Youself Matlab* 5.3/6.x. Sankt-Peterburg, “BXV-Peterburg”, 2003 (in Russian).

ДИСТАНЦИОННОЕ ОБУЧЕНИЕ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКЕ В КТУ

Наримантас Листопадскис,
Лиепа Бикулчене,
Юргита Дабулите-Багдонавичене

Каунасский технологический университет, Литва

Abstract. *As the remote teaching is widely used in foreign countries, the Lithuanian pedagogues are seeking to create good distance modules to complete with foreign ones and also to facilitate the work with students. The distance course "Applied mathematics", created in Kaunas University of Technology, is presented in this paper. The lacks and advantages of such teaching method and course respectively were found out thanks to second year full-time and extramural students, who already studied this module, questioning.*

Keywords: *applied mathematics, remote teaching, WebCT.*

ВВЕДЕНИЕ

Программное обеспечение WebCT широко используется для предо–ставления курсов по интернету или расширению традиционных ауди–торных курсов. Оно работает на сервере, поэтому преподаватели и студенты достигают курс, используя обозреватель интернета. Это программное обеспечение позволяет осуществлять обновление курса из любого места, где есть возможность пользоваться интернетом. Этим дистанционным методом можно обучаться многим предметам, начиная точными науками и кончая иностранными языками.

Возможности программного обеспечения WebCT:

- ✓ представить материал курса, в который входит текст, рисунки и звуки;
- ✓ оценить знания студентов;
- ✓ интегрировать в курс интернетовые источники;
- ✓ общаться со студентами в дискуссиях, электронной почтой, бесе–дами в реальном времени;
- ✓ оглашать информацию студентам: оценки, тесты проверки зна–ний, наблюдение прогресса;
- ✓ для облегчения обучения использовать поиск и словари;
- ✓ получать данные, позволяющие анализировать эффективность курса.

1. ОПИСАНИЕ КУРСА

Группа преподавателей кафедры прикладной математики Каунас–ского технологического университета (КТУ) в виртуальной среде WebCT создали курс дистанционного обучения «Прикладная математика» [1]. Курс соответствует части материала акредитированным в КТУ модулей обучения P01B202, P001B203, P001B204, P001B205, P001B206, P001B207, P001B208 «Прикладная математика», которые предназначаются для студентов заочного и дневного отделений разных факультетов КТУ. Цель этого курса: познакомить с основными методами рядов и теории поля, научить решать типовые задачи по рядам и теории поля, используя математическое программное обеспечение, приобретать навыки по при–менению методов рядов и теории поля при решении практических задач.

Во время семестра студенты, обучающиеся по этому курсу, обязаны:

- ✓ усвоить теоретический материал,
- ✓ решить задачи самостоятельной работы,
- ✓ выполнить задания интерактивных примеров,
- ✓ выполнить задания, которые оцениваются куратором,
- ✓ пройти тест.

Теория и задачи занимают 184 страницы, задачи для самосто–ятельной работы – 28 страниц (всего 293 задач), есть 2 интерактивных примера. После каждой части студент может готовиться к тесту, отвечая на вопросы самоконтроля. Для каждой части подготовлено по 100 вопросов теста и по 50 вопросов для самоконтроля. Тесты составлены из теоретических вопросов и задач трех частей. Результаты можно просмотреть: представляются вопросы, правильные ответы и оценки. Вопросы по сложности оцениваются 1 или 2 балами и могут иметь несколько правильных ответов.

Для лучшего усвоения понятий были созданы интерактивные упраж–нения. Каждый студент по электронной почте получает задание, оцени–ваемое куратором. Решение этого задания студент может прислать электронной или обычной почтой. Числовые значения задания различны для каждого студента. Это задание соответствует домашней работе сту–дентов дневного и вечернего отделений.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ОПРОСОВ СТУДЕНТОВ

Прошлый семестр на этот курс были зарегистрированы студенты дневного и заочного отделений разных факультетов. Следует отметить, что выиграв проект по устроению компьютерных классов предназна–ченных для обучения математики и иностранных языков, третья часть времени предназначенного для практических занятий теперь используется для электронных практических занятий с применением математического программного обеспечения MathCad. Часть студентов дневного отделения вместо первого зачета проходили компьютерный тест. По окончании семестра были опрошены 23 студента. Их просили в пяти-бальной системе оценить удобство использования среды WebCT, внешность курса, вопросы самоконтроля, теоретический материал, практические задания, потребность электронной почты и группы дискуссий, а также саму форму дистанционного обучения. Также спрашивалось, была ли использована дополнительная литература и помощь коллег.

Внешность курса была оценена от средней до отличной (среднее 6 студ., хорошо 12 студ., отлично 5 студ.). По результатам опроса среда WebCT несложная и удобная в использовании для большинства студентов (среднее 7 студ., хорошо 7 студ., отлично 9 студ.). Мнения опрошенных разделились на потребности электронной почты и группы дискуссий (рис. 1).

Рис. 1. Результаты опроса о потребности электронной почты и группы дискуссий

В таблице 1 приведены оценки вопросов самоконтроля, представ–ления и сложности теоретического и практического материала.

Компьютерный класс большинство студентов оценили на отлично (19 из 23). В анкете опроса спрашивалось, сколько времени в среднем за неделю студент занимался усвоением среды и материала обучения. По полученным результатам опроса для усвоения среды WebCT затра–чивалось в среднем 0.67 часа, для усвоения теоретического материала и решения заданий самоконтроля – 1.5 часа, для электронной почты и дискуссии – 0.5 часа за неделю.

Таблица 1. Оценка материала обучения

	Балы оценки и количество студентов				
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
Удобность ответа на вопросы самоконтроля (тестов)			3	15	5
Сложность вопросов самоконтроля			8	10	5
Форма представления теоретического материала	2	2	8	5	6
Сложность теоретического материала		2	6	10	5
Форма представления практического материала			11	9	3
Сложность практического материала		4	5	10	4

Дополнительной литературой и помощью коллег пользовались 10 студентов из 23, остальным было достаточно теоретического и практи–ческого материала представленного в курсе. Задания самоконтроля реша–ли 19 из опрошенных студентов, примером задания оцениваемого курато–ром не пользовался только один студент. Все опрошенные проходили тест и на опросе 21 из них отметил, что компьютерный тест для них более приемлемое средство зачета, чем стандартный коллоквиум.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЗАЧЕТНОГО ТЕСТА

В первый раз тест проходили 88 студентов. Результаты первого прохода зачетного теста представлены на рис. 2.

Средний балл зачетного теста 4.42. Повторно тест проходили два раза. Первый повторный раз тест проходили 39 студентов (средний балл 5.86). Второй повторный раз тест проходили 17 студентов (средний балл 6.78).

В среде WebCT можно проверить, сколько времени студент изучал теоретический материал и примеры заданий. Также возможно проверить сколько раз были решены задания самоконтроля и просмотреть резуль–таты решений. Оценив время, проведенное в интернете, и результаты тестов самоконтроля, замечается зависимость результатов зачетного теста от времени учения, особенно от времени решения тестов самоконтроля. Например, если студент задания самоконтроля решал по 6-7 раз, то его результаты зачетного теста выше общего среднего.

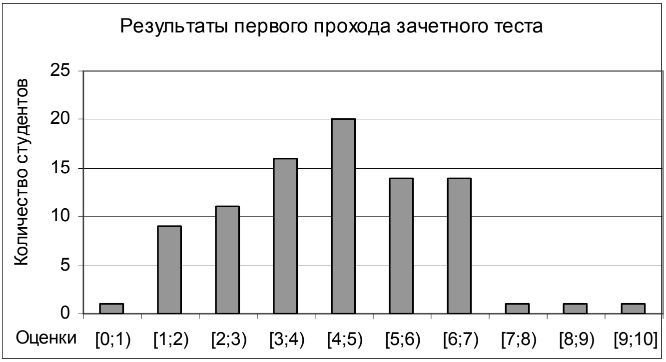


Рис. 2. Результаты первого прохода зачетного теста

ВЫВОДЫ

1. Обучение, частично используя дистанционный метод, есть при–емлемым для студентов, среда WebCT удобна в использовании, внешность курса хорошее.

2. Требуется дополнить теоретический материал и практические задания. Подана заявка в Министерство образования и науки для реали–зации второй части этого курса (темы: функции комплексного пере–менного, операционное исчисление).

Литература

1. Курс дистанционного обучения «Прикладная математика 1». http://webct.liedm.lt .

Summary

In these latter years the interest of remote teaching is booming. Such teaching method is widely used in foreign countries. The distance module „Applied mathematics”, covering three topics: number series, function series and field theory, is presented in this work. The second year full-timer and extramural students of Kaunas University of Technology took part in the analysis of lacks and advantages of this module. There were found out that the course is admissible for the students, but has to be complemented by remaining themes of applied mathematics.

МЕТОД МОНОТОННЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Юозас Ювенциюс Мачис

Институт математики и информатики, Литва

Abstract. *A method for obtaining very precise estimates of finite sums and for proving inequalities is considered.*

Keywords: *finite sums, inequalities, monotonous sequences.*

Все мы наслышаны, что, например, ряд $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots$ мало–пригоден для приближенного вычисления предела L (разумеется, $L=\pi/4$, но это к делу не относится). В знаменитом трехтомнике Г. М. Фихтенгольца по математическому анализу [1] указывается, что для достижения точности 10^{-5} оценки нужно брать $5\cdot10^4$ членов (имеется в виду, что в неравенстве

$$1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots+\frac{1}{10^5-3}-\frac{1}{10^5-1}<L<1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots-\frac{1}{10^5-1}+\frac{1}{10^5+1}$$

разность Δ верхней и нижней оценок составляет менее 10^{-5}.)

Существует единый метод улучшения подобных оценок, который будем называть методом монотонных последовательностей. Идею метода изложим на примере приведенного ряда.

Пусть

$$L=\frac{2}{1\cdot3}+\frac{2}{5\cdot7}+\cdots=S_n+R_n,$$

где

$$S_n=\frac{2}{1\cdot3}+\frac{2}{5\cdot7}+\cdots+\frac{2}{(4n-3)(4n-1)},$$

а

$$R_n=\frac{2}{(4n+1)(4n+3)}+\frac{2}{(4n+5)(4n+7)}+\cdots.$$

Оценим R_n. С одной стороны,

$$R_n<\frac{2}{(4n+1)(4n+3)}+\frac{2}{(4n+3)(4n+7)}+\frac{2}{(4n+7)(4n+11)}+\cdots=$$

$$=\frac{1}{4n+1}-\frac{1}{4n+3}+\frac{1/2}{4n+3}-\frac{1/2}{4n+7}+\frac{1/2}{4n+7}-\frac{1/2}{4n+11}+\cdots=$$

$$=\frac{1}{4n+1}-\frac{1/2}{4n+3}=\frac{1}{8n+2}+\frac{1}{(4n+1)(4n+3)}\doteq R''_n.$$

С другой стороны,

$$R_n>\frac{2}{(4n+1)(4n+5)}+\frac{2}{(4n+5)(4n+9)}+\cdots=$$

$$=\frac{1/2}{4n+1}-\frac{1/2}{4n+5}+\frac{1/2}{4n+5}-\frac{1/2}{4n+9}+\cdots=\frac{1}{8n+2}\doteq R'_n.$$

Следовательно, уже здесь $\Delta_n=R''_n-R'_n<1/(16n^2)$. А поскольку

$$R''_n=\frac{4n+5}{2(16n^2+16n+3)}<\frac{4n+5}{2(16n^2+16n-5)}=\frac{4n+5}{2(4n+5)(4n-1)}=\frac{1}{8n-2},$$

то мы также имеем оценку

$$1/(8n+2) < R_n < 1/(8n-2).$$

Итак, и оценка снизу, и оценка сверху имеют вид $1/(8n+k)$. Легко проверить, что последовательность $S_n + 1/(8n+2)$ возрастает, а последовательность $S_n + 1/(8n-2)$ убывает. Для каждой из них подберем постоянную k так, чтобы последовательность $S_n + R'_n$ все еще монотонно возрастала, а $S_n + R''_n$ монотонно убывала. Поскольку $S_n \to L$, то при этом будет

$$S_n + R'_n < L < S_n + R''_n.$$

Займемся последовательностью $S_n + R''_n$. Она убывает, если

$$S_{n+1} + R''_{n+1} < S_n + R''_n,$$

$$\frac{2}{(4n+1)(4n+3)} + \frac{1}{8(n+1)+k} < \frac{1}{8n+k},$$

$$\frac{1}{(4n+1)(4n+3)} < \frac{4}{(8n+k)(8n+8+k)},$$

$$64n^2 + 64n + 16nk + 8k + k^2 < 64n^2 + 64n + 12,$$

$$16nk + 8k + k^2 < 12,$$

и наибольшее k, удовлетворяющее последнему неравенству при всех n, равно $k = 0$.

Аналогично последовательность $S_n + R'_n$ возрастает, если

$$16nk + 8k + k^2 > 12\ . \tag{1}$$

Следовательно, достаточно взять $k = 1/2$, и мы получаем оценку, на порядок лучше прежней:

$$\frac{1}{8n+1/2} < R_n < \frac{1}{8n}, \qquad \Delta_n < \frac{1}{128n^2}.$$

Можно действовать тоньше: неравенство (1) нам подсказывает, что если не считать k постоянной, то ему удовлетворяют, например, значения k, при которых

$$16nk + 8k \geq 12, \quad \text{т.е.} \quad k \geq \frac{3}{4n+2}.$$

Неприятность состоит лишь в том, что теперь k зависит от n, и условие возрастания $S_n + R'_n$ усложняется:

$$\frac{2}{(4n+1)(4n+3)} + \frac{1}{8n+8+k_{n+1}} > \frac{1}{8n+k_n}.$$

Будем искать подходящие k_n в виде $k_n = K/n$. Имеем

$$2\big(8n+8+K/(n+1)\big)\big(8n+K/n\big)+(16n^2+16n+3)\big(8n+K/n\big)>$$
$$>(16n^2+16n+3)\big(8n+8+K/(n+1)\big),$$
$$48n^2K+48nK+19K+2K^2>24n(n+1),$$

и видим, что для всех n неравенство выполняется лишь при $K \ge 1/2$, а наименьшим таким K является $K = 1/2$.

Аналогично для убывания $S_n + R_n''$ нужно подобрать как можно большее K, удовлетворяющее неравенству

$$48n(n+1)K+19K+2K^2<24n(n+1), \qquad (2)$$

а поскольку ясно, что $2K<1$, то достаточно брать

$$2K+(19K+K)/(24\cdot 2)<1,\ \ 116K<48,\ \ K<12/29.$$

Итак,

$$\frac{1}{8n+1/(2n)}<R_n<\frac{1}{8n+12/(29n)}, \qquad \Delta<\frac{5}{58\cdot 64n^3}.$$

Кстати, для достижения точности 10^{-5} теперь достаточно взять $n = 6$, – какие уж там тысячи членов!

Для большей наглядности приведем соответствующие оценки для π (для $\pi/4$ разность Δ в 4 раза меньше):

$$n=1 \quad 3{,}137<\frac{8}{3}+\frac{1}{2+1/8}<\pi<\frac{8}{3}+\frac{1}{2+3/29}<3{,}14208,$$

$$n=2 \quad 3{,}14139<\frac{8}{3}+\frac{8}{35}+\frac{1}{4+1/16}<\pi<\frac{8}{3}+\frac{8}{35}+\frac{1}{4+3/58}<3{,}14205,$$

$$n=3 \quad 3{,}14156<\frac{8}{3}+\frac{8}{35}+\frac{8}{99}+\frac{1}{6+1/24}<\pi<\frac{8}{3}+\frac{8}{35}+\frac{8}{99}+\frac{1}{6+1/29}<3{,}14177,$$

$$n=4 \quad 3{,}14158<\frac{8}{3}+\frac{8}{35}+\frac{8}{99}+\frac{8}{195}+\frac{1}{8+1/32}<\pi<$$
$$<\frac{8}{3}+\frac{8}{35}+\frac{8}{99}+\frac{8}{195}+\frac{1}{8+3/29\cdot 4}<3{,}14167,$$

$$n=5 \quad 3{,}141590<\frac{8}{3}+\frac{8}{35}+\frac{8}{99}+\frac{8}{195}+\frac{8}{323}+\frac{1}{10+1/40}<\pi<$$
$$<\frac{8}{3}+\frac{8}{35}+\frac{8}{99}+\frac{8}{195}+\frac{8}{323}+\frac{1}{10+3/29\cdot 5}<3{,}14164.$$

Разумеется, оценки можно строить начиная не с $n=1$, а с бóльших значений n. Например, если считать, что в неравенстве (2) $n \ge 5$, то K для R'' можно брать из условия

$$2K+(19K+2K^2)/(24\cdot 30)<1,$$

т. е. брать, скажем, $K = 0{,}49$ (это значение, как легко проверить, удовлетворяет неравенству), и тогда $R_5'' = 1/(40+0{,}49/5)$,

$$\pi < \frac{8}{3}+\frac{8}{35}+\frac{8}{99}+\frac{8}{195}+\frac{8}{323}+\frac{1}{10+0{,}098} < 3{,}141596\ldots .$$

Подобная процедура улучшения оценок проведена также для бесконечного произведения Валлиса (Wallis) для числа $\sqrt{\pi}$, формулы Стирлинга (Stirling) для $n!$ и др. Разумеется, уточнения более значимы в случае медленной сходимости к пределу, однако в каждом случае они представляются внушительными, если учесть элементарность метода.

Если не гнаться за очень большой точностью, то метод совсем прост в применении. Продемонстрируем это на примере решения „школьной“ задачи.

Докажите, что

$$0{,}78 < 1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots+\frac{1}{2001}-\frac{1}{2003}+\frac{1}{2005} < 0{,}79.$$

Мы должны доказать, что

$$0{,}21 < x = \frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\cdots+\frac{1}{2003}-\frac{1}{2005} < 0{,}22,$$

$$0{,}21 < \frac{2}{(4\cdot 1-1)(4\cdot 1+1)}+\frac{2}{(4\cdot 2-1)(4\cdot 2+1)}+\cdots+\frac{2}{(4\cdot 501-1)(4\cdot 501+1)} < 0{,}22.$$

Пусть $S_n = \frac{2}{3\cdot 5}+\frac{2}{7\cdot 9}+\cdots+\frac{2}{(4n-1)(4n+1)}$.

Тогда $S_{n+1}-S_n = \frac{2}{(4n+3)(4n+5)}$, и

$$S_{n+1}-S_n = \frac{8}{(8n+6)(8n+10)} < \frac{8}{(8n+4)(8n+12)} = \frac{1}{8n+4}-\frac{1}{8n+12},$$

поэтому $S_{n+1}+\frac{1}{8n+12} < S_n+\frac{1}{8n+4}$, т. е.

$$S_1+\frac{1}{12} = \frac{1}{15}+\frac{1}{12} > S_2+\frac{1}{20} = \frac{2}{15}+\frac{2}{63}+\frac{1}{20} > \ldots > \frac{2}{15}+\cdots+\frac{2}{2003\cdot 2005}+\frac{1}{4012},$$

$$x = S_{501} < \frac{2}{15}+\frac{1}{12}-\frac{1}{4012} < 0{,}217.$$

Аналогично, $S_{n+1}-S_n = \frac{8}{(8n+5)(8n+13)} = \frac{1}{8n+5}-\frac{1}{8n+13}$,

$$S_{n+1}+\frac{1}{8n+13} > S_n+\frac{1}{8n+5},$$

и

$$\frac{2}{15}+\frac{1}{13} < \frac{2}{15}+\frac{2}{63}+\frac{1}{21} < \ldots < \frac{2}{15}+\frac{2}{63}+\cdots+\frac{2}{2003\cdot 2005}+\frac{1}{4013},$$

$$x > \frac{2}{15} + \frac{1}{13} - \frac{1}{4013} > 0{,}21.$$

Литература

1. Фихтенгольц Г.М. *Курс дифференциального и интегрального исчисления*. Т. 2, Государственное издательство технико-теорети– ческой литературы, Москва–Ленинград, 1951.

Summary

Suppose that for some value we have sequences of lower and upper estimates (for example, a sequence of partial sums of the series for the number π). As a rule, such estimates are not very useful because of their slow convergence large number of summands. The method presented makes it possible to obtain estimates when only several (for example, two or three) summands are applied.

GENESIS OF PROFESSIONAL STUDY PROGRAMME FOR SECONDARY SCHOOL MATHEMATICS TEACHERS

Jānis Mencis, Visvaldis Neimanis
University of Latvia, Latvia

Abstract. *The professional study programme for secondary school mathematics teachers (hereinafter referred to as SP) is at the moment before big changes. As a famous poet has said "the one shall stand only if it changes", for us to exist it is the very moment to change our SP. Though, in fact, we are not looking forward to changing this programme, for it has received many good references and comments on international level during the conferences. Besides, the development of teaching methods and their role in mathematics methodology shall also be discussed.*

Keywords: *bachelor studies, credit point, master studies, method for teaching mathematics, professional study programme for secondary school mathematics teachers, teaching methods.*

Historical Aspect of the Problem

Referring to the results of works from previous conferences, for example, [3], there is an impression that SP has reached its maximum (speaking in mathematicians' language), but the real life imposes its demands, and revaluation of values takes place whether reasonably or not this can as well be discussed.

By taking into account the Bologna Declaration and Lisbon Prime Minister Agreement, and the latest achievements by Estonia and Finland, we will focus on the following subjects during the conference:

- Are the traditional courses (*Programming and Computers I, Algebra I, Analytical Geometry, Mathematical Analysis for Mathematicians I, Mathematical Logic, Programming and Computers II, Algebra II, Mathematical Analysis for Mathematicians II, Programming and Computers III, Mathematical Analysis for Mathematicians III, Numerical Methods I, General Psychology, Theory of Probability, Differential Equations, Mathematical Analysis for Mathematicians IV, Numerical Methods II, Mathematical Statistics, Numerical Methods III, Complex Theory of Alternate Functions, Methodology for Teaching Mathematics I, Course Work, Methodology for Teaching Mathematics II, Elements of Functional Analysis, Methodology for Teaching Mathematics III, Educational Practicum (12 weeks), Educational Practicum (12 weeks), Diploma Thesis*) regarded as a Sacred Cow or is it possible to divide the courses into the two following parts. Firstly, to divide the course mechanically, i.e. separating the Master Programme (2 + 3 = 5). Secondly, to change the whole system and develop new courses.
- What is the role of internship, how many credit points should be given? Is it necessary for a student of Master studies to have an internship at school?
- What is a Diploma Thesis? Is it a shadow of a Course Work?
- Has any research been carried out approving the advantage of the programme 3 + 2 in promotion of the state's scientific potential?
- Is the development of the programme 3 + 2 achievement by the Programme Director of Latvian Academy of Sciences?

There are several classification types distinguished for the teaching methods. Three classification types of the teaching resources published in the Latvian language [1] can be found where the teaching methods can be classified according to the following:

- didactic tasks;
- knowledge sources;
- the system of techniques for organising the students' cognitive operation.

Speaking about didactic tasks, there are three groups of methods:

- methods for provision of knowledge;
- methods for improvement of knowledge or perfection of abilities and skills;
- methods for examination of knowledge.

Considering the knowledge sources or teaching resources chosen by teachers, the following methods exist:

- verbal methods;

- studying by books;
- visual methods;
- practical methods.

Concerning the system of techniques for organising the students' cognitive operation there are the following methods:

- explanatory illustrative;
- memory enhancing;
- problem explaining;
- heuristic;
- exploratory.

Explanatory illustrative and a memory enhancing method provide ready knowledge, the other three stimulate active cognitive processes.

If we want to improve the content of the course *methodology for teaching mathematics* considerably, we have to think of how this course can be acquired on the basis (during the time) of existing credit points.

Solution of the Problem

Speaking about the teaching methods the following requirements, according to Maslo, should be observed when choosing a teaching method to be applied in secondary school:

1. Methods should evoke students' mental activity. They should gratify the cognitive interest of students and ensure the possibility of self-realisation in studies.
2. Methods should enhance independent and responsible study process of students, by applying abilities and skills of mind, emotions and will as well as the competence of studying, social and cultural competence, and exploratory methods.
3. Methods should improve students' cooperative studying, independence and self-educating according to the needs of students for solving a problem. Project works and exploratory methods can be used here.
4. Methods should provide a possibility for students to use their knowledge, skills and abilities during communication. Interactive methods can be used here.
5. A narrative method can be used for memorisation and individually associated cognition of information.
6. A dialogue method ensures the cooperative planning of students' studies, interaction of evaluation and self-appraisal, co-responsibility and independence, cooperation competence and experience, changing the role and functions of a teacher, where a teacher actively participates in socially cultural communication, acts as a consultant and observer.
7. A project method allows students to acquire, use and increase their knowledge, skills and abilities by expressing their personal attitude, proving

themselves at work together with other students while carrying out a task of a study.

8. A bilingual method is a method employing a foreign language in the process of studying and communication through acquiring several subjects and reading particular (applied) texts.

9. A translation method is used to obtain information through acquiring several subjects and by translating particular (applied) texts.

10. Methods should comprise all social forms: *work in groups* (at projects) in order to acquire information individually through the process of cognition, understanding and exchange of information, *frontal work* in order to present the obtained information at a class, *cooperative* (by pairs, with colleagues and in groups) and *individual* – in order to exercise one's skills and abilities, and for carrying out mutual assessment and self-appraisal.

A complete implementation of these methods during the course of teaching mathematics is impossible. *Thus again Phoenix is rising from the ashes*; academic education should not be taught concretely and practically, as an academically educated person can acquire different subjects him/herself. But a question of how many students will be *spoilt* while a teacher achieves an excellent professional level remains unanswered.

Thinking about a further development of SP, it seems, the essence of the problem does not lie within the course's restructuring, but in our indecisiveness and mutual intolerance. This might be a subject for another conference, though the following suggestions will be discussed:

- It is necessary to develop models for courses, which might be divided into smaller courses giving them concrete titles and avoiding such as *Methodology I*, *Methodology II* etc.
- Pedagogical internship should be introduced within the programme of master studies for it would increase the level of professional qualification.
- No objection should be made towards a suggestion to establish common courses together with the students specializing in other subjects in the first or second study year.
- Leading teachers (professors, lecturers) should be involved in the process of preparation of Course Works and Diploma Papers.
- The cooperation of Latvian University and the Ministry of Education with regards to the establishment of professional study programmes should be fostered.

Conclusions:

- Transition to the system of 3 + 2 seems realistic and supportive.
- The issue about pedagogical internship remains unclear.
- The issue with regards to teaching methods should be looked from the point of view of critical thinking.
- Overview on solutions of problems for the proposed critical thinking methods might be as follows:

A problem	A critical thinking method to be used
Inability to see interconnections, regularities	Preparation and formulation of a task
Inability to see links of a studying subject with the real life	• Situation analysis • Solving practical tasks • Project
Inability to see analogies, associative images	• **R**ole, **A**ddressee, **T**ype/Genre, **T**heme (RATT) Strategy • Project • Question session
Lack of imagination	• RATT Strategy • Question session
Lack of communicative abilities	• Cooperative studying
Inability to ask questions	• Question session • "Cube"
Passive participation while acquiring a new subject	• Map of thoughts - "idea spider" • Brain storm • A five row poem • Critical reading
Inability to learn on individual basis	• Critical reading • Cooperative studying
Inability to read mathematical texts	• Critical reading
Inability to deal with problem situations	• Preparation and formulation of a task • Paradoxes
Participation of students having different levels of knowledge in the common process of studying	• Cooperative studying
Lack of quick reflexes	• RATT Strategy • A discovery poem • Map of works (diary)
Inability to make self-appraisal about the achieved during studies	• Map of works (diary) • Cooperative studying
Inability to take on responsibility	• Cooperative studying
Stereotypes about mathematics as a study subject	• Project • Situation analysis • A five row poem • A discovery poem • Paradoxes

References

1. Rubana I. *Mācīties darot.* – R: RaKa, 2000.– 238.lpp.
2. Maslo I. *Mācību metodes un jaunās informācijas tehnoloģijas izglītības iestādē.* IZM Izglītības vadītāju forums1998.gada 12.augustā
3. Mencis J., Neimanis V. *Programme of professional studies for teachers of mathematics in secondary schools (2 semesters).* / Changing education in a changing society. Klaipeda, Lithuania, 1999. – 201–206.p.

COURSE OF TOPOLOGY IN TALLINN UNIVERSITY MATHEMATICS CURRICULA

Aleksander Monakov
Tallinn University, Estonia

Keywords: *metric space, topological space, topology.*

Topological structures belong to basic structures of mathematics and therefore the course of topology should be the important part both of mathematician and teacher of mathematics education.

The *objective* of this course is to provide basic knowledge in general topology and surface topology. It is the obligatory subject from the bachelor level mathe-matics programme (see [1]); 3.0 ECTS, 36 hours of lections (totally 80 hours including the independent work).

Course Outline. Metric spaces, equivalence of metrics. The notion of a topological space, examples. Comparison of topologies. Continuous maps. Quotient space and product topology. Compactness and connectedness. Invariants of the group of topological transformations. Surface topology. Euler's theorem for convex polyheda. Elements of topology in school mathematics.

Learning methods are based on lectures and independent work with study literature. There are home assignments, two in-class tests.

The *examination* grade is based on two in-class tests.

This course is the natural setting for basic notions of analysis like continuity and such fundamental results like Intermediate Value Theorem (If f: $[a; b] \to \boldsymbol{R}$ is continuous, then $f(x)$ assumes every value between $f(a)$ and $f(b)$) and Extreme Value Theorem (If f: $[a; b] \to \boldsymbol{R}$ is continuous, then $f(x)$ assumes both a maxi-mum and minimum value). From the viewpoint of topology it is seen that these results are simple manifestations of the very natural notions of connectedness and compactness, respectively, and from this vantage the proofs of these results (as well as their generalizations) become extremely simple, almost obvious.

Also it is the underpinning of modern geometry. Using topological methods we can construct a great variety of interesting geometric objects previously unimagined. We discover that certain seemingly isolated curiousities such as Euler's formula for polyhedra are the tip of an iceberg of a beautiful connection between algebra and geometry.

A good familiarity with the mathematics related to calculus of functions of many real variables is a prerequisite for the course. This includes countably and uncountably infinite sets, equivalence relations, continuity of functions of n real variables and convergence of sequences of points in n-dimensional Euclidean space. Some knowledge of linear algebra is helpful in dealing with higher dimensional Euclidean spaces. Also the familiarity with the notion of transformation group is assumed.

The main purpose of the course is to generalise and to renew the basic facts and notions of mathematical analysis and geometry. The most part of this course is considerably abstract. Unfortunately there is too little material for generalisations and usage because the courses of functional analysis and differential geometry start up only in master study (see [2]). But a serious support is given by the parallel course "Transformation Groups in Geometry".

Let us consider the detailed content of the course. It is devided into 5 parts.

I Metric Spaces

1. The notion of metric space. Examples.
2. Open balls in different metrics (mainly on a plane).
3. Open sets in metric space.
4. Open sets in different metrics.
5. Closed sets in metric space.
6. Continuous maps in metric spaces. Criteria of global continuity.

Several metrics are considered here in order to make the statement more illustrative and visual.

Metrics on a plane:

$d_e(P, Q) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ – Euklidean metrics,

$d_1(P, Q) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$ metrics in "city geometry",

$d_2(P, Q) = |x_1 - x_2| + D(y_1, y_2)$, D – discrete metrics.

The corresponding unit balls are presented in Figures 1–3.

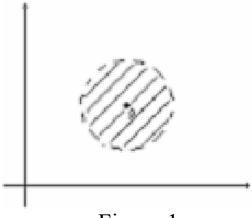


Figure 1
Euklidean topology

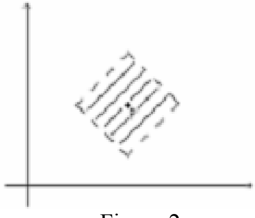


Figure 2
Euklidean topology

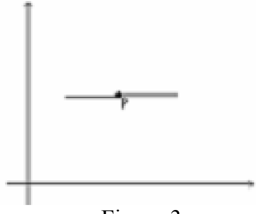


Figure 3
non-Euklidean topology

Some other metrics:

$C_{[a;\,b]}$: $d(f, g) = \max\limits_{x\in[a;\,b]} |\, f(x) - g(x)\,|$ $\quad R_{[a;\,b]}$: $d(f, g) = \int\limits_a^b |\, f(x) - g(x)\,|\, dx$

where only continious functions $f: [a; b] \to \boldsymbol{R}$ are considered.

II Topological Spaces (main notions)

7. The notion of topological space. Examples.
8. Subspace of topological space.
9. Closed sets in topological space.
10. Interior of subset of topological space.
11. Closure of subset of topological space.
12*. Kuratowski operator.
13. Clasification of points with respect to a given set (boundary points, interior points, isolated points etc.). Boundary of set.
14. Base of topology. Base of open neighborhoods at a point.
15. Determination of topology by means of local bases.
16. Comparison of topologies.
17. *Problems solving*: Topologies on a plane defined by local bases, interior, closure and boundary of set, comparison of topologies.

Examination work I (themes 1–17).

A good opportunity to make so abstract subject more interesting and vivid lies in constructing of several non-Euklidean topologies on the plane by means of bases of "typical" open neighborhoods of points (a local base at every point). We remain the following well-known theorem, which is formulated in terms of points of the plane.

Theorem. Let us assume that for every point P of the plane $X = \boldsymbol{R} \times \boldsymbol{R}$ there is a family B_P of subsets of X such that the following conditions are satified:

B1° $B_P \neq \varnothing$ for each $P \in X$ and if $U \in B_P$, then $P \in U$;

B2° if $U_1, U_2 \in B_P$, then there is $U \in B_P$ such that $U \subset U_1 \cap U_2$;

B3° if $U \in B_P$ and $Q \in U$, then there is $V \in B_Q$ such that $V \subset U$.

Then there is a unique topology τ on X for which B_P is a base of open neighborhoods at every point P. This topology consists of all subsets G of X satisfying the following condition:

$$x \in G \quad \Leftrightarrow \quad \exists\ U \in B_x \mid\ U \subset G. \qquad (1)$$

Some examles of such constructions are regardered below (Figures 4 – 9). Each figure can be considered as a "typical neighborhood" at point P, other neighborhoods are the homothetic images of it. Neighborhoods at any other point are obtained by means of parallel translation. Which figures determine a base of open neighborhoods in the sense of above-mentioned theorem?

In case of positive answer students ought to construct interior, closure and border for some given set on a plane (see e.g. Figure 10). They also must compare just find topologies with the Euklidean one. Such problems aid students to adopt the essential notions of general topology.

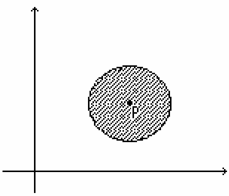


Figure 4

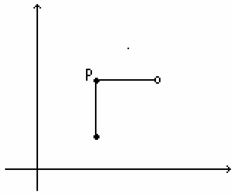


Figure 5

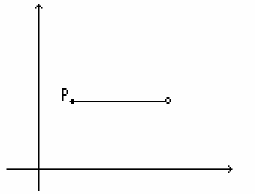


Figure 6

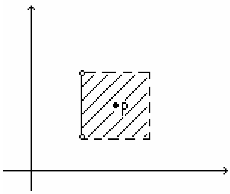


Figure 7

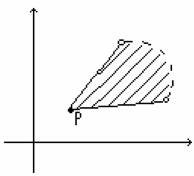


Figure 8

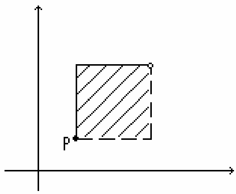


Figure 9

In case of positive answer students ought to construct interior, closure and border for some given set on a plane (see e.g. Figure 10). They also must compare just find topologies with the Euklidean one. Such problems aid students to adopt the essential notions of general topology.

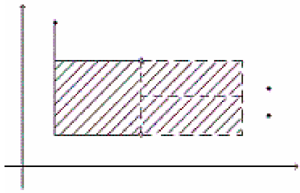


Figure 10

III Classification of Topological Spaces. Continuous Maps

18. Axioms of separation.
19. Metrisation of topological space.
20. Continuous maps in topological spaces.
21. Connected sets and spaces.
22. Continuous image of connected set.
23. Compact spaces and sets.
24*. Criteria of compactness.
25. Continuous image of compact set.
26. Dense and nowhere dense sets.
27. Separable spaces.

IV Basic Topological Constructions

28. Homeomorphic spaces. Topology as a “gum-geometry”.
29. Product spaces.
30. Topological quotient space.
31. Examples of quotient spaces.
32. Pasting of topological spaces.

V Topics in Surface Topology

33. Simplest topological invariants.
34. Euler’s theorem for convex polyhedra.
35. Regular polyhedra.
36. Two- and one-sided surfaces. Orientable and non-orientable surfaces.
37. Closed surfaces in Euklidean space.
38. Topics of topology in school mathematics.

Examination work II (themes 18–38).

The treatment of surface topology is less formalized and more intuitive because the students are yet not familiar with differential geometry.

Some topological facts and ideas are considered even in our school textbooks. Therefore the proof of Euler’s theorem for convex polyheda should be elemen-tary (see e.g. [3]).

Serious problems are connected with scarcity of modern teaching literature. We use some Estonian and Russian books such as [4], [6] – [8] and materials made by our teachers [5].

References

1. Mathematics (Bachelor Study Curriculum) http://www.tpu.ee/?LangID=2&CatID=790.
2. Teacher of Mathematics (Master Study Curriculum) http://www.tpu.ee/?LangID=2&CatID=1389.
3. Courant, R., Robbins, H. *What is Mathematics?* Oxford University Press (or Russian edition, Moscow, 1967).
4. Lumiste, Ü. *Topoloogia*. Tartu: TRÜ, 1987.
5. Monakov, A. *Topoloogia.* Loengukonspekt. Tallinn: TÜ, 2005.
6. Sõrmus, T. *Meetrilised ruumid* (Metric Spaces). Tallinn: TPedI, 1979, 1987.
7. Вернер, А. Л., Кантор, Б. Е. *Элементы топологии и дифференциаль–ной геометрии* (Topics in Topology and Differential Geometry). М., 1985.
8. Синюков, Н. С., Матвеенко, Т. И. *Топология* (Topology). Киев, 1984.

ОБОСНОВАНИЕ НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Ирина Новик
Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка, Беларусь

Научно-методические исследования должны быть обоснованы. Компонентами научного обоснования являются: проблема исследования, цель исследования, объект исследования, предмет исследования, гипотеза, задачи исследования. Последовательность компонентов обоснования зависит от содержания исследования. Чаще всего она приводится во введении и бывает следующей: актуальность проблемы – цель – объект – предмет – гипотеза – методологическая основа – научная новизна, прак–тическая значимость, достоверность. В целом же структура диссерта–ционного исследования принята быть такой:

1. Общая характеристика работы, содержащая следующие положения: актуальность исследования, связь работы с крупными научными программами, темами; цели и задачи исследования; объект и предмет исследования; гипотеза, методология и методы исследования, научная новизна и значимость полученных результатов; практическая (экономическая, социальная) значимость полученных результатов; основные положения диссертации, выносимые на защиту, личный вклад соискателя; апробация результатов исследования, опубликованность результатов, структура и объем диссертации.
2. Основное содержание диссертации разделено на главы и пара–графы. Каждый параграф содержит резюме. Каждая глава сопровождается выводами.
3. Заключение по диссертации. В нем раскрывается решение задач исследования и обосновываются научная новизна и практическая значимость положений, выносимых на защиту; описывается достижение цели и подтверждение или отрицание выдвинутой ранее гипотезы.

Компоненты научного исследования	**Содержание и существо исследовательской деятельности**
1. Проблема исследования	Неисследованные, недостаточно разрабо–танные, неизвестные, мало изученные ак–туальные стороны педагогического процес–са, имеющие перспективное значение и на–правление.
2. Цель исследования	Основная идея исследования, что должно быть достигнуто в результате проведения научной работы; что нового внесено в содержание, формы, методы, теорию обучения математике и т.д.
3. Гипотеза	Основная теоретическая концепция иссле–

Компоненты научного исследования	**Содержание и существо исследовательской деятельности**
	дования, содержащая оргументированные предположения о связи между предла–гаемым автором педагогическим воздейст–вием на обучаемых и возможными резуль–татами этого воздействия. Гипотеза форму–лируется обычно по схеме: если …, то …, так как В последние годы формула написания гипо–тезы следующая: произойдет то-то и то-то, если … Например, гипотеза из докторской диссертации N: уровень математического развития с учетом актуальных и потен–циальных возможностей учащихся в усло–виях дифференцированного обучения мо–жет быть выявлен и повышен, если: разработать процедуру и критерии создания устойчивых гомогенных, гетерогенных групп (классов) по математике для уча–щихся среднего и старшего школьного возраста … и др. (всего 4 позиции).
4. Объект исследования	Четко ограниченная область педагоги–ческого процесса, подлежащая исследо–ванию
5. Предмет исследования	Та сторона учебного процесса или педаго–гического явления, которая выбрана для исследования
6. Задачи исследования	Те конкретные положения, решение кото–рых в совокупности приведет к доказа–тельству гипотезы и достижению постав–ленных целей в области содержания, методики, форм либо средств обучения и т.д.

Методы исследования могут быть различны. Среди них могут быть и такие:

– теоретическое исследование проблемы;
– анализ педагогической, психологической, научно-методической литературы по математике;
– изучение передового педагогического опыта;
– изучение и анализ программ;
– изучение и анализ инновационных методик;
– составление учебных пособий по курсу;
– наблюдение, анкетирование, собеседование, контрольные и про–верочные работы, экспертная оценка разработанных материалов;
– педагогический эксперимент;
– использование диагностической методики.

К специальным методам могут быть отнесены:

1. Мультиплицирование, циклография, хроноциклография, киноци–клография, видиомагнитофонная запись, мультимедиа, интермедиа.
2. Тензометрия и пьезометрия.
3. Хронометраж.
4. Окулография.
5. Электрофизиологические методы [1; 5].
6. Методы математической статистики [3; 10].
7. Деловая презентация.
8. Использование средств вычислительной техники, информати–зации и коммуникации в сфере образования.

На первый взгляд кажутся несовместимыми и взаимоисключающими такие понятия как творческая активность и подражание. Однако, это не совсем так. Выдающийся ученый Л.С. Выгодский писал, что существует неправильный взгляд на подражание, мол если «я подражаю, то подражать можно всему, чему угодно. Психологи разоблачили этот взгляд и показали, что человек подражает только тому, что лежит в зоне соответственных возможностей человека» [2] Стимул примера в процессе обучения предполагает знакомство студентов с творчеством лучших учителей РБ. Примерами их работы стимулируется их соответственная творческая активность.

Одну и ту же форму работы учителя организуют по-разному и один и тот же учитель в разных классах работает неидентично. Реализация идей реформы образовательной и профессиональной школы способствует обновлению и накоплению нового опыта преподавания математики. В настоящее время особую актуальность приобрели проблемы обобщения, передового педагогического опыта и его внедрения в обучение студентов – будущих учителей математики.

В практике обучения студентов мы используем следующие методы изучения передового опыта работы учителей математики:

– изучение научно-педагогической и научно-методической литера–туры по обобщению опыта педагогического творчества;
– тематические встречи-выступления лучших учителей;
– изучение публикаций учителей-новаторов об опыте работы с учащимися;
– просмотр и анализ кинофильмов лучших уроков учителей-новаторов;
– освещение опыта педагогического творчества учителей матема–тики преподавателями факультетов на лекциях, практических и лабораторных занятиях со студентами;
– целевые обзорные экскурсии в научно-методические кабинеты институтов усовершенствования учителей, в различные типы школ;
– наблюдение и анализ различных форм деятельности учителя

математики в школе в период прохождения педагогической практики;
- обзорные публикации преподавателей института по распро–странению опыта работы лучших учителей математики;
- ознакомление с результатами диссертационных исследований учителей;
- изучение и анализ опыта работы учителей финалистов «Республиканского конкурса учитель года «Хрустальный журавль»».

Такая последовательно усложняющая целенаправленная работа со студентами на деле способствует интеграции теории и практики формирования основ методической культуры будущего учителя.

Summary

Reform of an average comprehensive school and the subsequent behind it reform of the higher school, a long-term operational experience in it convince that sharp necessity for carrying out of in-depth studies on the following perspective directions of the theory of training to mathematics in the pedagogical higher school has ripened, connected with reforming system of multilevel preparation of the teacher of the dual speciality, use of computer technologies at monitoring procedure of knowledge of students; creation electronic or it is computer - focused textbooks and computer training methodical complexes, etc.

VIRTUAL DISTRIBUTION OF TREES BY DIAMETER CLASSES

Rudolfs Ozolins

Latvia University of Agriculture, Latvia

Abstract. *Forests are the main natural resources of Latvia. Almost the half of area our country is covered with forest, and the significance of natural resources monitoring and inventory is constantly growing. Some extraordinary problems from forest inventory can be solved only by creative modification and improving mathematical methods of ordinary course. Designing tree distribution by diameter classes without direct measurements in forest is a typical example of such problems. It is recommended to design a virtual tree distribution by mathematical simulation based on accessible in archives information about actual forest stands. The great economic effect can be reach to carry out suggested virtual distribution as convenient tool for forest estimation.*

Keywords: *diameter classes, extraordinary solving problems, height curve, isosceles hyperbola, mathematical simulation, modal diameter, normal distribution, standard derivation, tree trunk, virtual distribution.*

Some problems for students of not mathematical professional lines are caused by low interest of mathematics if the teaching process is routine, not bright. There can help to create interest the successful choice of significant, extraordinary problems. It is important that solving those problems can not be realized without creative modification and improving mathematical methods of ordinary course. A typical example from forest inventory will be demonstrated in continuation.

Almost the half area of Latvia is covered with forest, and the significance of natural resources monitoring and inventory is constantly growing. For sustainable management of forests a variety of information about the resources is needed. The necessary information, certainly, can be got by direct measurement all trees, but it is very labour consuming process. If, for example, tree trunks distributions by diameter classes for all grown-up forest forming trees of Latvia are needed, than all adult inhabitants of our republic during some weeks cannot realize such vast measurements. It means, we need to look for another solution.

In archives of forest owners is collected in course of time a large amount of heterogeneous information about forest recourses. Unfortunately, that information is "hidden treasure" and cannot be applied without unification. The classical methods of mathematical statistics are not suitable for obtaining standard parameters of forest stands by using heterogeneous information. That is the main reason why some original recommendations where suggested by author of this paper for solving diverse tasks of forest inventory. For example, original is designing the trees distribution by the diameter class without direct measurement of trees dimensions. Necessary calculations can be carried out in extraordinary way by using two original empirical formulas and modified iteration method. It is important that applied formulas are suitable for extrapolation and useful for accurate approximation of investigating values in maximum wide interval. Analytical expressions for named connections where founded after permanent researching work carried out by author of this paper. Empirical formulas and they parameters are published in several issues (look at "References"). Nine In this case equation of isosceles hyperbola and modified density function of normal distribution are suitable.

It is proved that <u>isosceles hyperbola</u> is excellent curve for approximation of monotonous values. Here "monotonous value" is the height of trees. Equation of isosceles hyperbola is the mathematical model of height curve. A smoothing the heights of measured trees can bee carried out by formula:

$$H = H_0 + \frac{D}{K \cdot D + C},$$

here D – diameter at breast height (1.3 m) of tree, cm;

H –height of tree, m;

K, C – parameters.

It is convenient to calculate parameters by using inverse transformation:

$$\frac{1}{H-H_0}=K+C\cdot\frac{1}{D}.$$

In result, first power equation regarding to the inverse values is obtained. If two points are given, system of linear equation can be easy got after inserting co-ordinates of two points:

$$\frac{1}{H_1-H_0}=K+C\cdot\frac{1}{D_1} \quad \text{and} \quad \frac{1}{H_2-H_0}=K+C\cdot\frac{1}{D_2}.$$

In reviewed case one point is determined by given average values. It is supposed the second point is unknown and can be changeable.

Modification density function of normal distribution is well-founded by theory of mathematical statistics. Tree trunks distribution by they thickness is dependent from a lot unknown factors and by that reason must be normal. But, in reality, small trees dry up considerably faster than big trees and, gradually, the left asymmetry of distribution is forming. In general, the density function of normal distribution is defined by equation:

$$f(x,\mu,s)=\frac{1}{s\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2s^2}}$$

The symbols used conventionally are:

x –distributed normally, continuous, random quantity;

μ –average value of variable quantities;

s –standard deviation;

$\pi = 3.1415927$, $e = 2.7182818$.

After adaptation to conceptions and terminology from forest sciences:

- The variable quantity x is equal to the changeable breast-height diameter D.
- The mean variable quantity μ is replaced by the modal breast-height diameter D_{mod}
- The standard deviation s is calculated using the formula:

$s = (D_{max} - D_{mod})/c$.

The constant c is dependent on forest stands homogeneity and the selection of sample area. Investigation was carried out on the basis of sample area measurements obtained from the Latvian Forestry Research Institute “Silava”. It was proved the constant c varied from 1.8 to 2.7. The mean value of c is equal to 2.5. A wrong choice of the constant c can be a source of systematic mistakes. This problem calls for additional investigations.

In reviewed case the mean variable quantity μ is determined by given average values. It is supposed the standard deviation s can be unknown and changeable.

Mathematical modeling has created new, in former days unexpected possibilities for solving diverse tasks of forest inventory. A variety of data about forest resources collected for a long time by various methods is needed, for instance, by forming a mathematical model of forest stands and using it for evaluation forest stands. Successful utilization heterogeneity information is a great problem of 21st century.

Presented article contains example of results such investigations. It is designing of virtual tree trunk distribution by diameter class. Virtual distribution is obtained without direct measurements. It was possible by using mathematical simulation and original iteration method. Above named equation of isosceles hyperbola as mathematical model of height curve and modification of normal distribution density function were applied.

The essence of mentioned method can be shortly explained in following way to describe sequence of necessary actions:

1. Calculation co-ordinates D_1 and H_1. for first point on isosceles hyperbola
2. Specification the value of modal breast-height diameter D_{mod}.
3. Selection changeable co-ordinates D_2 and H_2 from centre of allowed interval.
4. Selection changeable standard deviation s from centre of allowed interval.

The changeable values or quantities must be gradually altered. Each selection of numerical values must be tested to compare with know information. The better result after testing nine selections is chosen as centre for next cycle. Step or interval of alteration must be shorted for 50% and so forth. It is, usually, sufficient to carry out three, four cycles and highest possible precision is reach.

Virtual height curve (isosceles hyperbola) and virtual distribution of trees by diameter classes (modification of normal distribution density function) are ready for diverse computations connected with forest inventory and estimation natural recourses.

Project “Economic evaluation of forest stands in Latvia” has started last year. Investigation about virtual distribution of trees by diameter classes has taken significant place in named project as essential component of algorithm for necessary calculations.

Process of designing virtual distribution, simultaneously, is elegant solving one of extraordinary problems, extremely needed for making teaching process of ordinary course of mathematical statistics brighter, interesting for students of not mathematical profession lines. Special course “Mathematical modeling of forest stands” as experiment was adapted first time last year for master students from Faculty of Information Technologies. It is reason at present to suppose that experiment was successful. It is impossible to overestimate the significance of extraordinary methods in ordinary course of mathematical statistics for creating interest about that branch of knowledge.

References

1. Ozoliņs, R. 1996. *Mathematical form and assortment structure models of tree trunks.* – Modeling Regeneration Success and Early Growth of Forest Stands: Proceedings from the IUFRO Conference, Copenhagen 10–13 June 1996. Copenhagen, Danish Forest and Landscape Institute, 567–572.
2. Ozolins, R. 1997. *Empirical equations for calculation the volume of round wood* // Informational Technologies in Agriculture: Scientific Conference, Kaunas, April 24, 1997: Papers collection / Lithuanian University of Agriculture. - Kaunas: Akademija, 1997.– P. 69.
3. Ozolins, R. 1997. *Mathematical form and assortment structure models of tree trunks* // The Role of Education and Research for Economic and Sustainable Agriculture and Forestry: 3rd International Conference of Agricultural and Forestry Scientists from the Nordic and Baltic Countries, Jelgava, October 11 - 12, 1996: Proceeding / Nordic Joint Committee for Agricultural research et al. - Tartu, 1997. – P. 81 - 83.
4. Ozolins, R. 1998. *Designing of empirical formula by linear transformation.* - Transactions of the Estonia Agricultural University, 196, Tartu, 1998. pp.174 -176.
5. Ozolins, R. 2000. *Mathematical form models of tree trunks.* – Integrated tools for natural resources inventories in the 21st century: proceedings of the IUFRO conference held at Boise Centre on the Grove Boise, Idaho, August 16–20, 1998. St. Paul, Minnesota, 399–406.
6. Ozolins, R. 2001. *Designing of empirical formulas* // Third Nordic – Baltic agrometrics conference: proceedings of the international conference, Jelgava, Latvia, 24-26 May 2001 /Latvia University of Agriculture. Jelgava: LUA, 2001. – p.85-89*.
7. Ozolins, R. *Forest stand assortment structure analysis using mathematical modelling* // Forest structure and growth – Tartu, 2002. – (Forestry studies XXXVII). p. 33 – 42.
8. Ozolins, R. *Some unusual methods in ordinary courses of mathematical statistics* // Fourth Nordic-Baltic Agrometrics Conference: proceedings of international conference, Uppsala, Sweden, June 15-17, 2003. – p. 103 – 108.
9. Ozolins, Rudolfs. *Virtual restoration of forest stands by results of measuring stumps* // 5. Latvijas matemātikas conference: Daugavpils, 6.-7. April, 2004: / Latvijas Matemātikas b-ba, Daugavpils Universitāte, LZA un LU Matemātikas inst. – Daugavpils: Saule, 2004. -48. lpp.

10. Ozolins, R. *Mathematical modelling of forest stands* // Information Technologies and Telecommunications for Rural Development: proceedings of the international conference, Jelgava, Latvia, 6-7 May 2004. – p. 85 – 90.
11. Ozoliņš, Rūdolfs. *Tree trunk distribution by the diameter class* / R. Ozoliņš // Matemātikas mācīšana: vēsture un perspektīvas: 5. starptautiskās zinātniskās conferences materiāli / Latvijas pedagoģijas akadēmija. Liepāja : LPA, 2004.-60. lpp.*

Conclusions

- Significance of natural resources monitoring and inventory is constantly growing. For sustainable management of forests a variety of information about the resources is needed.
- In archives of forest owners is collected in course of time a large amount of heterogeneous information about forest recourses. That information cannot be applied without unification.
- Several original methods were suggested by author of this paper and tested in the course of time. Some of these methods are proved and recommended for everyday applying in forestry sciences and practice.
- The isosceles hyperbola is excellent curve for approximation height of trees in dependence from diameter at breast height (1.3 m).
- Modification density function of normal distribution is well-founded by theory of mathematical statistics as equation of virtual distribution of trees by diameter classes.
- Investigation about virtual distribution of trees by diameter classes has taken significant place in project of economic evaluation forest stands in Latvia as essential component of algorithm for necessary calculations.

Process of designing virtual distribution is elegant solving one of extraordinary problems; such material is extremely needed for making teaching process in ordinary course of mathematical statistics brighter, interesting for students of non mathematical profession lines.

МАТЕМАТИКА В КАУНАССКОМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ С 1940 Г. ПО СЕГОДНЯ

Видмантас Повилас Пекарскас
Каунасский технологический университет, Литва

Abstract. *The history of faculties of mathematics at Kaunas University of Technology since 1940 to this day is presented in this work. Curricula and programs of mathematics taught for students of technological specialities are analysed. Tendencies of modifications of mathematics programs contents are considered.*

Keywords: *history of mathematics, the program on mathematics.*

В университете им. Витаутаса Великого в Каунасе, который был открыт в 1922 г., были две математические кафедры – кафедра геометрии и кафедра математического анализа. В 1939 г. обе эти кафедры вместе с факультетом естественных наук и математики были переведены в Вильнюсский университет.

Работать в Вильнюсский университет перешли и все известные литовские математики того времени: проф. З. Жемайтис (1881–1969), проф. В. Биржишка (1886–1964), доц. О. Станайтис (1905–1988), доц. П. Катилюс (1903–1995).

В университете в Каунасе остался Технический факультет, на основе которого в 1940 г. были созданы два факультета – Строительный и Технологический. Студентам этих факультетов, а также будущим фармацевтам, преподавалась высшая математика. Поэтому в августе 1940 г. в Каунасском университете была учреждена кафедра математики и механики, которая с 1 октября 1940 г. преобразована в две отдельные кафедры – механики и математики. Эта дата и считается днем основания кафедры математики в Каунасском университете – предшественнике КТУ.

Первым заведующим кафедры математики был назначен проф. П. Славенас (1901–1991), который в начале немецкой оккупации в 1941 г. был уволен. П. Славенасу в 1940 г. пришлось набирать сотрудников для кафедры математики Каунасского университета. В основном это были люди, до этих пор работавшие учителями математики в разных гимназиях Литвы. Работать на кафедру также пришел и начальник расфор–мированного оккупационными властями Главного управления по вооружениям полковник Литовской армии доктор математических наук П. Лесаускис(1900–1942), который вскоре был арестован НКВД и репрессирован.

В 1941 г. заведующим кафедры был назначен доц. А. Юшка (1902–1985), который проработал на этой должности до закрытия оккупационными властями университета в 1944 г. Среди вновь принятых сотрудников кафедры был и И. Матуленис (1906–1993), в 1945 г. ставший заведующим кафедрой и проработавший на этой должности до 1968 г. В 1944 г. многие сотрудники кафедры эмигрировали, а А. Юшка советскими окупационными властями был арестован и заключен в лагерь в Сибири [1]. На кафедре остался лишь И. Матуленис, который и набрал новых сотрудников. В 1950 г. на основе Каунасского университета были учреждены два института – медицинский и политехнический (КПИ). В последующие годы начался интенсивный рост числа студентов в КПИ, достигший своего апогея в 1968 году, а затем стабилизировавшийся на два десятилетия. Параллельно начался рост и числа преподавателей кафедры математики. Так, в 1944 г. их было 3, в 1951 г. – 7, в 1955 г. –15, в 1962 г. – 30. Можно видеть три периода, когда значительно увели–чивалось число персонала. Первый скачок произошел в 1951 г., когда число персонала удвоилось по сравнению с бывшим до этого. Причина такого роста – учреждение КПИ как отдельного вуза, естественным образом вызвавшее рост числа студентов. Второй скачек относится к 1955 г., когда число персонала вновь удвоилось, это вызвано ростом числа студентов с 1859 студентов в 1950 г. до 3615 студентов в 1955 г. [2]. Третий скачок произошел в 1962 г., когда на основе кафедры математики были учреждены две кафедры – кафедра высшей математики и кафедра прикладной математики. Эти две кафедры в течение последующих 30 лет принадлежали разным факультетам до тех пор, пока в 1993 г. в КТУ был учрежден новый факультет фундаментальных наук , в который и были переведены обе кафедры математики.

Количественный скачок числа персонала в 1962–1968 годах через 7–8 лет сопровождался и качественным скачком. Вместо 4 доцентов в 1960/61 уч. г. в 1978/79 уч. г. на кафедрах уже работают 35 доцентов. Этот скачок в основном обусловили выпускники высших школ Литвы, ядро которых составляли выпускники Математического факультета Вильнюсского университета, пришедшие в 1960–1970 годах работать ассистентами в КПИ. Многие из них затем поступили учиться в аспирантуру, а после защиты диссертаций, вернулись работать на свои кафедры.

До 1940 г. студенты Технического факультета университета им. Витаутаса Великого в Каунасе лекции по математике посещали вместе со студентами факультета естественных наук и математики. После перевода этого факультета в Вильнюсский университет, вновь учрежденная кафедра математики должна была разработать новые программы по математике и подготовить новые учебные пособия. В 1943 г. удалось издать только I часть учебника И. Валукониса (1911–1999) „Высшая математика“ [3]. Больше во время немецкой оккупации не было издано ни одного учебного пособия. По книге И. Валукониса, предназначенной для студентов Технологического факультета, можно судить о содержании об объеме курса математики, преподававшегося в то время. Это был курс аналитической геометрии, изложенный координатным методом, а также классический курс дифференциального и интегрального исчисления, своим содержанием и уровнем изложения очень близкий к курсу, изложенному в книге И. Матулениса „Высшая математика“ [4], впервые которая была издана в 1950 г. Следует отметить, что этот учебник И. Матулениса был первым оригинальным учебником по высшей матема–тике на литовском языке, изданным в послевоенное время. Этот учебник выдержал 4 издания (последний раз он был издан в 1968 г.), на нем воспитано не одно поколение литовских инженеров. Разумеется, сегодня этот учебник уже устарел, поскольку изменилась не только программа, но и методические установки преподавания математики в вузе.

Проанализировав учебные планы университета им. Витаутаса Великого в Каунасе, можно сделать вывод, что математике в учебном процессе отводилось должное место. Так, в учебном плане Технологического факультета в 1941/42 уч. г. сказано, что на механическом и электротехническом отделении высшая математика преподается на первых двух курсах: на I и II семестре ей отводится 5+4 недельных часа, на III и IV семестре 2+2 недельных часа, из которых 1+1 час предназначались для векторного исчисления. Этот курс в то время преподавался как отдельная дисциплина. В программу высшей математики была включена аналитическая геометрия, которая преподавалась координатным методом, дифференциальное и интегральное исчисление, теория вероятностей. Также высказывалось мнение, что нужно усилить преподавание математики на I курсе. Предполагалось [5] на механическом и электротехническом отделении вместо 5+4 недельных часов ввести 6+5 недельных часов. Однако, это предложение не было полностью претворено в жизнь. Хотя в принципе число учебных часов, отведенных для математики, было увеличено. Так, в учебном плане электротехнического отделения [6] был и такой вариант: высшей математике на I семестре отводились 5+4 недельных часа, на II семестре – 4+3 недельных часа, на III семестре – 3+3 недельных часа и на IV семестре – 2+2 недельных часа. Начиная с 1945 г. высшая математика преподавалась на первых двух курсах в соответствии со стандартными для СССР программами. Для большинства специальностей КПИ высшая математика преподавалась 4 семестра по 4+4 недельных часа в каждом и охватывала не только классический курс дифференциального и интегрального исчисления, но и теорию комплексного переменного, операционное исчисление, уравнения математической физики и другие специальные главы высшей математики. Следует отметить, что программа по высшей математике была содержательной и насыщенной. С 1991 г. началась реорганизация преподавания математики. В первую очередь значительные изменения претерпели учебные планы, которые теперь уже составлялись самими вузами без чьих-либо указаний. Решением Сената КТУ высшей математике отведено 12–16 кредитов и она преподается на первых двух курсах. Курс I и II семестра посвящен элементам линейной алгебры и аналитической геометрии, дифференциальному и интегральному исчислению, на III семестре преподается прикладная математика, программа которой адаптирована к специфике факультета. Так, например, на Механическом факультете изучаются численные методы, на факультете Электротехники и автоматики – теория комплексного переменного и операционное исчисление, на факультете Информатики – алгебраические структуры и математическое программирование. Весь IV семестр преподается теория вероятностей и статистика. Произошло сокращение недельных часов, предназначенных для курса математики. Так, сегодня на Механическом и других факультетах технологического профиля на I и II семестрах математике отводится 3+3 недельных часа, а на III и IV семестрах – 3+2 недельных часа. Изменения претерпела и программа. Меньше внимания уделяется курсу аналитической геометрии, которая преподается векторным методом, больше внимания уделяется методам линейной алгебры. Курс дифференциального и интегрального исчисления стал более сжатым.

Особое место занимает программа по математике факультета Социальных наук и факультета Управления и экономики. Ей в учебном плане отведено всего 8 кредитов и она преподается лишь на I курсе. Излагается усеченный курс дифференциального и интегрального исчисления, теория вероятностей и элементы линейного програм–мировании.

В последнее время изменилась и методика проведения занятий. На III и IV семестрах практические занятия проводятся в компьютерных классах с использованием программных средств.

Поскольку кафедры математики КТУ с 1993 г. стали курировать специальность „Прикладная математика“, возникла необходимость в подготовке и чтении новых для кафедр курсов, особенно связанных с математикой финансов и страхования. Так, сотрудниками кафедр математики подготовлены и читаются для студентов, обучающихся по специальности прикладной математики, следующие курсы: теория игр, теория риска, математика страхования жизни и имущества, моделирование предпринимательских систем, инвестиционная математика и др.

За 10 последних лет сотрудники кафедр математики КТУ подготовили и издали все необходимые учебники и методические пособия для студентов первых двух курсов. В 1996–2000 г. издан двухтомный учебник В. Пекарскаса „ Дифференциальное и интегральное исчисление“, в 2000 г. учебник А. Аксомайтиса „Теория вероятностей и статистика“, в 2004 г. учебник В. Пекарскаса и А. Пекарскене „Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии“. Эти 4 книги охватывают весь курс математики, излагающийся для студентов технологических специальностей КТУ.

Литература

1 Tupčiauskas A. *Vytauto Didžiojo universiteto profesūros pasitraukimas į Vakarų Europą 1944 metų vasarą* // Vytauto Didžiojo universiteto ir Lietuvių katalikų mokslo akademijos 70-metis.-Kaunas. Litera universitatis Vytauti magni: 1993. p. 65–74.

2. Martinaitis M. *Kauno Antano Sniečkaus politechnikos institutas*.-V.: Mokslas. 1979.

3. Valukonis J. *Aukštoji matematika.* K. 1943.
4. Matulionis J. *Aukštoji matematika*. I ir II knyga. K.: Valstybinė politinės ir mokslinės literatūros leidykla. 1950.
5. LCVA, F 631, Ap. 28, B. 5, L. 2.
6. LCVA, F 631, Ap. 27, B. 42, L. 889–895.

Summary

Historical information on the modifications which had been taking place at faculties of mathematics of Kaunas University of Technology during the last 65 years is presented. It is shown, that the programs of mathematics varied significantly several times. Last modifications have taken place 10 years ago. The content of the today's program basically meets the requirements of SEFI - the organization dealing with problems of engineering education.

GEOMETRY COURSES FOR MASTER STUDENTS IN MODERN ELEMENTARY MATHEMATICS: RECENT TRENDS

Līga Ramāna
University of Latvia, Latvia

Abstract. *In this paper some aspects of teaching geometry to master students – future math teachers and using dynamic geometry systems in the learning process are considered.*

Keywords: *dynamic geometry systems, geometry.*

Mathematics as a scientific discipline is based on a human interest and ability to comprehend cognitive matters quantitatively and in a form of abstract models. As an educational subject, it improves a strictly successive way of thinking and provides the most expressive examples of rational cognition. Along with empirical methods, mathematical methods are widely used in Sciences. Geometrical systems are the most important among mathematical models in Sciences. It should be mentioned also that the Geometry course is the first where the pupil meets the extended deductive system and the demands of strict logical deduction.

Therefore Geometry should be considered as one of the basic disciplines at school, and its' teachers should be strongly prepared.

Unfortunately, during many education reforms that had started with good intentions but resulted in a cheerless decline, the content of school geometry course has been constantly reduced. This happened also during 90–ies of 20th century. The high school students were allowed to choose on their own the disciplines to study. As the result, the number of lessons in mathematics, physics and other exact disciplines declined dramatically: many students decided to choose the subjects of humanitarian type because they can be acquired with much less effort.

The result was a considerable decline in the mathematical knowledge and skills of those graduating from high school. This process was especially significant in the area of geometry that has been considered by most teachers and students as less important than algebra and / or elements of calculus. Of course, there were (and are) exceptional students and even exceptional schools, but they hardly constitute a statistically significant group.

So the teaching of geometry cries for immediate improvement.

Nevertheless, the total number of lessons in school has been reduced, too (e.g., we are learning only 5 days a week now), many new disciplines have been introduced (informatics, economy etc.), a strong accent is put on foreign languages. So the situation can be improved only through the intensification and enrichment of remaining lessons. This can be done only if you have qualified teachers. But the students who will be math teachers in future themselves are the products of the “reduced” educational process. So the university education must also fill gaps in their preparation. Mainly this is done during the master studies, as little attention is paid to geometry during first years at university.

The branch of mathematics master studies at the University of Latvia, “Modern Elementary Mathematics and the Didactics of Mathematics”, pays serious attention to this problem. Courses ”Modern Elementary Geometry” and “Affine, Projective and Combinatorial Geometry” are obligatory for the students of this branch. Besides this, the courses “General Methods of Elementary Mathematics” and “Practice in Olympiad Problem Solving” contain large portions of geometry. Geometrical algorithms constitute an important part of the courses “Combinatorial Algorithms” and “Elements of Discrete Mathematics”.

We give as example the programs of two courses in this area.

Modern elementary geometry (4 credits)

1. Geometrical transformations: rotation, homotethy, parallel shift, symmetry, inversion.
2. Power of the point, radical axis and centre.
3. Methods for proving geometric inequalities.
4. The methods of correspondence between qualitative and quantitative assertions.
   4.1. Incidence Theorems.
   4.2. Vectors in geometry.

Affine, Projective and Combinatorial Geometry (4 credits)

1. Various geometries as transformation groups. Erlangen program.
2. The group of affine transformations. Affine invariants and their uses in elementary geometry. The parallel projection as an example of affine transformation.

3. Central projection and its uses in elementary geometry problem solving. Polar transformation.
4. The group of projective transformations. Interpretations of projective geometry.
5. Classical problems of combinatorial geometry in Euclidean plane.
6. Geometrical objects in a discrete plane.
7. Elements of the geometry of fractals.

The increase of the “discrete” part of geometry in teacher’s education is the most important change during some last 10 years. It reflects the fact that discrete and algorithmic components of mathematics start to play a crucial role in it.

Other important change is the possibility to use rich instant reading Internet resources (see [1]) containing not only a vast number of textbooks, problem books and supplementary texts, but also collections of pictures and dynamic applets. The development of electronic teaching aids is usually a part of master thesis of the students – future math teachers (see [2]).

Nevertheless, the most important changes follow from the possibility to use dynamic geometry systems, such as Cabri Geometry, The Geometer’s Sketchpad and Geonext. (see [3] –[5]).

Let’s consider it in a more detailed way.

There are three main advantages provided by dynamic geometry systems (in further DGS).

A. The possibility to draw **precise** picture.

Usually it’s not hard to make **one** precise picture on the blackboard “by hand”. The problems appear when this picture should be changed due the course of solution: additional elements must be added, some lines must be erased, and another copy of the initial figure or fragments of it must be made. All difficulties are cancelled using DGS.

B. The possibility to use the animation.

They are especially useful considering geometric transformations. All isometries can be demonstrated explicitly; with a little more effort, the same can be done for similitude, inversion, affine and projective transformations. The demonstration of continuous transformation process is extremely instructive. The animation also allows to demonstrate how geometric constructions are carried out.

C. The possibility to make “at once” figures for various configurations of the elements of the problem.

There are many formulations in geometry problems admitting different interpretations: internal / external tangency of circles, being inside / outside the segment AB when belonging to the line AB, being acute / right / obtuse for a triangle, etc. DGS provide possibilities to draw figures for all possible cases making a single program; moreover, the cases can be continuously transformed one into another demonstrating this process on the screen.

An example is demonstrated on Fig. 1. and Fig. 2, related to the following problem.

Problem. *A circle r touches the circles r1 and r2 at M und N correspondingly.*

Prove that the line MN passes through the point of intersection of common external / internal tangents of r1 and r2.

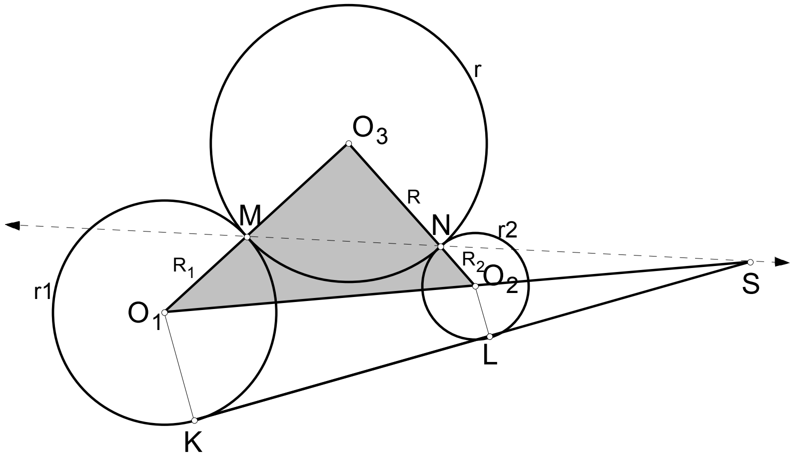


Fig. 1. The case of external tangency of the circles.

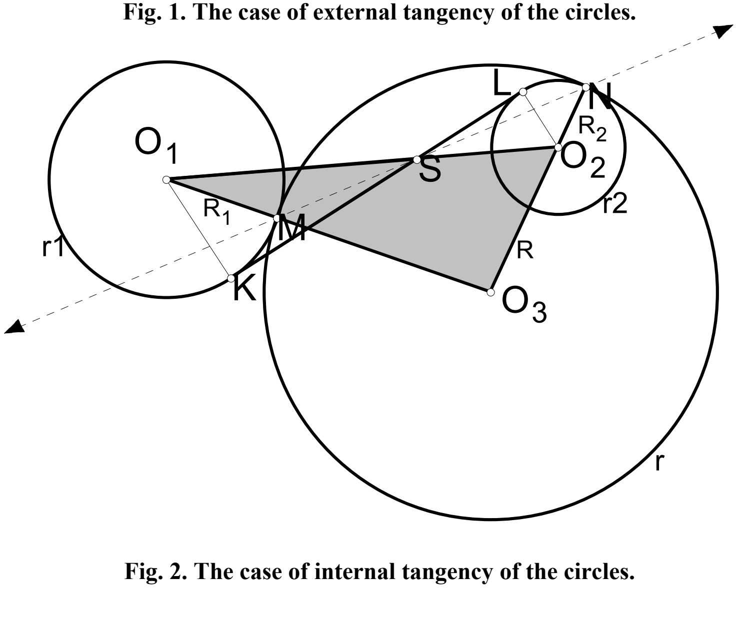


Fig. 2. The case of internal tangency of the circles.

This possibility, especially when combined with the animation, provides tools for stimulating the ability of setting and checking hypotheses; it is crucial for creative acquiring of any subject.

Also following features of DGS are very useful in teaching / learning praxis:

- we can develop macrotools for useful constructions and save them,
- we can make measurements and calculations,
- we can introduce the coordinate system and obtain analytical representations for the elements of the figures,
- we can add the text to the figure,
- we can use various colours, bold and thick lines, “full” and “empty” points, etc.

Along with theoretical courses and computer skills, problem solving is an important element in teacher’s preparation. The school – level problems are not only ones the attention is paid to.

Mathematical competitions have become an important element of mathematical education today; see [6] An adequate attention to it is also paid in master students’ preparation. Contest problem sets provide rich material for developing problem – solving skills of the students. They can be used also as illustrations how to apply the abovementioned approaches.

Acknowledgement

The publication was prepared with the support of ESF.

References

1. www.latnet.lv/info/intermat
2. www.liis.lv/macmat
3. www.cabri.com/web/nsite/html/home.html
4. www.keypress.com/sketchpad/index.php
5. www.geonext.de
6. A. Andžāns, I. France. *Contents of geometry in school educational programme and in mathematics competitions.* – In: Proc. 3rd International Conference “Creativity in mathematics education and the education of gifted students”, Rousse, University of Rousse, 2003, pp. 273 – 275.

COMPUTING APPLICATION FOR MATHEMATICS IN VILNIUS COLLEGE IN HIGHER EDUCATION

Jovita Saldauskienė, Vytautas Virkutis

Vilnius college in higher education, Lietuva

Abstract. *There are investigated the problems of mathematics computing in the teaching process. The authors are sequentially working on the* *improvement of computing in the mathematics lessons as well as of trainings methodic. A lot of experience is gained. In 2005 it was made the research of the students' opinion from where we can tell that about 80% of the students would prefer mathematics with computing. But this does not have a significant impact on the advancement index of the students. It is necessary to continue the researches, to gain further experience and keep working on the improvement of the teaching methodic on the mathematics with computing.*

Keywords: *computing, mathematics, students.*

There are investigated the problems of mathematics computing in the teaching process in the work. The modulus of mathematics abilities' training in Vilnius College in Higher Education is realized by emphasizing the applied practical subject.

The analysis of studies' programs makes the following assumptions: in a day-time department the mathematics subject studies come to: 40 percent of total amount of hours for the lessons, 15 percent – for the trainings, and 45 percent – for the individual studies. Mathematics computing is applied both in the lessons and in the trainings. On the ground of practice we can tell that mathematics computing programs is especially good for teaching of matrix algebra, series analysis, functions analysis, application of integrals. The College's teachers work a lot on the methodic teaching with computing in the mathematics lessons as well as in trainings. Now it is developing an optimal model for conducting such kind of lessons and trainings. Such kind of lessons is more informative, attractive, using more visual aids. The program *DERIVE* is very easy and simple to be applied in the lessons and trainings, and it is a good assistant for a teacher and for a first-year student. It also can be used higher-level programs such as *MATHCAD, MAPLE,* and *MATLAB*. As the majority of the students have the required minimum skills in working with PC so there can arise only nonessential problems in using mathematics computing programs. On the ground of several years practice we can make the assumption that teaching such subjects as *Fourier series, Plots of Functions, Transformation of Trigonometrically Functions,* one can save a lot of time by applying mathematics computing programs, and the teaching is getting more informative, visual and interesting. For example, by teaching such subject as *Fourier series* it is saved up to 54,6 percent (36 minutes) of the lesson's time (more detailed shown in Table 1).

Table 1. Subject - *Fourier series*. Expenditure of lesson's time

Activity	Duration without PC, min.	Duration with PC, min.	The difference of duration, min.
Transformation of trigonometrically functions	8	4	4
Drawing a diagram	14	2	12
Calculation of Fourier coefficients	16	4	12
Drawing of separate harmonics diagrams	8	4	4
Solution of exercises, calculation of coefficients and drawing of plot graphs of series	20	6	14
Loading the program, saving the data	0	10	-10
Total:	66	30	36

In 2005 it was made the research of the first-year students' opinion that makes the following assumptions: approximately 80 percent of the students would prefer mathematics with computing and only 6 percent of the students do not like the lessons with PC. 95 percent of the students have PC and 75 percent of them use it preparing mathematics home works. Approximately 17 percent of the students study mathematics for good, and 4 percent for insufficient.The more comprehensive research is still carrying out on the mathematics advancement, but the initial data shows that application of computing in the lessons does not have a significant impact on the advancement index of the students.

Based on the references sources, on the authors' own experience, and on the researches of the students' opinion the following conclusions can be drawn:

1. The chosen model for teaching mathematics subject in Vilnius College is effective.
2. The computing for mathematics lessons and trainings is purposive to apply.
3. It is necessary to continue the researches, to gain further experience and keep working on the improvement of the teaching methodic on the mathematics with computing.

References

1. B. Bitinas. *Ugdymo filosofija*. Vilnius, 2000.
2. J. Lipeikienė. *Matematika su kompiuteriu*. Vilnius, 2002.
3. J. Saldauskienė, V. Virkutis. *Matematika ir profesinių kompetencijų ugdymas*. Lietuvos matematikos rinkinys. 2003, 43 t.

MATHEMATICS SYLLABUS DEVELOPMENT IN A HIGHER ENGINEERING EDUCATION

Jaak Sikk
Estonian Agricultural University, Estonia

Abstract. *A rapid technological innovation had started to change society and its attitudes towards education. This process is causing urgent needs to change the education environment, both at school and university. The mathematics is very much touched by this process. By Bologna Process the syllabus design of mathematics in engineering education is dependent upon the SEFI Core Curriculum syllabus building concepts. A purpose of this work is to investigate some aspects of the process of designing of a calculus syllabus in these conditions.*

Keywords: *Bologna Process, engineering education, horizontal mathematization, learning environment, syllabus, vertical mathematization.*

At the 12th SEFI Mathematics Working Group meeting the round table discussions had been stimulated by many challenging questions about mathematics teaching in engineering education [1]. Some of the questions where as a following: *What is the purpose of teaching mathematics? What do we want students to understand? What do we want students to do with their understanding? Should we continue to use traditional ways of teaching? What are the best (or just good) ways of using computers in teaching?*

It would be impossible to find comprehensive and general answers to all these questions. In this article we are investigating some aspects of the syllabus development.

There is a growing concern over the descent in the mathematical ability of new entrants to the university degree programmes. For instance by L.Mustoe [2] *'The decline of mathematical ability of undergraduate entrants to undergraduate engineering courses in the United Kingdom has been well documented'*. We at EAU have the same experiences. According to a report from the Swedish National Agency for Higher Education, this is an international problem. A group of Russian mathematicians had also pointed to the dangerous tendency of declining knowledge of mathematics at school [3]: "*... today we are painfully aware of the deterioration of mathematical education in our society and decline of its mathematical culture. A number of the so-called innovations can break down traditions of the Russian educational system bringing forward the worst Western models to follow. ... Within the educational system itself it is mathematics that appears to be in an unfavorable situation as an academic subject, which is not consistent with market economy. ... The importance of mathematics and mathematical education in* *the modern world is difficult to overestimate. The sovereignty of a state, its security system, economics, science and technology depend on knowledge of mathematics by its citizens. It is necessary to emphasize the significance of mass mathematical literacy rather than a small elitist approach. Fundamental mathematics is a corner-stone of modern science and engineering. ... Global computerization doesn't diminish the role of mathematical education, but quite the reverse, it has set science educational system new aims. Further deterioration of mathematical literacy and mathematical culture may turn man from a master of computer into a slave of it".*

Certainly it would be impossible to turn clock back and to start to teach school mathematics in a way, as it was done earlier. But it seems reasonable to make through the paradigm of nowadays mathematics teaching experiences a concise re-study of the 1950th and 1960th school mathematics and its methodology. The results of such a study would certainly have positive effects, helping to ameliorate mathematics teaching at school.

The mathematics staff of a technical university is certainly very much confident of developments at school and have knowledge about all positive and negative tendencies in mathematics teaching. This knowledge would be useful, the cooperation between the university lectures and mathematics teachers would be very productive if executed.

Process of mathematics syllabus design for engineers

There is a gap between a mathematics offered by mathematics institutions of a technical university and mathematics needed to educate a modern engineer. Shift of the teaching-learning paradigm is a necessity. *Should we reject classical higher mathematics courses and start to teach a "just in time" applications of mathematics, using some mathematics software, what seems to be appropriate for patrons purposes?* The question had been already answered by a Bologna Process documents. The main aims of the Bologna Process are the improvement of the mobility of students and teaching staff as well as the strengthening of the competition of the European universities in a global education market. As a consequence Bologna Declaration calls for recognition between syllabuses with a view to student exchange between institutions and countries. The SEFI Core Curriculum, [4], or SEFI CC, serves as an advisory document to those designing syllabuses in mathematics for engineers in universities across the Europe. We do must follow these SEFI-s instructions.

The substance of mathematics for engineering is determined by the SEFI CC. In some sense the 'pyramid of knowledge' principle and some other principles used in the SEFI CC documents can be considered as an obligatory methodical base of mathematics teaching at a technical university. But in general the methodology of teaching of mathematics seems to be quite open to the universities to decide. *The curriculum as presented offers many* *opportunities for teaching the material in innovative ways, including the use of software packages* (see [4], p. 7). There exist a variety of methods in teaching-learning process to use.

There are many ways to understand, what is mathematics (see [5]):

1. Mathematics as a subject of study sees mathematics as part of the degree programme, to be studied via various teaching and learning techniques;
2. Mathematics as the basis of other subjects, both for study and in world at large, sees mathematics as something existing in its own right, something to be tackled (learned or understood) for future appropriate use;
3. Mathematics as a tool for analyzing problems that occur in the world at large and hence solving them. Sees mathematics as something, which co-exists with other areas of knowledge and supports the study and development of that knowledge.

Our challenge is to find synthesis all these view-points and reject the attitude towards mathematics as an isolated subject. Mathematics must to be integrated into the curriculum of study and into the world it describes. To start this process, the dialogue between mathematicians and engineers is needed. In order to save all rational, what we have in our mathematics syllabus, we must determine and estimate the existing mathematical culture of engineering.

The teaching of mathematics has always been dependent upon technical facilities available for computation. A technical development of computation had caused a change of mathematics teaching methods and subject of mathematics. As a consequence, certain evolutionary process had lead to an equilibrium' situation between concepts of mathematics teaching and computation. Rapid advances in computation, linked with a development of mathematical software, have already started to liquidate the existing 'equilibrium'. This phenomenon is playing a major role as a motivator in a calculus syllabus redesign. It seems that the computation facilities do not immediately become to be efficient pedagogical instruments. The use of modern software in mathematics teaching without proper pedagogical considerations may cause a 'chaos' in the mathematics teaching-learning environment. When someone wants to redesign a mathematics course, planning to work out a mathematics course in a mathematics software environment, the care must be taken. It would be important to realize that these changes may lead to a shift of mathematical culture of the students; a new learning environment would appear, undetermined. So, starting to use mathematics software in teaching without proper analytical reasoning would be dangerous.

The basic aim of general mathematical education in school and at university is concerned with the transmission of the existing 'mathematical culture' of the society or specialty. The mathematical culture of engineering has a stable core, which must be saved by any designed syllabus. It means that any syllabus designers must start his work by investigating the existing mathematical culture of engineering.

The syllabus designers must realize that there are limits on using the computers in a teaching process. They must be aware of the necessity to develop the 'paper-and-pencil' skills of students. We at EAU had started to work out a theoretical-methodical base of modern mathematics teaching for engineering students. We are aware that our syllabus must satisfy the SEFI Core Curriculum conditions. We are also aware about the importance of using modern technology.

One of the corner-stones of theoretical base of the syllabus design is 'Realistic Mathematics Education' (RME) (see [6]). The RME is a domain-specific instruction theory for mathematical education.

One of the basic concepts of RME is an idea of mathematics as a human activity. Mathematics is not only an amount of knowledges; it is also an activity of solving problems and looking for problems, and, more generally, the activity of organizing matter from reality or mathematical matter. This organizing activity is called in RMA as mathematization. According to Freudenthal [6], doing it can best learn mathematics and mathematization is the core goal of mathematics education. Usually two types of mathematization are distinguished: a horizontal mathematization and a vertical mathematization.
In the case of the *horizontal mathematization*, mathematical tools are brought forward and used to organize and solve a problem situated in daily life. The v*ertical matematization* stands for all kinds of re-organizations and operations done by the students within the mathematical system itself.

Another important characteristic of RME is a '*level principle'*. Students pass through different levels of understanding on which mathematization can take place. Essential for this level theory of learning is that the activity of matematization on a lower level can be the subject of inquiry on a higher level. This means that the organizing activities that have been carried out initially in an informal way, later, as a result of reflection, become more formal. We consider the mathematization levels are important instruments to determine the use of computers in a calculus teaching-learning process. These instruments can help to determine, when and which way the modern mathematical software may be used.

Almost all branches of science and engineering rely on mathematics as a language of description and analysis. The ability to formulate a mathematical model of a given theoretical problem, to solve the model, interpret the solution are the key aspects of development of a student. The syllabus must support this development. But first of all, the specific role of mathematics as a generator and controller of exact ideas must be considered. Mathematics is a hierarchical subject with exactness in every detail. Calculus has a double role in the education process, firstly being an amount of methods and results to use in research. Secondly, calculus is the language of sciences and the mathematics teaching should be orientated to learning of this language.

The main priority working out new calculus syllabus for engineering students must be mathematics and its pedagogical needs. By using computers the structural identity of mathematics, the mathematical culture and the core of essential mathematical knowledges must also be saved.

References

1. Lawson, D., *Notes on Round Table Discussions, 12th SEFI Maths Working Group Seminar*, Proceedings, Vienna University of Technology, 2004, pp 7-10.
2. Mustoe, L., *The Future of Mathematics in the United Kingdom, 12th SEFI Maths Working Group Seminar*, Proceedings, Vienna University of Technology, 2004, pp 113-117.
3. *The All-Russian Conference on Mathematical Education,* ICMI, No.47, www. Mathunion.org/ Organization/ICMI/bulletin/47/ index.html.
4. Mustoe, L. and Lawson, D. *Mathematics for the European Engineer:* A Curriculum for the 21st Century, SEFI, Brussels, 2002.
5. Booth, S., *Learning and teaching for understanding Mathematics,* 12th SEFI Maths Working Group Seminar, Proceedings, Vienna University of Technology, 2004, pp 12-25.
6. Freudenthal, H., *Revisiting Mathematics Education*. China Lectures, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Nederlands.

ДИСЦИПЛИНЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЦИКЛА НА ФАКУЛЬТЕТАХ НЕМАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

Владимир Скатецкий
Белорусский государственный университет, Беларусь

Abstract. *Now there is a danger of destruction of mathematical education. The reasons of this phenomenon are full enough listed in the publication [2]. Some ways of change of the negative tendency and a direction of process of training to mathematics in the best aspect are here too specified. In the given work a number of the methodical innovations, capable to improve process of training is offered to disciplines of a mathematical cycle at faculties of a nonmathematical structure.*

Keywords: *computer, science, intersubject communication, mathematical cycle, modeling, nonmathematical structure, technique, training.*

Обеспокоенность о состоянии математического образования занимает в последнее время умы многих учёных и педагогов-математиков. Некоторые рекомендации о возможностях изменить ситуацию указаны в работе [1, с. 69], где, например, отмечается, что материально «следует поощрять не только студентов-математиков, но и научных работников, преподавателей ведущих математических факультетов …». В более ранней публикации [2] достаточно полно перечислены причины, которые «привели к застою и девальвации математического, естественнонаучного и инженерного образования в глазах стремительно меняющегося общества» [2, с. 21]. Они создают опасность разрушения математического образования и поэтому назрела острая необходимость изменить негативную тенденцию и направить процесс обучения математике в лучшую сторону. В этой же работе намечены «некоторые черты реорганизации учебного процесса, изменения программ и методики преподавания математики» [2, с. 23].

В рамках настоящей публикации отметим некоторые особенности процесса обучения математике на факультетах нематематического профиля. Математическое образование на этих факультетах в настоящее время свелось к изучению дисциплин математического цикла, состоящего из общего курса математики, курса информатики и начал математического моделирования, занимающих в этом цикле промежуточное положение между курсами математики и информатики. Сколько-нибудь значимых методических разработок, дающих возможность эффективно излагать эти дисциплины, пока не существует.

Для усиления роли математического образования и вывода его на качественно новый уровень выделим несколько методических новаций, способных улучшить ситуацию и поднять процесс обучения на более высокий уровень.

Во-первых, следует пересмотреть программы и установить тесную связь между курсами классической математики и информатики. Эту методическую работу необходимо осуществлять, оставаясь на основных положениях концепции профессиональной направленности преподавания математики на факультетах нематематического профиля [3]. Изучение этих курсов следует производить неразрывно, путём взаимного дополнения и перенесения некоторых объектов из одной дисциплины в другую. Такой процесс можно сделать естественным, если нужным образом согласовать рабочие программы курсов. Например, все численные методы, рассмотренные идейно в общем курсе математики, перенести в курс информатики с последующими примерами и необходимыми методами вычислений. Указанный тезис поясним следующим примером.

Решение конечных уравнений вида

$$f(x) = 0$$

предусмотрено программой общего курса математики. Однако его в курсе математики рассматривать полностью нецелесообразно. Достаточно остановиться лишь на задаче разделения корней этого уравнения, применив методы исследования функции $f(x)$ и построив для неё промежутки непрерывности, монотонности и изменения знака. Здесь также уместно в теоретическом плане остановиться на итерационных методах, широко применяемых при решении многих математических задач. Нахождение же самих корней этого уравнения следует осуществить в этом случае в курсе информатики, применив, например, известные итерационные методы — метод хорд и метод касательных.

Во-вторых, курс информатики в настоящее время имеет смысл излагать, исходя из двух дидактических позиций [4]:

- обучение студентов работе на компьютере (это приходится делать довольно часто, так как выпускники многих школ плохо владеют навыками работы на компьютере) и его использованию в будущей профессиональной деятельности;
- использование компьютера и специальных программных про– дуктов как составной части самого процесса обучения.

Первая позиция касается в основном профессиональной подготовки студентов и поэтому процесс обучения должен базироваться на концепции профессиональной направленности преподавания дисциплин математического цикла. В этом случае компьютер будет выступать как орудие приобретения умений работы на нём и как средство накопления и хранения некоторых профессиональных навыков. Это означает, что навыки работы на компьютере должны выступать как производная от профессиональной подготовки будущего специалиста.

Вторая позиция особенно актуальна относительно проверки знаний студентов. Видимо настало время изменить традиционную форму этой работы, как она связана со многими объективными и субъективными трудностями. Возникающие при этом проблемы существуют объективно и попыткам их решения посвящены многие исследования педагогов и методистов, например, [5]. Этой стороне учебной работы следует придавать большее значение, поскольку постоянное использование компьютера, оснащённого соответствующим программным продуктом, помогает студентам поддерживать нужный образовательный уровень, а преподавателям даёт возможность больше внимания уделять индивидуальной работе со студентами.

Такой дидактический подход позволяет преподавателям при соответствующей методической работе организовать для студентов и такие виды учебной деятельности, как самоконтроль и самообразование. Об этом виде методической работы необходим отдельный разговор. Здесь же отметим только, что приобретение навыков самоконтроля и самообразования является ценным не только само по себе, но и позволяет студентам приобретать начальные навыки самообразования. Этот вид деятельности имеет в последующем не преходящее значение для будущего выпускника вуза. Он будет всегда востребованным при активной трудовой деятельности, когда молодому специалисту придётся постоянно повышать уровень своей профессиональной подготовки.

В-третьих, необходимо прививать навыки начал математического моделирования. Следует иметь в виду, что математическое модели–рование в последние годы заняло значительное положение в научных исследованиях и что некоторые его элементы начинают занимать такое же место в учебном процессе высшей школы. Учитывая это, начальные элементы математического моделирования следует включать в общий курс математики и этим заострять внимание студентов на нём. Такой методический приём будет способствовать реализации принципа профессиональной адаптации при изложении курса математики, так как объекты для математического моделирования выбираются не произвольно, а сопряжено данной специальности. Кроме того он будет закладывать первые навыки построения математических моделей и воспитывать в итоге специалиста, который бы не избегал в дальнейшем использования математического аппарата в своей профессиональной деятельности и не смотрел на математику как средство, годное разве лишь для вычислений.

Навыки начал математического моделирования можно постичь лишь при рассмотрении прикладных задач мотивированного содержания. Обоснование математической модели и её конструирование [3, п. 2.7], как правило, начинаются в общем курсе математики при изучении соответствующей темы математического курса, а окончание, когда необходимо получить качественную или количественную оценку изучаемого явления, — в курсе информатики. Отметим попутно, что таких задач в готовом виде для многих специальностей не существует. Их необходимо выискивать среди специальной литературы, методически обрабатывать, прибегая постоянно к консультациям у соответствующих специалистов, и лишь после этого предлагать студенческой аудитории.

Такой подход при изучении дисциплин математического цикла позволяет преподавателям математики достаточно хорошо реализовывать концепцию профессиональной направленности преподавания математики на факультетах нематематического профиля, а студентам накапливать умения работы с компьютером и приобретать навыки более эффективного исполь–зования математических объектов при изучении специальных дисциплин.

Не останавливаясь на разъяснениях, перечислим некоторые мето–дические рекомендации, которые уже апробированы на кафедре общей математики и информатики Белорусского государственного университета:

1. Согласовать должным образом программы курсов математики и информатики, базируясь на дидактическом принципе преемственности

образования и акцентируя внимание на решении прикладных задач мотивированного содержания;

2. Подобрать достаточное количество прикладных задач мотиви–рованного содержания с учётом концепции профессиональной на–правленности преподавания дисциплин математического цикла на факультетах нематематического профиля, и желательно таких, которые бы затрагивали математические аспекты проблем, рассматриваемых в дальнейшем на старших курсах в рамках различных специальных дисциплин;

3. Методически обработать прикладные задачи мотивированного содержания, приспособить их к изложению в курсах дисциплин математического цикла и издать их в виде учебного пособия;

4. Разделить во избежание ненужного дублирования прикладные задачи мотивированного содержания на дидактические части, соответ–ствующие определённым математическим темам и методическим разработкам;

5. Оснастить компьютерные классы необходимым программным обеспечением, соответствующим решению данной задачи.

Указанная методическая работа не решает полностью возникшую современную проблему о том, чтобы «вывести математическое образование на качественно новый уровень, необходимый для развития общества, науки и технологии в XXI в.» [2, с. 23]. Это всего лишь первый шаг. Однако и он может оказаться значимым в этом процессе.

Литература

1. Юрчук Н., Монастырный П., Еровенко В. *О математике – с надеждой* // Беларуская думка. 2004. № 5. С. 67 –71.
2. Кудрявцев Л. Д., Кириллов А. И. *Математическое образование: тенденции и перспективы* // Высшее образование сегодня. 2002. № 4. С. 21 – 29.
3. Скатецкий В. Г. *Профессиональная направленность преподавания математики:* Теоретический и практический аспекты. Мн.: БГУ. 2000. 159 с.
4. Садовничий В. А. *Компьютерная система проверки знаний студен–тов* // Высшее образование в России. 1994, № 3. С. 20 – 26.
5. Барвенов С. А. *Компьютерные технологии в организации самосто–ятельной работы студентов-гуманитариев* // Вышэйшая школа. 2004, № 4. С. 35 – 37.

Summary

Mathematical education at faculties of a nonmathematical structure was reduced now to studying disciplines of a mathematical cycle. This cycle includes rates of mathematics and computer science and the beginning of mathematical modeling, which occupy intermediate position between rates of

mathematics and computer science. Therefore there is a problem of a statement of these disciplines in view of realization of a didactic principle of intersubject communications on the basis of the concept of a professional orientation of teaching of disciplines of a mathematical cycle at faculties of a nonmathematical structure. The partial decision of this problem can be carried out at realization of two didactic receptions: the coordination properly programs of rates of mathematics and computer science and introduction in process of studying of these rates of the beginnings of mathematical modeling tasks of the motivated contents.

TRAINING OF MATHEMATICS TEACHERS AT VILNIUS UNIVERSITY

Eugenijus Stankus
Vilnius University, Lithuania

Abstract. *The History and Perspectives of Training of Mathematics Teachers at Faculty of Mathematics and Informatics of Vilnius University are considered. Modern Programmes of bachelor's and master's Degree, the principles and structure of Programmes are analyzed in the paper.*

Keywords: *mathematics teacher, teachers training, studies programmes, studies disciplines, mathematics, informatics, bachelor degree, master degree.*

Training of teachers at Vilnius University has never been a basic purpose. The mission of training teachers traditionally belongs to pedagogical universities. But in classical universities the powerful scientific centers exist and they also have possibility to train teachers.

The mathematics teachers in Faculty of Mathematics and Informatics of Vilnius University were trained all the time but in low quantity – usually not exceeding 20 graduates. Now the training of Mathematics and Informatics teachers is tutored by the Department of Didactics of Mathematics, which was established in year 1991.

In year 1998 the first diplomas of Mathematics Bachelor and certificates of mathematics teacher were presented for 5 graduates. Programme of studies named Mathematics and Teaching Mathematics was registered in year 2001. Later, in year 2004, this programme became Mathematic's and Informatic's Teaching (accredited in 2004).

In year 1997 first 13 graduates received the diplomas of Master of Mathematics Education. Total number of graduates from 1997 to 2003 was 66. New modern programme Teaching of Mathematics and Informatics registered in year 2003. This year we have first graduates of this programme.

We begin from analysis of the study programme of bachelor studies Mathematic's and Informatic's Teaching.

160 Credits for realization of this programme are scheduled. Students get these credits from common Education, Fundamental Disciplines of Mathematics and Informatics, and Disciplines of special Preparation.

Common Disciplines of Education (13 Cred): Foreign Language (6); Introduction to Philosophy (3); Introduction to Psychology (2); History of Mathematics (2).

Fundamental Disciplines of Mathematics (56 Cred): Mathematical analysis (14); Algebra and Geometry (3); Algebra (6); Geometry (7); Discrete Mathematics (4); Differential Equations (4); Probability Theory and Mathematical Statistics (4); Number Theory (2); Numerical Methods (4); Optimization Methods (3); Calculus of Variation (3); Combinatorial Analysis and Graph Theory (2).

Fundamental Disciplines of Informatics (20 Cred): Informatics (11); Programming in MATLAB (3); Internet Technologies (3); Data Structure and Algorithms (3).

Disciplines of special Preparation (Pedagogics – 14 Cred.): General Pedagogics (4); Historical and comparative Pedagogics (2); Pedagogical and Evolution's Psychology (3); Personality and Social Psychology (3); Hygiene in school (2).

Disciplines of special Preparation (Mathematics and Informatics Teaching, Modeling –29 Cred.): Mathematics Training methodology (3); Informatics Didactic (3); Optional disciplines in Mathematics Methodology (8)[1]; Optional Informatics disciplines (6)[3]; Optional discipline in Mathematical modeling (7)[3]; Physics (2).

The last VIII semester is devoted only to the Bachelor thesis (8) and Pedagogical practice (12).

A graduate of programme Teaching of Mathematics and Informatics can teach in secondary schools and pursue a career in spheres where the knowledge of mathematics, informatics, psychology, and pedagogical abilities are needed. Studies may be continued to get the Master's degree of Mathematics and Informatics.

---

[1] Didactical problems of Algebra and Function Theory, Training of geometrical View-point, Solutions of algorithmic Problems, Stochastics and Number Theory in Syllabus of secondary School, Non-standard problems of elementary Mathematics

[3] Programming in LOGO, Mathematical Algorithms, Logical Programming, Visual Programming, Processing of textual and numerical Data

[3] Statistical Models, Queuing Systems, Game Theory, Mathematical Models in Economics

The purpose of Master studies programme Teaching of Mathematics and Informatics (80 Cred.) is to train teachers for high schools and colleges. They must be able to prosecute applied investigations, deliver lectures on the subjects of Mathematics and Informatics in Colleges, to teach the Mathematics and Informatics in high schools.

The main components of this studies programme is Fundamental Disciplines of Mathematics, Disciplines for special Preparation and Disciplines of Scientific Researches.

Fundamental Disciplines of Mathematics (17 Cred): Discrete Mathematics (2); Functional analysis (3); Selected chapters of Number Theory (3); Foundations of Geometry (2); Algebra (3); Analysis of statistical Data (2); History of Mathematics (2).

Disciplines for special Preparation (26 Cred): Didactics of Mathematics (2); Optional disciplines in Mathematics for Informatics graduate[4] or Optional disciplines in Informatics for Mathematics graduate[5] (6); Optional discipline in Mathematical Modelling (6)[6]; Optional Informatics disciplines (4)[7]; Informational Teaching Technologies (2 Cred.); Psychology of Teenagers and Youths (2)**;** Philosophy of Training (2); Education politics (2).

Disciplines of scientific Researches (37 Cred): Didactics Problems Seminar (4); Internet Projects (6); Computer Design of Teaching (2); Introduction into Master Theses (5); Master Thesis (12); Pedagogical practice (8).

Master of Mathematics must be able to handle competently in various branches of Mathematics, must also be able to apply Mathematics to other branches of science; must be a professional lecturer in high schools and colleges. He is able to use up-to-date information technologies and contributes to refining them; is able to independently deepen and renew the knowledge in Mathematics and Informatics, methodology of teaching them, as well as pedagogical abilities; he is able to make decisions appealing to analyses and taking on personal responsibility.

[4] Selected chapters of Differential Equations, Selected chapters of complex variable Functions Theory, Real variable Functions Theory

[5] Algorithms and Data structures, Algorithms of Graph Theory, Theory of Programming Languages, Object programming

[6] Modelling of natural and social Phenomenona, Statistical Modelling, Deterministical mathematical Models

[7] Creation of Computer Teaching Aids, Localization of Computer Programs, Virtual Teaching Environments, Control of Data Basis

References

1. First Cycle studies programme Mathematic's and Informatic's teaching. – Faculty of Mathematics and Informatics of Vilnius University, http://mif.vu.lt/81.
2. Second Cycle studies programme Teaching of Mathematics and Informatics. – Faculty of Mathematics and Informatics of Vilnius University, http://mif.vu.lt/85.

OPEN – ENDED MATH PROBLEMS FOR DEVELOPING CHILDREN MATHEMATICAL CREATIVITY

Lina Stasiūnaitė
Grigiškių "Šviesa" Secondary School of Vilnius, Lithuania

Abstract. *In definition of gifted children we usually can find the word "creative". Can we use this word then we talk about all students, not only gifted. How can we try to develop children mathematical creativity? How can we change our standard curriculum problems to open-ended math tasks?*

Keywords: *creativity, curriculum, gifted students, open-ended math problems.*

We can start with famous quote from Sternberg and Lubart:

If we lack creatively gifted children, perhaps it is because we do not help children build upon the latent creativity they may already have (Sternberg and Lubart 1993).

It's not easy to find the definition of creativity, especially of mathematical creativity. Usually we can find this word in definition of giftness, of mathematically gifted students. But maybe we can try to develop this skill in all students?

What does this word creativity mean? We can find an interesting definition from Webster:

Creative is having the quality of something created rather than imitated.

Howard Gardner defined creative person this way:

The creative individual is a person who regularly solves problems, fashions products or defines new questions in a domain in a way that is initially considered novel but that ultimately becomes accepted in a particular cultural setting (Gardner H. 1993 pg.35).

Our standard mathematical curriculum doesn't offer many chances to develop this skill. Today we have a situation that the world changes every minute. We can expect unbelievable things to happen. So one of teachers' tasks is prepare students to change, to learn again and to learn absolutely new things.

Students today need open mind and abilities to work with problems, to find new trends and new solutions.

How can math teachers help them?

One possible way is open-ended math problems. These problems don't have a single right answer. They may have missing data. They are tools for students to discuss and to investigate. We don't discuss in math lessons very often, but we need to do it if we want to develop critical thinking and mathematical creativity in students.

I have two 7th grade classes this year in Grigiskes "Sviesa" secondary school. We have five math lessons per week. In one of these classes I have devoted one lesson every week to solving open-ended math problems, to solving real-life, hands-on problems. I have prepared a set of problems that could develop children mathematical creativity. There I will show some examples.

We can look on standard problem from sixth grade math book (A.Bakstys, G.Bakstys Matematika 6, 1t pg.29):

Continue the patterns:

a) 1, 3, 5, …, 21;
b) 2, 4, 6, …, 18;
c) 1, 4, 7, …, 31;
d) 1, 5, 9, …, 25.

I think we will find such kind of problems in many textbooks across the world. It's a typical close problem that requires mostly imitated skills, but not to look deeper, uses your imagination.

How can a teacher change this problem and have a rich open-ended math task?

Let's try.

We can organize text of the first problem this way:

$$\begin{array}{c} 1 \\ 3\ \ 5 \\ 7\ \ 9\ \ 11 \\ 13\ \ 15\ \ 17\ \ 19 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}$$

Question number one could be the same:

Fill in the next three lines in this pattern.

Question number two is the one where you need to think more creatively:

Where can you find the number 225? In which line it will be and where exactly in this line?

Children need to notice that square numbers are in the middle of every odd line. So we can find the number 225 in the middle of fifteenth line.

To open this problem:

What else can you notice in this pattern?

What about the sums of the lines?

Children could notice that sums of the lines give us cube numbers.

In fifth grade math book (Cibulskaite N., Strickiene M. Matematika ir pasaulis 5, pg.300) we could find a problem set “Mathematical Excursion to Post-Office”. To solve those problems children have a direction to go to the post-office to know how much snail mail or air mail cost. Then they can answer to given questions.

To seventh graders I gave this problem:

How much does it cost to Laura to send Christmas greetings to her friends? She wants to send mail to John from America and Janis from Latvia. Also she wants to send two postcards to her Lithuanian friends. Envelope costs 0,20 lt. and postcard costs 2,25 lt.

This problem hasn’t direction that to do. Children need to think themselves and their “It’s so easy” are always incorrect. To solve this problem correctly they need to notice that they don’t have enough information. Then they need to find missing data right here in school. There could be more than one correct answer and teacher should expect this problem to be solved in a variety of ways and should give students a chance to explain their solutions to each other.

And there is the last example.

Before Christmas we solved this problem:

Seventh graders want to congratulate with Christmas their elementary school teacher and her new class. They have decided to buy small presents to everyone in this class. Every present consist of an exercise book, a pen and a candy. They also want to buy a nice book for teacher. They have noticed that exercise books cost 0,12 lt each, but if you would buy 30 of them it would cost you only 0,11 lt each. Every pen costs 0,20 lt., but a set of 10 pens costs only 1,80 lt. Students also found that they could buy different candies for 0,60 - 0,70 lt each, or they could buy 2 candy bags with 15 candies for 19 lt. The book for teacher costs 15 – 20 lt. How much money does every seventh grade student need, if they also want to buy a big Christmas cake?

This problem also has missing data. Students need to know how many children are in their teacher class. Then they can check all possible solutions, find the best and present it to the whole class.

There were only few examples of how we can change our standard close-ended problems to open-ended math tasks that could help us to develop mathematical creativity in our children and not only in gifted ones.

References

1. Bakštys A, Bakštys G. *Matematika 6 1t*, Alma Litera, 2003.
2. Cibulskaitė N, Stričkiene M. *Matematika ir pasaulis 6* Vilnius, TEV, 1999.
3. Gardner H. *Creating minds An anatomy of creativity* U.S. Basic Books, 1993, p. 35.

4. *Materials from Linda Sheffield workshop in ICME* – 10, 2004, Copenhagen.
5. Sternberg R.J., Lubart T *Creative Giftedness,* a Multivariate Investment Approach in Gifted Child Quarterly, Vol.37, No.1, 993.
6. http://www.tased.edu.au/tasonline/tag/aaegt7/wormald.htm

COMPUTER ANIMATIONS WITH "MATHEMATICA"

Tõnu Tõnso
Tallinn University, Estonia

Abstract. *Author gives a review of computer animations creating with Mathematica and speaks about his experiences with teaching a course "Software for mathematics", where the first year students had to create mathematical animations.*

Keywords: *Mathematica, animations, animated gif-s, QuickTime movies, LiveGraphics 3D objects.*

Students often consider school math to be an abstract set of symbols, formulas, algorithms, and witchcraft that has no roots in the real world. Graphic images are an important tool needed to teach mathematics well. These images provide needed links for the visual learner, and deepen the understanding of mathematics for all learners.

If a picture is worth 1000 words, then a good animation is like a classic short story - a simple tale simply told. Animations are particularly effective in the teaching of mathematics because motion is often fundamental to the concept at hand, and a well designed animation is usually an excellent way to introduce such a concept. With computer generated animations we can show pendulums swinging, functions growing, tires rolling and so on.

Mathematica® is an integrated environment for symbolic transformation of mathematical formulas. This environment has applications in scientific computing, scientific visualization and education. *Mathematica* gives possibility to describe visualized objects in form of mathematical formulas and expressions. It lets users create 2D and 3D animations and graphs. *Mathematica*, with its notebook format and animation control, is an ideal tool with which to create animations.

The basic idea is to generate a sequence of "frames" which can be displayed in rapid succession. You can use the standard *Mathematica* graphics functions described above to produce each frame. The mechanism for displaying the frames as a movie depends on the *Mathematica* interface you are using. With a notebook-based interface, you typically put the frames in a sequence of cells, then select the cells and choose a command to animate them.

Example 1. The famous *Mathematica* animation notebook, WaterDrop.nb, contains an animation sequence depicting a drop of water falling into a pool.

```
Do[Plot3D[Cos[Sqrt[x^2 + y^2]+Abs[n-2π]]/Sqrt[x^2 + y^2 + 1/4],
  {x,-4π,4π},{y,-4π,4π}, PlotPoints->26,Lighting->True,
   PlotRange->{-2,2}, BoxRatios->{1,1,1},Boxed->False,Axes-
>False],
    {n, 0, 2π-(2π/16), 2π/16}]
```

If you double click on any of the graphs, *Mathematica* will animate the sequence.

Results of example 1 can you see on figure 1.

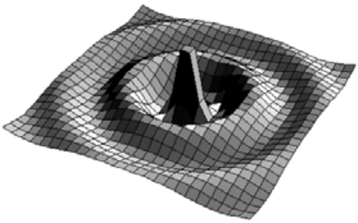


Figure 1.

Animated GIF files

In *Mathematica* we can export gif files. So we can make animated gif files.

Example 2. Next program will animate sine function and its tangent line.

```
f[x_] = Sin[x]; tangencypoint={{k,f[k]}};
sinetangent=Table[Plot[{f[x],f[k]+f'[k](x-k)},{x,-2π,2π},
   Epilog->{PointSize[0.02],Hue[0],Point/@tangencypoint},
   PlotRange->{-1.2, 1.2}],{a, -2π, 2π, π/12}]
Export["tangent.gif",sinetangent,ConversionOptions->{"Loop"->True}]
```

Results of examples 2 and 3 can you see on figures 2 and 3.

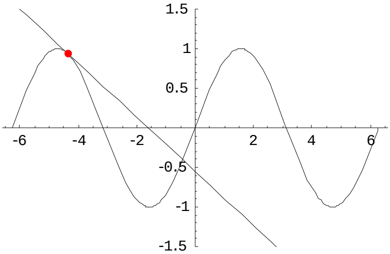


Figure 2.

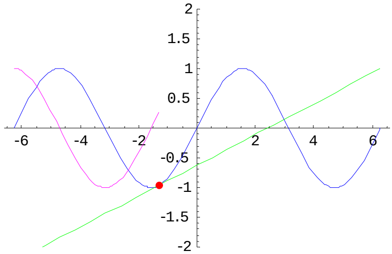


Figure 3.

Example 3. Next program which uses parametric equations, animate sine function, its tangent line and derivative function.

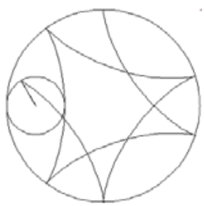
```
a = -2Pi; b = 2Pi; c = -2; d = 2; n = 96; f[x_] := Sin[x]
tangencypoint = {{k, f[k]}};

Export["derivfunction.gif",
  Table[ParametricPlot[{
         {x, f[x]}, {x, f'[k](x - k) + f[k]},
         {a + (x - a)(k - a)/(b - a),
         f'[a + (x - a)(k - a)/(b - a)]}},
         {x, a, b}, PlotRange -> {c, d},
       Epilog -> {PointSize[0.02], Hue[0], Point /@
tangencypoint},
       PlotStyle -> {Hue[1], Hue[2/3], Hue[1/3]}],
  {k, a, b, (b - a)/n}],
"GIF", ConversionOptions -> {"Loop" -> True}]
```

Example 4. A hypocycloid is a special plane curve, that is generated by the trace of a fixed point on a small circle (radius *b*) that rolls within a larger circle (radius *a*). The ratio of the radius of the larger circle to the radius of the smaller circle determines the number of cusps of the curve. For example if the ratio is 4/1 the curve will hace four cusps and it will be a astroid.

Next program will animate hypocycloid drawing:

```
a = 10; b = 3; n = 72; pts = 60;
Export["hypocycloid.gif",Table[ParametricPlot[{{a Sin[t], a Cos[t]},
 {(a-b)Sin[b k]+b Sin[t],(a-b)Cos[b k]+b Cos[t]},
 {(2Pi-t)/(2Pi)(a-b)Sin[b k]+t/(2Pi) ((a-b)Sin[b k]-b Sin[(a-b)k]),
 (2Pi-t)/(2Pi)(a-b)Cos[b k]+t/(2Pi)((a-b)Cos[bk]+b Cos[(a-b)k])},
 {(a-b)Sin[b t k/(2Pi)]-b Sin[(a-b) t k/(2Pi)],
 (a-b)Cos[b t k/(2Pi)]+ b Cos[(a-b) t k/(2 Pi)]}},
   {t,0,2Pi}, PlotStyle -> {Hue[0],Hue[1/3],Hue[1/2],Hue[2/3]},
   PlotRange -> {{-a, a}, {-a, a}}, AspectRatio -> 1,
   PlotPoints -> pts, Axes -> None,ImageSize -> 200],
{k, 4Pi/n, 2Pi, 2Pi/n}],
"GIF", ConversionOptions -> {"Loop" -> True}]
```

There n is number of frames, pts - number of plot points. If you want to draw a epicycloid, you must make b negative and change `PlotRange -> {{-a, a}, {-a, a}}` to `{{-a+2b, a-2b}, {-a+2b, a-2b}}`.



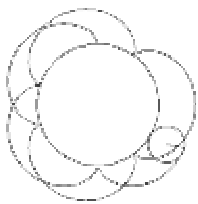


Figure 4. Drawing hypo- and epicycloids.

Animated gif files we can use on the web pages. Besides animated gif files, there are two ways to make animations and post them on the websites.

QuickTime® movies

At first, we can make simple *QuickTime* movies. A *QuickTime* movie is a wonderful way to encapsulate an animation and export it to the Web while giving the student some control over the illustration. Once the student has downloaded Apple's free *QuickTime* player (available for PCs running Windows and Macs) and installed it for their browser, clicking on a movie yields a website that contains the animation along with a slider that can be used to control the action. One button starts the animation from the beginning, another single steps through the animation, and a third single steps in the opposite direction. The student can also use the slider to move in either direction at any speed.

Example 5. Louis A. Talman [2] had made some very nice *QuickTime* animations. One of them shows how a point moving around a unit circle generates the tangent function:

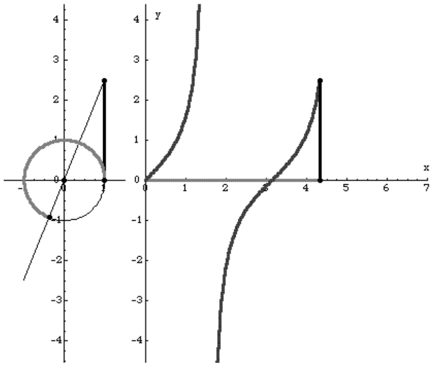


Figure 5.

The frames of the animation were all rendered using *Mathematica*. On the Apple Macintosh Computers we can convert the selected sequence of *Mathematica* graphics cells into a *QuickTime* animation. On the PC and Unix machines we must use special programs like *QuickTimePro* to convert animated gif files to *QuickTime* mov files.

Although we use *Mathematica* to produce our animations, this technique works with any application (such as Maple or MATLAB) that can save images in any of a number of standard graphics formats (BMP, GIF, JPEG, PNG, TIFF, etc.).

LiveGraphics3D

For animations involving three-dimensional objects, there is another approach that gives the student even greater control. Martin Kraus [3], a postdoctoral fellow at Purdue University, wrote and maintains a Java 1.1 applet that gives the student the ability to manipulate three-dimensional graphics directly within any browser that supports Java 1.1, and this applet can be used without charge for noncommercial purposes. The graphic image is produced using *Mathematica*, but the student does not need *Mathematica* or any special software to view and manipulate it.

For example, consider a small stellated dodecahedron (Figure 6). Once rendered in *Mathematica*, it only takes a few minutes to export the *Mathematica* description of the surface into a file and post it on the web. Then the student can view the image, rotate it, resize it, and even spin it without any special kind of software.

Example 6. The Kepler-Poinsot solids are the four regular concave polyhedra with intersecting facial planes. One of them is small stellated dodecahedron. LiveGraphics3D objects of Kepler-Poinsot solids are used in comprehensive and interactive mathematics encyclopedia MathWorld [4].

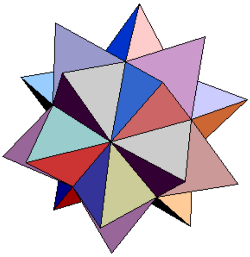


Figure 6.

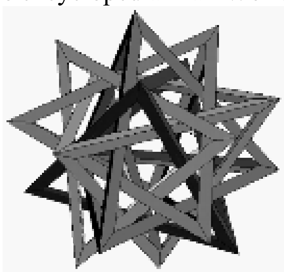


Figure 7.

Example 7. Compound of five tetrahedron inscribed in a dodecahedron (Figure 7) is a famous graphic example in Mathematica 2.2. But when we made from this graphic five-coloured LiveGraphics3D object, we found, that LiveGraphics3D has small defects.

The author taught in the autumn term 2004 the subject “Software for mathematics” to the first year students. In the course of the process it become obvious that the students preceding mathematical knowledge are extremely weak. A lot of students have never heard about integral. Therefore had to fill their time with simplier activity within their powers. The creation of the mathematical animations was one of the tasks I gave them. My students made a lot of interesting animations. Examples 3, 4 and 6 are taken from the students’ final works.

References

1. Stephen Wolfram, *The Mathematica Book, 4th ed. Wolfram Media /* Cambridge University Press, 1999.
2. Louis A. Talman, *Mathematics Animated web page*, http://clem.mscd.edu/~talmanl/MathAnim.html

3. Martin Kraus, *LiveGraphics 3D Homepage*, http://wwwvis.informatik.uni-stuttgart.de/~kraus/LiveGraphics3D/
3. Eric W. Weisstein, MathWorld, http://mathworld.wolfram.com/

ICI IN KNOWLEDGE MANAGEMENT

Anna Vintere, Evija Kopeika
Latvia University of Agriculture, Latvia

Abstract. *At the moment several problems, which are to be solved, have already appeared in mathematics education. The more rapid introduction of technologies of information communication (ICT) in education could be one of the ways to solve the problems.*

The questioning of students of Latvia University of Agriculture was carried out in the course of study in order to find out the level of ICT application among students, as well as obtain information about ICT application in the process of education.

Keywords: *process of mathematics education, students' questioning, technologies of information communication.*

The development of mathematics' education in Latvia is determined by some tendencies main of which – consequently students with very weak knowledge in natural sciences, including mathematics, as well as poorly developed exact-technical thinking, judgement and world outlook abilities, come to Latvia higher educational establishments.

This is testified also by the research work with the motto "Studies for the future", which was performed as a part of OECD countries' international students' assessment program (1998–2004), where Latvia takes part too. The priority of it was assessment of students' competence in mathematics – skills in analysing, logical reasoning, propounding, solving and interpreting mathematical problems in various situations, skills to identify and understand the role and place of mathematics, as well as applying of mathematics knowledge in real life situations. (Kiselova, 2005) It must be noted that among 41 countries that participated in the research Latvia got the 25th - 28th place.

The mentioned circumstances are the reason for the decrease of number of students in engineer sciences and natural sciences – from 20,5% in 1997-1998 academic year to 10,2% in 2001-2002. Besides crisis in mathematics science is observed in all Europe.

As it was noted in so called White Book of European Committee, excessive standardisation of knowledge dominates in reality. It leaves an impression that everything has to be taught in precise logical system and that it is possible to create and define qualitatively with mastering deductive system of reasoning, which is based on abstract assumptions and where mathematics has the dominant role. In some cases deductive approach makes students passive and limits their imagination. The system of education should adapt to inconsistent styles how people live and study today. Nowadays teaching staff has lost their main position as sources of studies experience. Therefore it is necessary to look for new ways for creating environment to find the equilibrium between traditional and innovative and contemporary.

The more rapid introduction of technologies of information communication (ICT) in education could be one of the ways to solve the problems. People's striving for knowledge has not changed since olden times, however different methods and possibilities for the world's cognition are available now – we don't have to walk with bare feet across the frozen sea in order to find out what there is behind the horizon. Today information and communication technologies provide us with much safer and faster way to cognise the world. However this is available only in case if we know how to apply these technologies but not to let them turn into the frozen sea under our feet, which may make different surprises for us. That is why people's skills to feel free and confident to apply computer and Internet are relevant help in the process of world's cognition and expanding of their horizons. (Andersen, 2004)

The questioning of students of Latvia University of Agriculture was carried out in the course of study in order to find out the level of ICT application among students. 119 students from different faculties participated in the questioning, except students from the Faculty of Information Technologies, as they have absolutely different availability for these things. First of all authors wanted to find out how often students communicate using Internet. It is obvious in the figure 1 that only 20% or the respondents apply Internet as a daily tool and 19% use little bit less, which is very low indicator in the age of information, especially since informatics is a compulsory discipline at schools already from the 6th class. Therefore most probably such candidates also have problems with searching of information in Internet and consequently searching of electronic study materials and using of them.

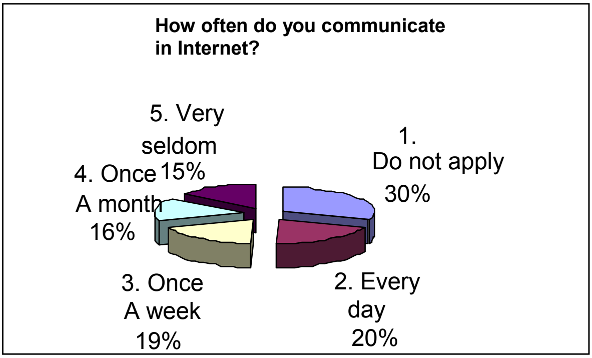


Figure 1

European dimension in education is also actually – the way to educated society that studies, consequently educational system changes and more important becomes the sense "learning" but sense of "teaching" lessens. In "White Book" of European Commission there is defined that influence of information society is one of the three most important tendencies in the society of Europe and world. The term information society in its aggregate reflects the administration, systematisation and dissemination of increasing knowledge in society, in addition to information including in this concept also comprehension, understanding, experience, qualification and competence etc.

The knowledge management is a new concept in education sciences. It includes the administration of existing knowledge (dynamic up-to-dating of base of knowledge, selection of necessary issues, dissemination of knowledge and maintenance and development of appropriate infrastructure of knowledge), as well as creating of new knowledge.

There are no unified standards and recommendations in Latvia how knowledge management has to be inculcated in higher educational establishments. One of the approaches could be the approach that is based on ICT also including e-studies. With radical modernisation of mathematics study program there would arise possibilities to use new technologies for teaching and learning.

Research proves that at the moment there is insufficient training of specialists in Latvia, and engineer is often considered more as academician profession but not a practician with skills of entrepreneur. That is why questioning of students of Latvia University of Agriculture was carried out in order to find out ICT application, how to acquire information about ICT application in their process of education. It must be noted that students' questioning points to the most successful application of modern technologies in physics. Often used in economics and ecology as well. 1% of the respondents claim the application of them in all subjects but it is unlikely that these answers are true. While answering these questions students definitely have meant those subjects where they use Internet themselves for receiving information. Only few students claim the application of modern technologies in studies of tourism, English and German languages, ethics, timber studies, building graphics and studies of food chemistry.

Mathematics is one of the general studies' subjects in engineer and natural sciences – it creates basic knowledge for natural sciences in all study programs of engineer sciences. However due to the small number of contact hours, lectures do not have enough time to explain in details material, show formula application and proof of theorems. In general lecturers have to confine themselves to formulation of the most important definitions and theorems and their application in the process of solving problems. The creation of e-materials (Figure 2) could give a possibility for the lecturer to place in the material that was not given to the students in lectures due to the lack of time. This could enable students to better mastering of the subject and facilitate lecturers' work using ICT in creation of teaching materials and their improving on the regular basis.

The materials placed in Internet could remarkably facilitate studies for those students who work and can't attend lectures regularly. This could give a chance to ask questions, if such have arisen, to the lecturers in the Internet discussion space.

ICT and mathematics

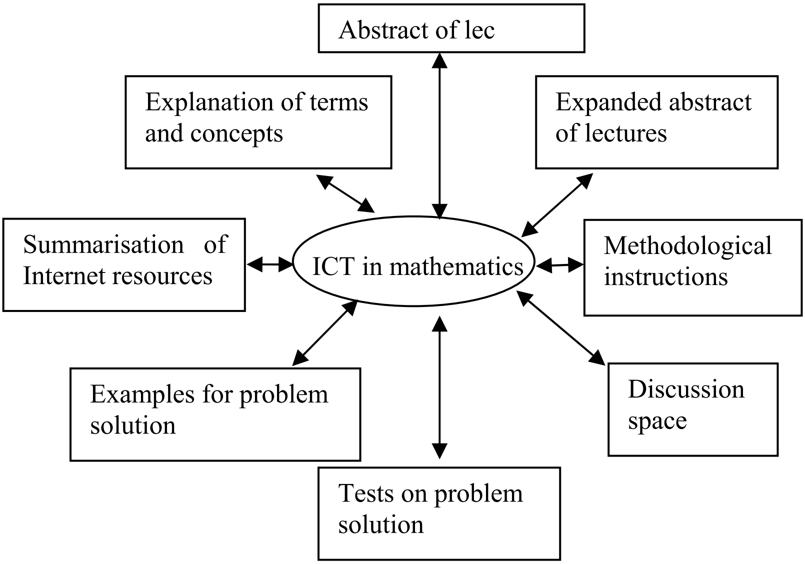


Figure 2.

The creation of e-materials (explanations of terms and concepts, conspectus of lectures, examples of solutions of problems, tests for knowledge examination, descriptions of practical works etc.) could stimulate for students better mastering of mathematics and, according to European policy of education, stimulate lifelong education, availability of education as well as facilitate work of teaching staff.

On the question – how Internet could be applied in the chosen profession, 12 % of the respondents reply that there are various ways of application. However three students think that Internet is not applied in their profession at all, but 36 % do not know how it could be applied. 32 % of the rest students will use Internet for searching of information, 16 % for electronic communication. 3 % of students will find out about the latest technologies from Internet. 5 % will use modern technologies for creating data bases and reports, but 2 % – for advertising purposes, 1 % - for data transmission, 0.5 % - for writing, 0.5 % – for creating web site. The data acquired in research shows that the majority of students do not have comprehension about application of modern technologies in their chosen speciality.

The modernisation of mathematics studies programs, which is based on ICT, could provide such studies' environment that would develop for competencies necessary for students to compete in the labour market. Knowledge and experience would be systematised and accumulated in electronic form. After e-course-training students would to have master skills and habit to apply IC technologies in their daily work.

With stimulation of quality and research of mathematics education, there would be provided bases for creation of economically important innovative technological processes and methods.

References

1. Eiropas Komisijas Baltā grāmata par izglītību un apmācību *"Mācīšana un mācīšanās – ceļš uz izglītotu sabiedrību"*. Akadēmisko programmu aģentūra, 1998, 88 lpp.
2. *Latvijas attīstības plāns (Vienotais programmdokuments)*. Finanšu ministrija, 2003. http://www.izm.gov.lv (skatīts 2005.15.03.)
3. Programmas projekts *"e-Latvija 2005-2008"*. Īpašu uzdevumu ministra elektroniskās pārvaldes lietās sekretariāts, 2005.
4. http://www.mk.gov.lv/VVS/ (skatīts 2005.11.03.)
5. Dumpe M. *Zināšanu pārvaldība izglītības vadībā.* Latvijas Universitātes 63.konferences materiāli, Rīgā: 2005.02.07.
6. Karnītis E. *Informācijas sabiedrība-Latvijas iespējas un uzdrošināšanās.* Izdevniecība „Pētergailis" 2004, 208 lpp.
7. Kiseļova R. *Latvijas skolēnu matemātikas kompetence OECD SSNP 2003.* Latvijas Universitātes 63.konferences materiāli, Rīgā: 2005.02.07.
8. Malzubre G. Skolas politika informatīvi komunikatīvo tehnoloģiju izmantošanā. LU PPF Zinātniskie raksti, *Izglītības zinātnes un pedagoģija mūsdienu pasaulē*. 649.sēj. Rīga: Latvijas Universitāte, 2002, 367.-376.lpp.
9. Rauhvargers A. Eiropas kopējā augstākās izglītības politika. No Lisabonas konvencijas līdz Boloņas deklarācijai, Boloņas procesā sasniegtais un vadlīnijas nākotnei. Latvijas vēsture. Jaunie un jaunākie laiki. 1(45) 2002.9-21.
10. Irbe N. Ar vai bez modernajām tehnoloģijām.
11. http://www.apollo.lv/izglītība/ (2005.10.03.)
12. Andersens T. Informācijas sabiedrības pamatā – izglītoti cilvēki. http://www.apollo.lv/datori/ (2004.01.21.)
13. Latvija izglītības jomā daudz neatpaliekot no ES dalībvalstīm. http://www.apollo.lv/izglītība/ (2004.03.29.)

USE OF DYNAMIC GEOMETRY SOFTWARE GEONEXT IN EDUCATION

Daiga Žaime
Liepaja Academy of Pedagogy, Latvija

Abstract. *Dynamic geometry software GEONExT is a program for finding and proof of geometric rules and theorems, for experimenting and creating of hypothesis. By use of computer algebra system in software GEONExT can be models for illustration of processes created. Everybody can download GEONExT and try to work with it.*

Keywords: *Computer algebra systems, dynamic geometry software, dynamic mathematics, modeling.*

Today the teachers of different disciplines can use the Internet resources for finding materials and teaching guides. The use of computers in different disciplines is still uncommon. In Latvia, less than 50 % of geometry teachers believe, that the use of computers can help learning geometry.

Dynamic geometry software GEONExT is a virtual mathematical laboratory by itself. GEONExT gives a variety of possibilities to visualize geometry, change pictures on dynamic worksheets and to animate objects.

With software GEONExT pupils can inspect a problem in dynamic way, make conclusions and create hypothesis. Teacher can, if is necessary, help and correct the created theorems. In the first step, dynamic worksheet allows to check up the declared hypothesis and mathematical rules experimental. In the next step, in a new worksheet, there is a theoretical proof of the necessary theorems. In this way both single theorems and the whole themes of geometry can be learned.

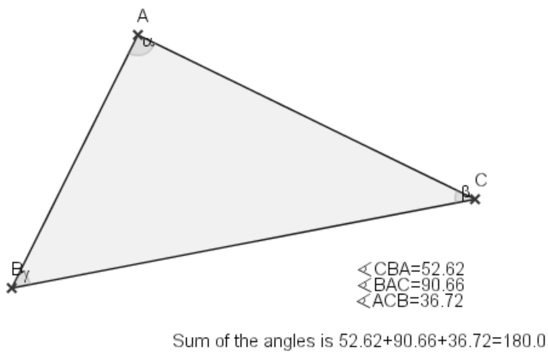


Figure 1. Interior angles of triangles. First experiment with GEONExT.

As an example a theorem from the school course about the sum of interior angles of triangles can be inspected. Pupils can make experiments by changing the form of triangles. In GEONExT worksheet a triangle is dynamically changed, angles are measured automatically, results of measurements and calculated sum of the angles is shown on the worksheet (Figure 1). Conclusion – the sum of interior angles of a triangle is 180 Deg, can be proofed in the next worksheet, by construction of two parallel lines (Figure 2).

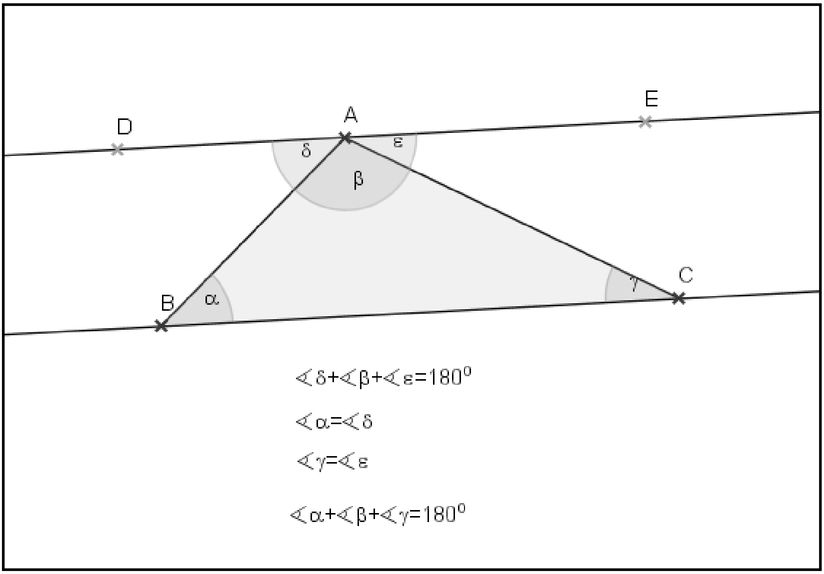


Figure 2. Interior angles of triangles. Proof of theorems.

Certainly, the question arises – and what about others polygons? Pupils can make experiments with simple quadrangles and the conclusion – the sum of interior angles of a simple quadrangle is 360 Deg. By use of the program GEONExT and its computer algebra possibilities can proof the rules for simple pentagons (Figure 3), hexagons, and polygons in general case. In this general phase of conclusions the most of pupils need teacher's help. Program GEONExT is used for proofing of theorems about the sum of interior angles of simple polygons. Everybody quadrangle can be in two triangles divided (figure 4). Sum of interior angles of triangle is 180 deg, so the sum of interior angles of quadrangles is equals the sum of two triangles. Pentagon can be in three triangles divided (Figure 4), hexagon can be in four triangles divided. Everybody simple polygon with n corner can be in n-2 triangles divided, also the sum of interior angles of everybody polygon is equal to the sum of interior angles theses triangles. In this way the software GEONExT is usable for the whole theme in geometry.

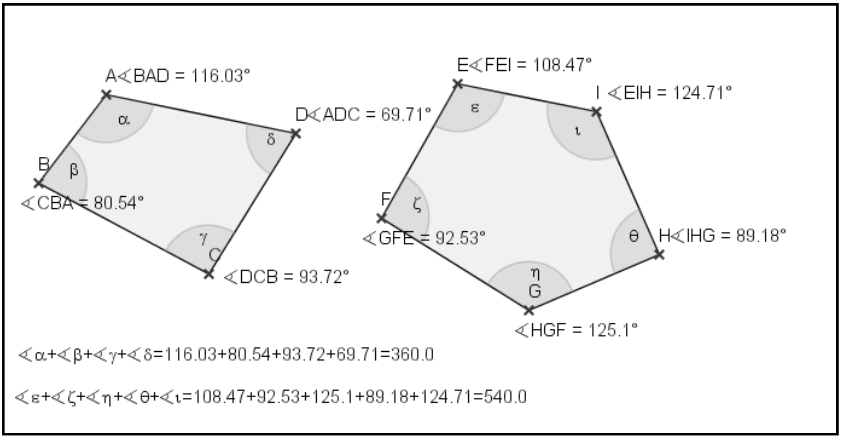


Figure 3. Sum of interior angles of a simple quadrangle and pentagon.

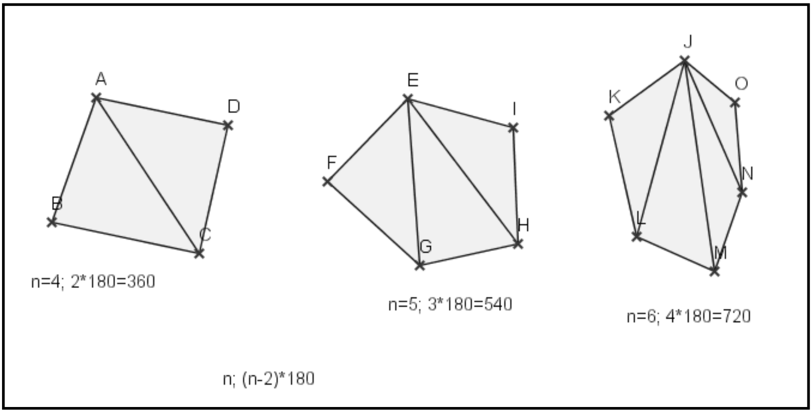


Figure 4. Proof the theorem. Sum of interior angles of simple polygons.

The use of program can still be expanded. Possibilities of graphical constructions and algebraic calculations allow construct mathematical models to understand a variety of processes in nature. As an example there is a model, where dynamic changes of graphic help to explain the process of interference in physics, usually this process is difficult for pupils and students to understand. In diagrams the waves, created by waving of two coherent erasers (eraser waved with identical phases, with identical amplitude and frequency) are shown separately. A resulted wave of a chosen particle is the sum of both diagrams, it can be calculated and is shown in a worksheet (Figure 5). By changing of the location of a particle really are the points find out, in which both erasers create the maximal waves and the resulted wave of a particle is equal to double amplitude (Figure 6). There are the points to find, where both erasers make waves in opposite phases all the time, too. In these points the resulted wave of a particle is equal to null all the time (Figure 7), it is the point, where the particle makes no waves, it is still immobile. In this case a theoretical inspection of problems without geometrical model, created by program GEONExT, gives no sufficient notions for understanding the problems.

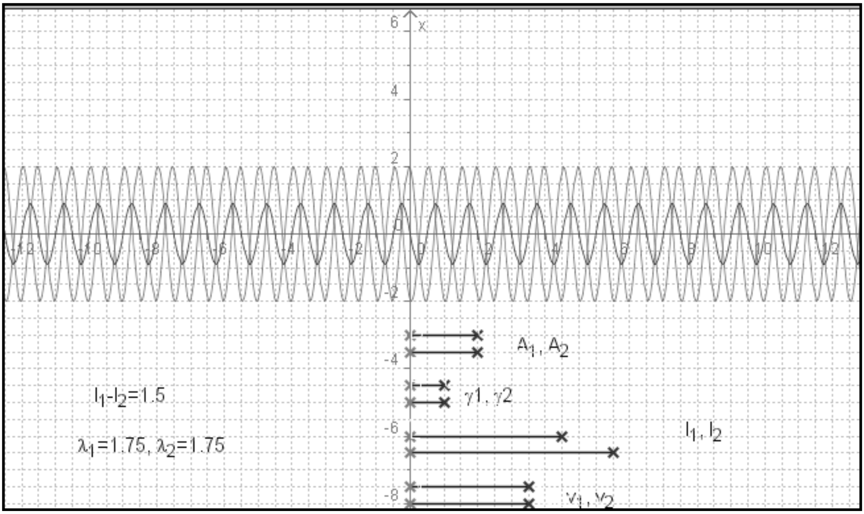


Figure 5. Sum of two coherent waves .

Dynamic geometry software GEONExT allows making dynamic changeable, easy transformable resulted waves of chosen particles worksheets. Every next changes can be created by mouse, teacher should not make new picture by losing the previous on the blackboard. Program allows creating diagrams, making algebraic calculations for school and making integral and differential calculations for high school. It is good for individual work by researching the problem, for group work when comparing results and creating hypotheses during inspecting computer worksheets.

Program GEONExT is free software, translated into different languages. Every teacher, interested for news, progressive teaching methods, can download it and make own experience with it in page http://geonext.de .

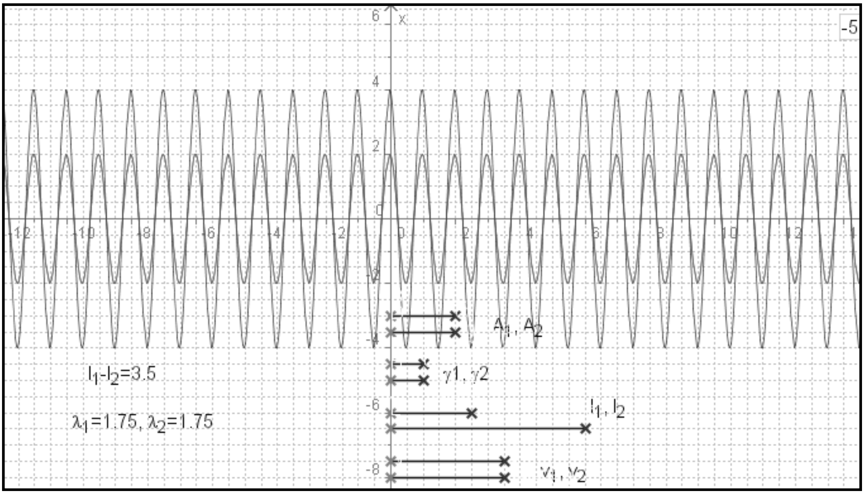


Figure 6. Particle is waving with maximum of amplitude.

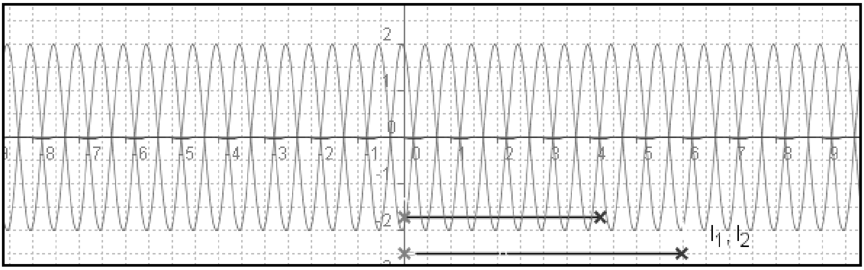


Figure 7. Particle is not waving all the time.

References

1. *Sorosa fonds-Latvija*. Semināru cikls „Lasīšana un rakstīšana kritiskās domāšanas attīstīšanai" Skolu atbalsta centrs. 2002.
2. *Vēstis skolai*. Kritiskā domāšana sākumskolā. 2002.
3. http://did.mat.uni-bayreuth.de/~manfred/lv/ at 2005.03.04.
4. http://did.mat.uni-bayreuth.de/mathematik/mu/Sinus_Parameter/index.html at 2005.02.18.
5. http://geonext.de at 2004. 10.15.

Summary

In article are possibilities of geometric Software GEONExT showed. With software GEONExT pupils can inspect a problem in dynamic way, make conclusions and create hypothesis. The software GEONExT is usable for the whole theme in schoolcourse of geometry: from sum of interior angles of

triangles to sum of interior angles of simple polygons, from first hypothesis to proof of theorem.

The use of program can still be expanded. Possibilities of graphical constructions and algebraic calculations allow construct mathematical models to understand a variety of processes in nature. As an example there is a model, where dynamic changes of graphic help to explain the process of interference in physics, usually this process is difficult for pupils and students to understand. Theoretical inspection of problems without geometrical model, created by program GEONExT, gives no sufficient notions for understanding the problems.

Program allows creating diagrams, making algebraic calculations for school and making integral and differential calculations for high school. It is good for individual work by researching the problem, for group work when comparing results and creating hypotheses during inspecting computer worksheets. GEONExT is free software, translated into different languages. Every teacher, interested for news, progressive teaching methods, can download it and make own experience with it in page http://geonext.de .

SET-THEORY PARADIGM AND CONTEMPORARY SCHOOL COURSE OF MATHEMATICS

Yury Zalatukhin
Grodno State University, Belarus

Abstract. *The origin and development of the set-theory concept of teaching mathematics in a secondary school have been analyzed. It is offered to recur to the set-theory principles of teaching mathematics organization exploiting the potentialities given by the system of education reform.*

Keywords: *school course of mathematics, set-theory concept, system of education reform*.

Едва ли не впервые мысль о коренном обновлении научной системы школьного курса математики прозвучала в обзорном докладе Андрея Николаевича Колмогорова «Современные вопросы теоретико-множественной геометрии», прочитанном в 1938 году на заседании Московского математического общества.

На передний план предложения о перестройке всей школьной математики на теоретико-множественной основе выступили в 40-е годы прошлого века. Они опирались, с одной стороны, на опыт группы французских математиков Бурбаки, и, с другой, на исследования швейцарского психолога Пиаже, выявившего в человеческом мышлении структуры, аналогичные математическим структурам порядка, топологии и алгебры.

Международные математические конгрессы в Амстердаме (1954 год) и Стокгольме (1960 год), специальная комиссия при ЮНЕСКО (1960 год) поддержали идею коренного обновления содержания и методологии математического образования, положительно оценили первые его результаты.

Тем не менее, с начала 60-х годов в Западной Европе и США началось переосмысление «бурбакистских» тенденций. В 1972 году на II Международном конгрессе по математическому образованию в Эстере с докладом, содержащим резкую критику модернизма выступил Рене Том. Он высказал мнение, что «истинная проблема, с которой сталкивается преподавание математики – это не проблема строгости, а проблема построения смысла, проблема онтологического оправдания математических объектов». С осуждением теоретико-множественных излишеств выступили также известные математики Неванлина и Лерэ, математик-педагог Фройденталь, а также другие ученые.

На III Международном конгрессе по математическому образованию в Карлсруэ (1979 год) были отмечены многие недостатки новой школьной математики. Неудачи модернистского направления вызвали «контрреформацию», проходившую под лозунгом «Назад – к Евклиду».

В 80-е годы начался постепенный отход от идеи реформирования школьного математического образования на теоретико-множественной основе. Накал споров между сторонниками и противниками «осовременивания» содержания школьного курса математики стих, ситуация в математическом образовании несколько стабилизировалась. Обеспокоенное коллизиями последних десятилетий XX века общество стало больше интересоваться культурологическими аспектами школьной математики (такими, как демократизация, гуманизация, гуманитаризация и т.д.).

На первые места выдвинулись также вопросы организации и технологизации образования. Проявился новый мощный фактор воздействия на математику и ее преподавание. В борьбе между сайентистской и прагматической образовательными парадигмами начала брать верх вторая из них. Проблема реформирования содержания математического образования, не получив однозначного решения, «зависла» в состоянии некоторой неопределенности. Массовая школа отказалась от попытки угнаться за математической наукой. Разрыв между ними стал все больше увеличиваться.

В Советском Союзе модернизация математического образования на основе теоретико-множественной концепции официально началась в 1968 году, когда была принята новая программа по математике, отразившая идеи западных реформаторов. Её организаторами и вдохновителями стали академики А.Н. Колмогоров и А.И. Маркушевич. Перемены проводились под лозунгом сближения школьной математики с современной математической наукой.

Вскоре стало ясно, что надежды на новую методологию преподавания математики не оправдываются. В начале 90-х в печати началась кампания по осуждению первых результатов реформы. Она была открыта статьёй академика Л.С. Понтрягина «О математике и качестве её преподавания», опубликованной в журнале «Коммунист» в 1980 году. Её подержали многие крупные учёные и педагоги, в частности, академики А.Н. Тихонов, В.С. Владимиров, Л.В. Канторович, С.Л. Соболев и другие. Некоторые специалисты (например, профессор Р.С. Черкасов, многолетний главный редактор журнала «Математика в школе») считали, что основные мотивы этой кампании были политическими (имелась ввиду поддержка курса на модернизацию математического образования на Западе правящей элитой и католической церковью).

Следует признать, что неуспех реформы в условиях единой общеобразовательной школы был предопределён не столько субъективными, сколько объективными причинами. Сыграли свою роль отсутствие дифференциации в обучении и вариативных программ, методическое несовершенство новых учебников, консерватизм и известная неподготовленность учительского корпуса, недостаточная методическая поддержка, нехватка дидактических материалов и т. д.

В середине 80-х годов в СССР была принята очередная программа по математике, в которой был осуществлён отказ от обязательного теоретико-множественного подхода к построению курса. Большинство понятий в соответствии с ней формировалось на содержательной основе. Усилилось прикладное содержание школьного курса математики. Но в борьбе с теоретико-множественными увлечениями был допущен перегиб в обратную сторону: из школьной математики оказался полностью исключённым сам термин «множество», хотя он продолжал выступать в ней в замаскированной форме.

Обходит стороной фундаментальное математическое понятие и действующая белорусская программа по математике для обще–образовательных школ. В то же время в пояснительной записке к программе углубленного уровня обучения (2003 года) теоретико-множественная линия представлена в перечне основных содержательных линий углубленного курса алгебры. В нём предусмотрен раздел («Множества и элементы комбинаторики»), посвящённый, в частности, простейшим понятиям и операциям над множествами.

Энтузиастом реформы школьной математики в Беларуси был Абрам Аронович Столяр. В 70-е годы он неоднократно выражал сожаление, что начальное и среднее математическое образование полностью отрезано от современной математики, от её базисных идей, методов и языка, от её приложений.

В опубликованном в 1975 году пособии для учителей «Основы современной школьной математики» можно прочесть: «Модернизация математического образования означает прежде всего идейное сближение школьного курса с современной математикой… Таким образом построенную школьную математику и будем называть современной школьной математикой». К её основам предлагалось отнести: «начала теории множеств; идеи отношения, отображения, математической структуры, рода структур, изоморфизма; аксиоматический метод (разумеется в той мере, в какой эти идеи и метод явно или неявно отражены в школьной математике)». В годы господства знаниевой парадигмы, такие установки полностью отвечали общему направлению развития советской системы образования, настроениям и устремлениям математической педагогической элиты.

Однако жизнь заставила Абрама Ароновича (и не только его) скорректировать взгляды на построение школьной математики. В главе «Дискуссионные вопросы и связанные с ними проблемы» книги «Педагогика математики», опубликованной в Минске в 1986 году, он писал: «Последовательное применение теоретико-множественного подхода к построению школьного курса математики приводит его к значительному усложнению и дидактически ничем не оправдано. Это, бесспорно, подтверждено экспериментально и теоретически». С другой стороны, отметил А.А. Столяр, «другая крайность – исключение из школьной математики всех теоретико-множественных понятий и обозначений – также дидактически не оправдана».

И высказал интересную мысль: «Школьное обучение может отвергать теоретико-множественный подход, но при этом эффективно использовать простейшие теоретико-множественные понятия и обозначения в качестве вспомогательных средств в обучении математике». На наш взгляд, здесь задано направление, в котором следует искать компромиссное решение проблемы взаимоотношений теории множеств и математики в сегодняшней общеобразовательной школе.

Не подлежит сомнению, что теория множеств и общая топология лежат в основе современной *математики*, содействуя её внутреннему единству и универсальности, доставляя ей стандарт строгости, язык и символику изложения. Позволяя обнаружить материальную основу абстракций, теоретико-множественный подход способствует повышению уровня наглядности и естественности математической науки, демонстрирует её непреходящую прикладную и философскую ценность.

Составители постреформаторских школьных программ и авторы большинства учебников математики, созданных на их основе в России и Беларуси, отказавшись от теоретико-множественной линии в организации учебного материала, по объективным причинам не могли обойтись без целого ряда понятий и фактов теории множеств и топологии.

Распространилась практика их неявного, завуалированного использования с опорой на интуицию обучаемых. Они перестали осознаваться учащимися как формы обобщений, поскольку не получили в учебниках и на уроках чёткого логико-математического описания. Это привело к известной невнятности изложения и, в совокупности с другими негативными факторами, способствовало отдалению школьной математики от науки и практики.

В конце 20-го – начале 21-го века совершенствование преподавания математики стало связываться, прежде всего, с его структурными перестройками и технологизацией. Школьная математика перестала развиваться в направлении улучшения качества её содержания, чему в немалой степени содействовал отказ от теоретико-множественной парадигмы. Обучение математике всё больше стало сводиться к развитию формально-операционных навыков, что не способствует подготовке учащихся к восприятию абстрактных идей и конструкций высшей математики и, следовательно, приводит к ослаблению интеллектуального потенциала страны в области естественно-математических наук.

Таким образом, проблема определения роли и места теоретико-множественного и топологического подходов к обучению математике, модернизация на основе её решения содержания математического образования, разработка адекватной, научно-обоснованной методики его реализации в практике преподавания имеет не только теоретическое и дидактическое, но и социальное значение.

В связи с реформированием системы образования в Республике Беларусь на основе концепции гуманизации и развивающего обучения возникают новые предпосылки для ее решения. Дополнительные возможности для последовательной реализации теоретико-множест–венного подхода предоставляют вариативность и дифференциация учебного процесса, позволяя осуществить ее комплексно с учетом требований различных уровней школьного и высшего педагогического образования, избежав формалистских перегибов, имевших место в шестидесятые – семидесятые годы.

Возвращение к теоретико-множественным принципам построения школьного курса математики (в разумных пределах), на наш взгляд, будет содействовать усилению его мировоззренческой и прикладной направленности, создаст основу для пропедевтики научной методологии, позволит более адекватно включить его в контекст современной математической науки. С другой стороны, оно поможет обеспечить более четкий порядок организации содержания дисциплины, будет способствовать обоснованному решению проблемы строгости, поддержит мотивацию учения.

Summary

Variability and differentiation of the contemporary schooling process allow to effectuate the return to moderate set-theory paradigm of teaching mathematics in complex, according to the demands of different school and higher pedagogical education levels avoiding formalistic overdoings which took place in the 60-70s.

The organization of the school course of mathematics based on set-theory will contribute to its world outlook and applied orientation increase, will create the basis for scientific methodology propedeutics and include it in the modern mathematical science context more adequately. It will help to provide more distinct organization of the discipline contents, promote the stipulated problem of strictness solution and support the motivation to leaning.

ABOUT STRUCTURIZATION OF SYSTEM OF EXERCISES UNDER THE PREVENTION OF MATHEMATICAL MISTAKES OF PUPILS OF THE FIFTH CLASS

Sergey Zenko
Belarus state pedagogical University of Maxim Tank, Belarus

Abstract: *Didactic requirements to the system of exercises under the prevention of mathematical mistakes of pupils of the fifth form are offered in this article. Among them are: the maintenance of sufficient tasks for realization of the differentiated approach to training pupils of mathematics; presence of two-level system of representation of tasks (two - three examples) for the pupils obtaining excellent marks; three-level system of representation of tasks (5-7 examples) for the pupils obtaining satisfactory (fair) marks; not less five level systems of representation of tasks (till 7-10 examples) for underachievers and others.*

Keywords: *didactic requirements, mathematical mistakes, preventiv activity of the teacher, system of exercises, the prevention of mistakes.*

The base course of mathematics plays a basic role in system of school education. As other school subjects of the mainframe, it is called to generate correct structure of thinking at pupils, to give them luggage of knowledge, the skills necessary for further educational and the professional work.

The base course of mathematics is heterogeneous dissimilar. The school education consists of the following substantial components: "arithmetics", "algebra", "geometry". Together they reflect a wide experience of training to mathematics in world practice, take into account modern lines of native and foreign school and allow to realize the aims of training. These substantial components, developing during all years of training, are naturally bound and cooperate in training courses.

It is known, that studying of a new material is carried out with a support of already available knowledge and skills of pupils. The realized, purposeful and consecutive studying of mathematics in 5 - 10 classes allows pupils to seize strong base of knowledge for continuation of training in 11-12 classes. That allow helps at the subsequent studying of algebra and geometry, and to receive the necessary knowledge for development of chosen profession. However it is necessary to ascertain, that pupils after the finishing elementary school, and also during the further training make a big number of a different kind of mistakes that courses essential gaps in their knowledge. It is possible to provide qualitative mastering of the material on maths only by liquidation of mistakes and wrong actions.

The decision of this problem consists in creation of the "bank" of the most widespread mistakes of pupils on mathematics during training in each class of a general school and in system of exercises, aimed to the prevent mathematical mistakes of pupils. The absence of the certain system of exercises complicates the preventive activity of the teacher directed on abolition of erroneous mastering of mathematical knowledge.

The given system of exercises, from our point of view, should meet the following basic didactic requirements:

- to include tasks basing on the knowledge developed at pupils, skills and promote the prevention of the basic mistakes, at mastering each theme on mathematics;
- to keep constants essential attributes of investigated concept (actions, etc.), for the prevention of an erroneous conclusion or generalization;
- to settle down with a growing degree of complexity, for consecutive fastening each skill and the prevention of an opportunity of occurrence of mistakes or erroneous actions;
- to contain enough tasks for realization of the differentiated approach to training pupils to mathematics;
- to include two-level system of representation of tasks (two - three examples) for pupils obtaining 'excellent' marks; three-level system of representation of tasks (5-7 examples) for pupils obtaining "satisfactory" marks; not less then five-level system of representation of tasks (till 7-10 examples) for underachievers.

The bank of the mathematical mistakes admitted by pupils of 5 classes has been created by us. We have analysed the mistakes and have established the expediency of their classification on their a belonging to substantial components of a base course of mathematics: arithmetic (calculating), algebraic and geometrical.

Proceeding from classification of mistakes and the analysis of their occurrence and according to the basic didactic requirements to training to mathematics we have developed the methodical supply. «System of exercises for the prevention of mathematical mistakes for pupils of 5-th form». The supply contains more than 50 most frequently meeting typical mathematical mistakes of pupils on the basic themes of a course of mathematics for 5-th form, which influence the further training, and mastering of new knowledge, and skills. There are methodical recommendations for the teacher and the system of exercises consisting more than of 1300 tasks for work with pupils under the prevention and correction of the given mistakes. The methodical supply consists of three sections: «Arithmetic mistakes», «Algebraic mistakes», «Geometrical mistakes».

Among **the arithmetic mistakes** admitted by pupils of 5-th form are singled out the following typical mistakes:

1) Addition of natural numbers when the sum of numbers is equal one of categories or more than ten and is necessary to transfer unit to the senior category;

2) Subtraction of natural numbers when it is necessary to smash the unit of higher category if in the category in which subtraction is made, number of units of number of units reduced less deducted (the amount of such sharply grows if it is necessary to shatter unit of not a number of the worth maximum category which stands not by side);

3) A choice of the most convenient way of a presence {finding} of value of numerical expression where it is necessary to use the combinative law, a rule of subtraction of the sum from number, a rule of subtraction of number from the sum and others;

4) Division of natural numbers when at during the demolishing the number of the category and impossibility of division in quotient zero is put and only then demolishes the number of the following category;

5) Division of natural numbers when the condition, that after division of the demolished category in the rest should be number smaller then a divider is broken;

6) Calculation of values of the expressions containing addition, subtraction, multiplication and division of natural numbers is not taken into account the order of performance of actions;

7) The expressing in round numbers is not taken into account value of number of the corresponding figure, which stands the first after the category to which the rounding off is carried out;

8) Use of terms "number" and "figure";

9) Reduction of fraction or the mixed fraction to a new denominator;

10) Addition and subtraction of ordinary fractions with different denominators;

11) Multiplication and division of ordinary fraction into natural number;

12) Multiplication and division of ordinary fractions when it is possible to carry out reduction during multiplication or divisions, breaking the basic

property of fraction;

13) A finding of a difference of the mixed fractions, when at reduced number a fractional part is less than a fractional part of a deducted number and others.

There are following **algebraic mistakes**:

1) A choice of the equations from set of the suggested various equality and inequalities;

2) Definition of interrelation between components;

3) Definition of a condition of dependence between components at addition;

4) Definition of a condition of dependence between components at subtraction;

5) Definition of a condition of dependence between components at multiplication;

6) Definition of a condition of dependence between components at division;

7) Performance of operation of checking of one of operations of addition, subtraction, multiplication or division;

8) Use of a rule of subtraction from among of a difference;

9) Determination of the about performance of actions at a finding of an unknown component and others.

There are following **geometrical mistakes** typical admitted by the pupils of the 5-th form:

1) transfer of one units of measurements in others (a plenty of mistakes of such kind is observed when it is necessary to transfer from a smaller unit of value of size in bigger one. For example, millimeters in meters etc.);

2) transfer of one units of value of weight of substance in other mass units;

3) Measurement of a degree of an angle with the help of a protractor when the tool is incorrectly settled down;

4) Measurement of a degree of an angle with the help of a protractor when the direction of reading is incorrect and others.

Here is the example of a typical mathematical mistakes of pupils and systems of exercises for its prevention from the methodical supply. Section: Arithmetics. Theme: Addition of fractions with different denominators

Example: To calculate: $\frac{1}{2}+\frac{3}{10}$

Wrong decision	**Correct decision**
$\frac{1}{2}+\frac{3}{10}=\underline{\frac{\mathbf{1+3}}{\mathbf{2+10}}}\overset{*}{=}\frac{4}{12}$	$\frac{1^{(5}}{2}+\frac{3^{(1}}{10}=\frac{5}{10}+\frac{3}{10}=\frac{5+3}{10}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$
* *Mistake!* The rule of addition of two fractions with different denominators is broken.	

Methodical recommendations to the teacher

Pupils should acquire precisely, that at addition of fractions it is necessary, that both fractions had an identical denominator (in other case it is necessary to lead all over again to an identical denominator), if a denominator is the same the sum of the numbers in numerators of fractions is found out and the denominator remains former. At training it is possible to use the following system of exercises: exercises on reduction of fractions to a new denominator; tasks for reduction the certain denominators of the same fraction (multiplication numerator and denominator on the same number, and division of both parts of fraction into the same number, distinct from zero); examples on addition of fractions; exercises on increasing of various numbers at the certain fraction; tasks for a finding of the certain number by the one which is known of the composed numbers and their sum.

Exercises

1. Result fractions $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{5}{12}$ to a denominator 60;

2. Lead to the denominators 10; 15; 35; 60; 55; 105; 100 fraction $\frac{2}{5}$;

3. Calculate a) $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}$; b) $\frac{3}{14}+\frac{5}{7}$; c) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$; d) $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}$; e) $\frac{11}{24}+\frac{1}{3}$;

4. Increase number $\frac{5}{14}$ on a) $\frac{2}{14}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{3}{7}$; d) $\frac{5}{3}$; f) $\frac{7}{9}$;e) $\frac{3}{28}$; g) $\frac{7}{154}$;

5. Find the sum of numbers fifteen twenty second and thirty nine fifty fifth;

6. Are the equalities true a) $\frac{2}{5}+\frac{3}{10}=\frac{5}{10}$; b) $\frac{7}{12}+\frac{1}{3}=\frac{11}{12}$; c) $\frac{2}{5}+\frac{4}{7}=\frac{34}{35}$;

7. Instead of dots insert number to make the equality true:

a) $...+\frac{5}{37}=\frac{12}{37}$; b) $\frac{26}{19\cdot 3}+...=\frac{9}{19}$; c) $\frac{...}{34}+\frac{11}{42}=\frac{25}{84}$; d) $\frac{8}{33}+\frac{16}{...}=\frac{56}{165}$;

f) $\frac{...}{156}+\frac{...}{510}=\frac{4857}{13260}$ (the numerator of the first fraction is more than the numerator of the second fraction on 48).

The methodical supply «System of exercises for the prevention of mathematical mistakes of pupils of 5th form» is intended for use by students of mathematical faculty in teaching practice and mathematics teachers of general schools in educational process. Preventive activity of the teacher of maths with the help of the given system of exercises assumes performance by teachers of the following two groups of requirements to performance of the tasks by pupils: obligatory requirements (a faultlessness; validity; exhaustive character) and desirable requirements (the greatest simplicity of solution; appropriate recording; explanation of the way of the solution; probable generalization of the solved task).

Summary

The basis course of mathematics plays a main part at a school education system. The realized, purposeful and successive studying of mathematics forms 5 - 10 classes allows pupils to seize strong base for continuation of training in 11-12 forms. However it is necessary to ascertain, that pupils during training make a great number of mistakes of a different kind. Only by liquidation of mistakes, erroneous actions it is possible to provide qualitative mastering of a material on mathematics. Absence of a certain system of exercises complicates preventive activity of a teacher directed on preventive measures of correct mastering of mathematical knowledge. The given system of exercises, on our mind, should meet the following basic didactic requirements: **to include** tasks which base on the knowledge and skills generated at pupils, and promote the prevention of the basic mistakes, at mastering each theme on mathematics; **to keep** constants essential attributes of investigated concept (action, etc.), for the prevention of an erroneous conclusion or generalization; **to arrange** with a growing degree of complexity, for consecutive fastening each skill and the prevention of an opportunity of occurrence of mistakes or erroneous actions; **to contain** a great number of tasks for realization of the differentiated approach to training pupils to mathematics; **to include** a system with various levels of representation of tasks depending on readiness of pupils. We developing the methodical supply «System of exercises for the prevention of mathematical mistakes of pupils of 5th form» for the use by students of a mathematical faculty and teachers of mathematics at general schools in educational process.

РОЛЬ МАТЕМАТИКИ В ЭДУКАЦИОННОМ ПРОЦЕССЕ СПЕЦИАЛИСТОВ БУХГАЛТЕРСКОГО УЧЕТА

Марите Зенкявичене
Алитусская коллегия
Емиле Григалявичене
Мариямпольская коллегия

Abstract. *In this announcement are described content and methods of program of accountancy studies in colleges of Alytus and Marijampole.*

Keywords: *account tally, development of skills, intermediate reckons, final assessment, methods of mathematical modeling, practical works, purpose of mathematics, self-sufficient work.*

Программы неуниверситетского обучения должны обеспечивать высшее профессиональное образование в определенных направлениях. В целях коллегий предусмотрено создание условий для получения высшего образования и профессиональной квалификации, соответствующих нуждам хозяйства, науки и уровню новых технологий Литвы. Это видно из ежегодно повышающихся конкурсов на предлагаемые учебные программы и уровня подготовки поступающих.

Одной из учебных программ является бухгалтерский учет. Цель этого доклада – показать значимость математики в осуществлении учебной программы бухгалтерского учета и выявить связи математики с другими предметами.

Назначение программы бухгалтерского учета – подготовить бухгалтеров, которые смогут самостоятельно или в коллективе работать на предприятии, в учереждении или организации, в которых выполняется хозяйственная или финансовая деятельность, развивать общие умения, предоставить возможность углублять знания в отдельных областях предмета. Объем программы составляет 120 кредитов (1 кредит – 40 условных рабочих часов студента).

В программе бухгалтерского учета общеобразовательным предметам выделяются 36,5 кредитов. Это составляет 30.4 % всей программы. Математике выделяется 3 кредита. Назначением предмета в этой учебной программе является формирование системы знаний, умений и навыков по математике, нужных для усвоения избранной профессии и для удовлетворения потребностей реальной жизни.

Темы по математике подобраны такие, которые помогут осуществить все цели этой программы:

- Знать методы математического моделирования и применять их в экономике
- Уметь подсчитывать проценты и показывать их в учете доходов

В учебном плане по математике подобраны темы:

- Основы предпринимательства математики
- Матрицы. Детерминанты. Системы прямых уравнений
- Функции. Пределы. Непрерывность
- Производная функции и дифференциал. Применение произ–водных
- Неопределенный интеграл
- Определенный интеграл. Его применение
- Числовые ряды
- Случаи. Их вероятность. Случайные величины

Математика нужна при формировании и решении различных задач по экономике.

Рассмотрим, какие умения развивает материал каждой темы.

В теме «Основы предпринимательства математики» студенты знакомятся с понятиями вклада, периода доходов, учатся отличать простые доходы от сложных, подсчитывать накопительный вклад, решать задачи по возвращению кредита.

В теме «Матрицы. Детерминанты. Системы прямых уравнений» студенты учатся составлять и решать прямые уравнения и их системы, составлять технологическую матрицу системы спроса, матрицы произ–водственного плана, составлять балансовое уравнение экономической системы, устанавливать, когда экономическая система является про–дуктивной.

Рациональное планирование деятельности и управление являются одной из важнейших задач экономики. В жизни часто встречаются ситуации, когда при наличии огранниченных средств пытаются достигнуть лучшего результата. Обычно такие задачи имеют множество решений, а из них надо найти самые лучшие – оптимальные решения. Задачи такого типа называются задачами по оптимизации. Они решаются при изучении темы «Прямые неравенства и задачи по оптимизации».

Студенты учатся составлять математическую модель проблемы, систему ограничений, функцию цели, устанавливать множество допускаемых значений.

Определение функции является одной из основных задач в математике. В теме «Функции. Пределы. Непрерывность» развиваются умения описывать жизненные ситуации функциями, анализировать особенности функций, понять определение предела, непрерывность функции, учатся подсчитывать пределы. Функциональные связи выражаем во множестве экономических явлений – росте экономики, росте общего национального продукта и изменении других экономических показателей.

В теме «Производная функции и дифференциал. Применение производных» закрепляются навыки подсчета производных, студенты учатся применять производные в задачах реального содержания, так как производная функции измеряется скоростью изменения различных экономических показателей, на нее опираются расходы экономических пределов, прибыли по отношению спроса эластичности цен, понятия об эластичности общих расходов по отношению к количеству продукции.

В темах «Неопределенный интеграл», «Определенный интеграл. Его применение» добиваемся, чтобы студенты подсчитывали интегралы разными методами, так как интегралы также используются в экономике. В микроэкономике говорится об общей выгоде, выполненной работе, которые выражаются определенными интегралами. Неопределенные интегралы нужны в преподавании вероятностей и в ее применении.

В теме «Случаи. Их вероятность. Случайные величины» учим студентов создавать математические модели случайных величин, подсчитывать вероятность, пользоваться вероятностями при анализе различных производственных и экономических явлений.

Программа предмета осуществляется во время теоретических лекций, практических занятий и самостоятельной работы.

Во время теоретических лекций студенты выслушивают теоретический материал, знакомятся с новыми понятиями, определениями, доказательствами некоторых положений и формул, применением теоретического материала, решением типических задач. Теоретические знания студенты приобретают и сами, работая с учебниками, методическими указателями и конспектами.

Пересмотрев операционные и творческие методы по развитию самостоятельной работы, видно, что больше всего распостранен метод практических занятий.

Цель практических занятий – помочь формированию и совершенствованию умений и навыков, которые являются основой дальнейшей деятельности. Осуществляя цели математики, практические занятия занимают первое место по отношению ко времени. Их можно охарактеризовать и как метод, и как форму организации обучения в неуниверситетском высшем учебном заведении.

Практические занятия опираются на полученные знания. Если во время лекций почти невозможно прямое дифференцирование содержания, то во время практических занятий педагог лучше узнает студента, ближе общается с ним, дифференцирует самостоятельную работу и содержание практических занятий. Во время практических занятий закрепляются и углубляются знания, развиваются умения применять теоретические знания при решении задач, совершенствуются практические навыки, проводятся исследования. Во время практических занятий изменяется и роль преподавателя – от предъявителя знаний переход к роли организатора самостоятельной работы, консультанта и партнера. Во время практических занятий организуется работа в группах или в парах. После получения новых знаний и навыков работа студентов становится все самостоятельнее, интенсивнее.

В коллегиях самостоятельное обучение выполняется в двух аспектах:

1. Самостоятельное изучение некоторых тем или их частей.
2. Выполнение заданий в самостоятельной работе.

Во время первой лекции студентам предлагается расширенная программа, в которой указано назначение предмета, цели, задачи, объем, оценка результатов обучения, распределение часов обучения, содержание предмета, рекомендуемая литература.

Для самостоятельного обучения назначается подготовка рефератов, доклады по теории и их представление товарищам по группе. Часто темы для самостоятельного обучения назначаем группам или парам. Это побуждает студентов к взаимопомощи и личной ответственности каждого за выполненную работу. Выполнение и представление этих работ оцениваются.

Добиваясь развития у студентов самостоятельности, углубленного знания предмета и помогая подготовиться к отчетам по теме, студентам даются самостоятельные работы.

Самостоятельные работы – это задания, которые студенты выполняют не во время лекций. Их цель – развивать у студентов самостоятельность, поощрять их добиваться более глубоких знаний, изучать дополнительную литературу, искать ответы на вопросы, анализировать, делать выводы.

Студенты бухгалтерского учета математику изучают в первом семестре, им даются три самостоятельные работы.

Задания для первой самостоятельной подготовлены по темам:

- Основы предпринимательства математики
- Решение систем прямых уравнений
- Матрицы и детерминанты
- Прямые неравенства и задачи по оптимизации

Задания для второй самостоятельной работы подготовлены по темам:

- Функции. Пределы. Непрерывность
- Производная функции и дифференциал

Задания для третьей самостоятельной работы подготовлены по темам:

- Неопределенный интеграл
- Определенный интеграл. Его применение
- Ряды чисел

Требуем, чтобы студенты выполняли работы правильно и аккуратно, используя основную и дополнительную литературу. Развивая компьютерную грамотность студентов, желательно, чтобы работы были выполнены с помощью компьютера. Выполненные работы нужно защитить. Студентам заранее предлагаются график выполнения и критерии оценки.

Указываются критерии оценки, которые детально обсуждаются со студентами. Используем различные методы контроля результатов обучения – промежуточные отчеты (контрольные работы, рефераты, доклады, проекты, коллоквиумы). Каждый студент оценивается на столько, сколько он сам участвует в учебной деятельности.

В итоговой оценке применяем такую формулу:

ИО = 0,1 СР + 0,3 ПО + 0,1 КК + 0,5 Э

или ИО = 0,2 СР + 0,2 КР + 0,1 КК + 0,5 Э

здесь : ИО – итоговая оценка

СР – оценка самостоятельных работ

ПО – промежуточный отчет

КР – оценка контрольных работ

КК – оценка коллоквиума

Э – оценка экзамена.

Экзамен могут сдавать только те студенты, у которых составные части накопительной оценки составляют не менее 5 баллов. Если предмет преподается в первом и во втором семестре (заочное отделение), первый семестр заканчивается дифференцированным зачетом, оценка которого накопляется за семестр

ДЗ = 0,2 СР + 0,5 ПО + 0,3 КК

здесь: ДЗ – оценка дифференцированного зачета.

Тогда во втором семестре, который заканчивается экзаменом, в итоговую оценку входит и оценка дифференцированного зачета, а экзамен студенты сдают только по материалам второго семестра

ИО = 0,1 СР + 0,2 ПО + 0,2 ДЗ + 0,5 Э

Система накопительной оценки мотивирует студентов честно работать весь семестр, а не только перед экзаменом, поощряет их самостоятельность и самоконтроль. Важно, чтобы студент заранее знал, как он будет оцениваться.

Уже третий год, как наша коллегия готовит специалистов по бухгалтерскому учету. На эту специальность поступают абитуриенты с довольно высоким средним баллом. Их знания по математике позволяют нам работать без значительных проблем. Уже на первом курсе они способны логически мыслить и анализировать.

Для углубления знаний студенту необходимо много работать самостоятельно. Поэтому мы рекомендуем ему дополнительную литературу. Особенно считаем полезной книгу авторов А.Апиниса и Е.Станкуса «Прикладная математика». Сами тоже приготовили и издали пособие «Практикум по математике».

Не представляем себе специалиста по бухгалтерскому учету, не знающего математики. Стараемся, чтобы наши студенты осознали это. Только специалист с достойным багажом знаний по математике сможет грамотно вести учет на предприятиях, учереждениях и организациях, анализировать финансовую деятельность предприятия, работать в команде и самостоятельно принимать решения.

Выводы

1. Математика, как предмет, помогает осуществить цели программы специальности бухгалтерского учета.
2. Многие темы тесно связаны с другими учебными предметами (микроэкономика, экономика предпринимательства, финансы предприятий, информационные технологии).

Литература

1. Apynis A., Stankus E. Matematika. *Vadovėlis su taikymo ekonomikoje pavyzdžiais*. - Vilnius: TEV, 2001.

2. Apynis A., Stankus E. Matematika. *Taikymai ekonomikoje ir versle*.- Vilnius: Leidybos centras, 1995.
3. Ramsden P. *Kaip mokyti aukštojoje mokykloje.* Vilnius, 2000.
4. Nuosekliųjų studijų programų nuostatos, patvirtintos LR Švietimo ir mokslo ministro 1999 m. gruodžio 22 d. įsakymu Nr. 1960

Summary

In this announcement are described the purposes of accountancy program, goals of the studies program. To achieve these goals helps the subject of mathematics.

Also here are introduced the program of mathematics, the aims of this subject and connection with others subjects.

It is shared experience about the methods of studies and the system of evaluation.

PARTICIPANTS

1	Elts Abel	elts.abel@ut.ee
2	Jüri Afanasjev	Jyri.Afanasjev@ut.ee
3	Agnis Andžāns	agnis.andzans@lu.lv
4	Antanas Apynis	antanas.apynis@maf.vu.lt
5	Algirdas Ažubalis	algirdas.azubalis@one.lt
6	Tatjana Bakanoveinė	atania@centras.lt
7	Liepa Bikulčienė	liepa.bikulciene@ktu.lt
8	Dace Bonka	dace.bonka@lu.lv
9	Natalia Brovka	gbrovka@bntu.by
10	Vytautas Bernotas	bernotas@vpu.lt
11	Nijolė Cibulskaitė	nci@takas.lt
12	Sarmīte Čerņiajeva,	sarma@cs.llu.lv
13	Anu Palu	Anu.Palu@ut.ee
14	Jūratė Dabulytė-Bagdonavičienė	jurgita.dabulyte@ktu.lt
15	Jurga Deveikytė	diute@email.lt
16	Jolita Dudaitė	jolita@nec.lt
17	Aistė Elijio	aiste@nec.lt
18	Rasma Garleja,	evf@lanet.lv
19	Klavdija Ģingule	Edvinsg2003@navigator.lv
20	Edvīns Ģingulis	Edvins.Gingulis@inbox.lv
21	Emilija Grigalevičienė	grigaleviciene@one.lt
22	Hannes Jukk	Hannes.Jukk@ut.ee
23	Benita Judrupa	benita @lanet.lv
24	Ojārs Judrups	Ojars.Judrups@lu.lv
25	Tiiu Kaljas	kaljas@tpu.ee
26	Ilmārs Kangro	kangro@ru.lv
27	Romualdas Kašuba	Romualdas.Kasuba@maf.vu.lt
28	Viktar Kazachonak	Kazachenok@bsu.by
29	Evija Kopeika	evija.kop@tvnet.lv
30	Ričardas Kudžma	Ricardas.Kudzma@maf.vu.lt
31	Aira Kumerdanka	kumaira@one.lv
32	Jelena Kuznetsova	–
33	Madis Lepik	mlepik@tpu.ee
34	Tiit Lepmann	Tiit.Lepmann@ut.ee
35	Joana Lipeikienė	joanal@vpu.lt
36	Narimantas Listopadskis	narlis@ktu.lt
37	Juozas Juvencijus Mačys	jmacys@ktl.mii.lt
38	Jānis Mencis	jmencis@one.lv
39	Aleksander Monakov	amonakov@tpu.ee

40	Visvaldis Neimanis	visvaldisneimanis@lu.lv
41	Irina Novik	gbrovka@bntu.by
42	Rudolfs Ozolins	rudolfs@cs.llu.lv
43	Vidmantas Povilas Pekarskas	vidmantas.pekarskas@ktu.lt
44	Līga Ramāna	ligar@lanet.lv
45	Jovita Saldauskienė	j.saldauskiene@eif.viko.lt
46	Jaak Sikk	jsikk@hotmail.com
47	Uladzimir Skatsetski	erovenko@bsu.by
48	Eugenijus Stankus	eugenijus.stankus@maf.vu.lt
49	Lina Stasiunaite	l.stasiunaite@post.skynet.lt
50	Laima Tynčenko	povleon@takas.lt
51	Tõnu Tõnso	tonu@tpu.ee
52	Anna Vintere	anna.vintere@tl.lv
53	Vytautas Virkutis	mat.kat@eif.viko.lt
54	Yury Zalatukhin	kaf_agimpm@grsu.by
55	Sergey Zenko	sergey.zenko@tut.by
56	Marytė Zenkevičienė	marytez@one.lt
57	Daiga Žaime	daigazaime@inbox.lv