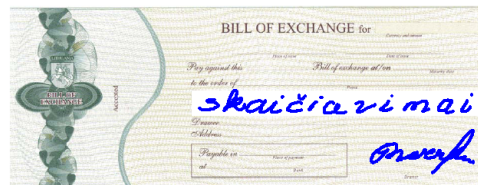


Vilniaus universitetas

Matematikos ir informatikos fakultetas

Gintautas Bareikis



Paskaitų konspektas

Vilnius 2011

TURINYS

1. ĮVADAS. PROCENTAI	
1.1 Procentai (nuošimčiai)	4
1.2 Faktinės vertės skaičiavimas	8
1.3 Procentų taikymas komercijoje. Nuolaidos	10
1.4 Procentų taikymai prekyboje	12
Uždaviniai savarankiškam darbui	16
Privalomos namų darbų užduotys	21
2. PAPERASTOSIOS PALŪKANOS	
2.1 Palūkanų skaičiavimo formulės	24
2.2 Kapitalo kitimas. Paprastųjų palūkanų atvejis	25
2.3 Paprastosios palūkanos. Tolydus laikas	27
2.4 Ekvivalenčios vertės paprastųjų palūkanų atveju	29
Uždaviniai savarankiškam darbui	30
Privalomos namų darbų užduotys	33
3. SUDĖTINĖS PALŪKANOS	
3.1 Pagrindinės sąvokos	34
3.2 Sudėtinių palūkanų skaičiavimas tiksliu metodu. Nuolatinis kaupimas	35
3.3 Diskontas sudėtinių palūkanų atveju	37
3.4 Verčių lyginimas sudėtinių palūkanų atveju	38
3.5 Ekvivalenčios palūkanų normos. Efektyvioji palūkanų norma	39
3.6 Paprastųjų ir sudėtinių palūkanų ekvivalentumas	41
Uždaviniai savarankiškam darbui	42
Privalomos namų darbų užduotys	45
4. ANUITETAS. (PERIODINIAI MOKĖJIMAI)	
4.1 Anuiteto samprata	48
4.2 Paprastas įprastinis ir išankstinis anuitetai	49
4.3 Paprastas atidėtas anuitetas. Atidėto anuiteto būsimoji ir dabartinė vertės	50
4.4 Paprastas nuolatinis (viso gyvenimo) anuitetas ir jo modifikacijos	52
4.5. KOMPLEKSINIS ANUITETAS	
4.6 Kompleksinio anuiteto samprata	58
4.7 Įprastinis kompleksinis anuitetas	59
4.8 Išankstinis kompleksinis anuitetas	61
4.9 Kompleksinis atidėtas anuitetas	61
4.10 Viso gyvenimo anuitetas kompleksinių periodinių mokėjimų atveju	62
4.11 Papildomas skyrius. Bendrosios pinigų srauto formulės	62
Uždaviniai savarankiškam darbui	67
Privalomos namų darbų užduotys	70

5. PASKOLŲ AMORTIZAVIMAS. KAUPIAMIEJI FONDAI (RENTOS)	
5.1 Paskolų gražinimas taikant anuiteto metodą	73
5.2 Skolos amortizavimas įprastinio atidėto anuiteto atveju	78
5.3 Skolos amortizavimas kompleksinio anuiteto atveju	79
5.4 Skolos amortizavimas paprastųjų palūkanų atveju	81
5.5 Kaupiamieji fondai. Anuiteto metodas	85
5.6 Kaupiamieji fondai kompleksinio anuiteto atveju	88
5.7 Kaupiamieji fondai paprastųjų palūkanų atveju	88
Uždaviniai savarankiškam darbui	89
Privalomos namų darbų užduotys	91
6. FIKSUOTO PAJAMINGUMO VERTYBINIAI POPIERIAI	
6.1 Vekseliai. Paprastųjų palūkanų atvejis	93
6.2 Vekselių diskontavimas	95
6.3 Vekseliai iki pareikalavimo	98
6.4 Forfeitingo metodas	100
6.5 Vekselių diskontavimas sudėtinių palūkanų atveju	103
6.6 Obligacijos	105
6.7 Obligacijos su kuponais	106
6.8 Paprastojo anuiteto atveju	107
6.9 Kompleksinio anuiteto atvejis	109
6.10 Obligacijos išigyjimo ir rinkos kaina	110
6.11 Obligacijų nuolaidos ir pajamos	113
6.12 Periodinės, serijinės ir be kuponų obligacijos	115
6.13 Obligacijos su kuponais gražos normos	118
6.14 Obligacijų trukmė	122
Uždaviniai savarankiškam darbui	126
Privalomos namų darbų užduotys	128
7. INVESTAVIMO PELNINGUMO VERTINIMAS	
7.1 Dabartinės vertės metodas	130
7.2 Investicinio projekto pelningumo vertinimas	133
7.3 Grynosios dabartinės vertės metodas	134
7.4 Vidinės gražos normos metodas	136
7.5 IRR nustatymo metodai	137
7.6 Modifikuota vidinė pelno norma	139
7.7 Sąskaitos gražos normos skaičiavimas	140
7.8 Vidutinės normos metodas	141
Uždaviniai savarankiškam darbui	143
Privalomos namų darbų užduotys	145
8 tema. TURTO VERTĖS SKAIČIAVIMO METODAI	
8.1 Sąvokos	147
8.2.1 Vidurkių metodai	148
a) Įprastinis tiesinis metodas	148
b) Valandų skaičiaus metodas	149
c) Produkcijos kiekio metodas	150

8.2.2 Dvigubas - mažėjančios vertės metodas	151
a) Metų skaitmenų sumos metodas.....	151
b) Dvigubo balanso metodas.....	152
b1) Paprastas dvigubo balanso metodas.....	153
b2) Kompleksinis dvigubo balanso metodas.....	154
8.2.3 Pastovaus procento metodas.....	155
8.2.4 Sudėtinės vertės metodas apimantis investuoto turto gražos palūkanas	155
a) Anuiteto metodas.....	155
b) Taupymo fondų metodo taikymas nuvertėjimui.....	157
Uždaviniai savarankiškam darbui	159
Privalomos namų darbų užduotys	159
9 tema. EKSPLOTUOJAMO TURTO VERTĖ. TURTO KAPITALIZAVIMAS	
9.1 Turto išaikvojimas	161
9.2 Gražos norma	163
9.3 Išaikvojimo, iki pasirinktų metų, nustatymas	163
9.4 Turto kapitalizacija	164
9.5 Kaštų kapitalizacija	164
9.6 Periodiniai investavimo kaštai.....	166
9.7 Investavimo vertinimas remiantis periodiniais kaštais.....	167
9.8 Investiciniai kaštai, kai naudojama produkcijos kaštų bazė.....	169
Uždaviniai savarankiškam darbui	171
Privalomos namų darbų užduotys	173

PASTABOS APIE KURSĄ

Pateiktoje medžiagoje yra nagrinėjami pinigų srautų valdymo problemos, fiksuoto pajamingumo vertybinių popierių verčių skaičiavimo klausimai, nagrinėjama turto vertės nustatymo problematika, modeliuojamos įvairios finansinės situacijos siūlomi jų sprendimo metodai. Išklause šį kursą ir besidomintys praktiniais investavimo bei finansinių srautų valdymo klausimai susipažins ne tik su sąvokomis, bet ir praktinių finansinių problemų (investicijų vertinimo, turto vertės nustatymo, jo auditavimo bei kaštų kapitalizacijos) sprendimo metodais.

Konspektas sudarytas remiantis žemiau pateikta literatūra bei autoriaus pastebėjimais.

Literatūra

1. Bowen E.K. Mathematics: with applications in management and economics. Richard D. Irwin, 1980.
2. Cartledge P. Financial arithmetic. A practitioners guide. Euromoney Books, 1993.
3. S.A. Hummelbrunner Contemporary business mathematics. Pretice-Hall Canada Inc. Scarborough, Ontario, 1990
4. P. Katauskis. Finansinė analizė. Vilnius: Lietuvos banko finansų ir draudimo institutas. 1997
5. E. Valakevičius. Investavimas finansų rinkose. Leidykla "Technologija". 2008

Skyriaus tikslai:

- Pasikartoti paprasčiausias finansines sąvokas, kurios bus taikomos kituose skyriuose.
- Skaičiuoti procentų taikymo uždavinius. Taikyti procentinių sąryšių formules prekybiniuose bei verslo santykiuose.
- Modeliuoti matematinio bei realaus turinio situacijas, vertinant šias situacijas remtis skaitiniais argumentais.

1 tema. ĮVADAS. PROCENTAI

1.1 Procentai (nuošimčiai)

Pastaba Viso šio kurso svarbus akcentas- elementarieji skaičiavimai ir skaičių apvalinimas. Paprastai gautus rezultatus reikšime dešimtaine trupmena, o pastarąją apvalinsime šimtųjų tikslumu. Nepriklausomai nuo to ar gautas rezultatas tikslus ar apytikslis gautus skaičiavimus priskirsime naudodami lygybės ženklą. Jei atskirai nebus pasakyta, paprastai apvalinsime šimtuju tikslumu.

Vertindami, priimdami įvairius sprendimus, beveik visuomet atliekame skaičiavimus. Tad neišvengimai tenka susidurti su nagrinėjamų sąvokų, kuriomis charakterizuojami objektai (subjektai) kiekybiniais parametrais. Paprastai objekto kiekybinę charakteristiką vadiname dydžiu. Tad vertindami sąvokas tomis pačiomis charakteristikomis (dydžiais) mes galime priimti sprendimus vadovaudamiesi objektyviais kriteriais.

Pavyzdžiui, norime sužinoti kiek kartų 10 km. atstumas yra didesnis negu 8 km. atstumas, dalijame 10 iš 8. Kitaip tariant, jei lyginame 10 su 8, tai daliname 10 iš 8 ir atvirkščiai, jei norime išsiaiškinti kiek kartų skiriasi (nagrinėjamu atveju mažesnis) 8 nuo 10 (lyginame 8 su 10), mes 8 daliname iš 10. Apibendrinkime šią problemą.

Tarkime nagrinėjami du dydžiai x ir y . Norėdami palyginti dydį x su dydžiu y mes galime elgtis dvejopai: 1) nagrinėti šių dydžių skirtumo modulį- šiuo atveju nustatysime absoliutų skirtumą $|x - y|$ arba 2) lyginti dydžius santykinai (kartais), t.y. vieną dydį kito dydžio dalimis, skaičiuojame dydžių santykį:

$$\frac{x}{y}.$$

Pirmuoju atveju nustatome keliais vienetais (vienetų dešimtosiomis dalimis) vienas dydis skiriasi nuo kito, o antruoju atveju nustatome kiek kartų vienas dydis skiriasi nuo kito (nagrinėjamu atveju x nuo dydžio y) matuojant skirtumą dydžio y masteliu arba kitaip tariant dydžio y šimtosiomis dalimis.

Apibrėžimas Dydžio X viena šimtoji dalis yra vadinama to dydžio vienu procentu (nuošimčiu).

Lyginant skirtingus dydžius tenka vieną dydį reikšti kito dydžio šimtosiomis dalimis (procentais). Dydis, kurio šimtosiomis dalimis yra lyginamas kitas arba kiti dydžiai, vadinamas procentų baze, o lyginamasis dydis paprastai vadinamas procentu.

Paprastai, kai žodis "procentas" yra po skaičiaus, tarkime P , tai rašoma $P\%$. Procentų radimo uždaviniai neatsiejami nuo proporcijų sudarymo ir sprendimo uždavinių. Mes išskirsime dažniausiai pasitaikančius uždavinių su procentais tipus. Beje, $P\%$ atitinkančias šimtasias dalis žymėsime simboliu p .

Kitaip tariant, užuot rašę 70% rašysime $0,7$ Panagrinėkime dažniausiai pasitaikančius procentų radimo uždavinius.

Grįžkime prie jau nagrinėtų klausimų. Tarkime duoti du dydžiai: X ir Y . Tada šių dydžių santykis

$$\frac{X}{Y} = p$$

vadinamas procentiniu santykiu, o lygybė

$$X = pY$$

pagrindine procentine lygybe. Atkreipsime dėmesį, kad šiuo atveju dydį X (procentą) lyginame su dydžiu Y (baze) (bet ne atvirkščiai) ir dydį X išreiškiame arba lyginame su dydžio Y šimtosiomis dalimis arba kitaip tariant procentais. Pavyzdžiui lygybė $Y = 0,8Y$ kalbant procentų terminais reiškia, kad X yra lygus 80-iai dydžio Y procentų. Tuo tarpu į klausimą: "keliems dydžio X procentams yra lygus dydis Y ?" bus galima atsakyti, kai išreikšime: $Y = 1,25X$. Taigi, Y yra lygus 125-iesiems dydžio X procentams.

Panagrinėkime dažniausiai pasitaikančius procentų radimo uždavinius.

1) Apskaičiuoti, kiek žinomas dydis Y sudaro kito žinomo dydžio X procentų $P\%$ (kitaip tariant keliems dydžio X procentams yra lygus dydis Y .) Taigi, šiuo atveju dydis X yra bazė ir šio dydžio šimtosiomis dalimis išreiškiame dydį Y .

Remdamiesi formuluote galime teigti, kad dydis Y yra lyginamas su dydžiu X . Dalindami dydį Y iš X gauname, keliems X šimtadaliams yra lygus dydis Y , t.y.

$$y = pX, \text{ arba } p = \frac{Y}{X}. \text{ Tada } P = \frac{100Y}{X}$$

Pastaba Visame šiame leidinyje, naudodami pinigų vertės sąvoką atsiribojame nuo konkretaus piniginio vieneto, naudodami tik nominalo žymenį. Pavyzdžiui, užuot rašę, kad produktas kainuoja 20 eurų rašysime trumpai 20.

Pavyzdys Tarkime, kad nauja produkto kaina yra $Y = 90$, o sena- $X = 60$. Keliems naujosios kainos procentams yra lygi senoji kaina ir atvirkščiai, keliems senosios kainos procentams yra lygi naujoji kaina.

Lygindami senąją kainą su naująja gauname, kad $X = pY$ arba $p = \frac{X}{Y} \approx 0,66$, o lygindami naująją su senąja gauname, kad $p = \frac{90}{60} = 1,5$. Tad senoji sudaro maždaug 66% naujosios, o naujoji sudaro 150% senosios.

2) Raskime žinomo dydžio X , nurodytą procentų skaičių $P\%$.

Tarkime, kad norime rasti žinomo dydžio X , $P\%$. Tada ieškomų procentų šimtasias dalis $p = P/100$ galime išreikšti taip:

$$X_P = pX.$$

Pavyzdys Tarkime, kad $X = 200$. Raskime šio dydžio 250%, o po to 40%. Turime, kad

$$X_{250} = pX = 2,5 \cdot 200 = 500; \quad X_{40} = 0,4 \cdot 200 = 80.$$

3) Tarkime duotas dydis X . Tarkime, kad šis dydis padidėjo (sumažėjo) $P\%$. Kokia nauja dydžio X_1 skaitinė reikšmė?

Visų pirma pastebėkime, kad jei dydis padidėjo $P\%$, tai prie pradinės reikšmės reikia pridėti P -šimtųjų jo dalių, t.y. naujasis dydis X_1 po padidėjimo yra lygus

$$X_1 = X + \frac{P}{100}X = \left(1 + \frac{P}{100}\right)X = (1 + p)X$$

Gauname didinimo nurodytu procentų skaičiumi, formulę.

Analogiškai, jei dydis Y sumažėjo $P\%$ tai gauname, kad naujasis dydis Y_1 yra lygus

$$Y_1 = \left(1 - \frac{P}{100}\right)Y = (1 - p)Y.$$

Čia kaip visada $p = P/100$.

Pavyzdys Tarkime, kad litro pieno kaina metų pradžioje kainavo 2,2. Per metus ji pakilo 40%. Kokia nauja kaina?

Remdamiesi samprotavimais pateiktais aukščiau randame, kad nauja kaina

$$X_1 = (1 + 0,4) \cdot 2,2 = 3,08.$$

Pavyzdys Žinoma, kad per metus gyvenamojo ploto kaina vidutiniškai nukrito 10%. Kokia būtų namo vertė dabar, jei prieš metus namas kainavo $X = 600000$?

Remdamiesi tai pačiais argumentais randame, kad

$$X_1 = (1 - 0,1)X = 0,9 \cdot 600000 = 540000 \text{ Lt}.$$

Apibendrinkime paskutinįjį uždavinį. Tarkime, kad dydis X pirmą kartą padidėjo $P_1\%$, antrą kartą $P_2\%$, ir t.t. k -ąjį kartą padidėjo $P_k\%$. Tada, naudodamiesi didėjimo formule, gauname:

$$X_k = (1 + p_1)(1 + p_2) \dots (1 + p_k)X. \quad (1)$$

Įrodymas labai paprastas, jis remiasi matematinės indukcijos principu. Turime, kad

$$X_1 = (1 + p_1)X, \quad X_2 = (1 + p_2)X_1 = (1 + p_1)(1 + p_2)X.$$

Tarkime, kad ši formulė teisinga žingsniui $k - 1$ (darome indukcinę prielaidą), t.y.

$$X_{k-1} = (1 + p_1)(1 + p_2) \dots (1 + p_{k-1})X.$$

Čia X_1 dydžio reikšmė po pirmojo padidėjimo ir t.t. X_{k-1} yra dydžio reikšmė po $k - 1$ -ojo padidėjimo. Tada sekančiame k -ajame žingsnyje esamas dydis X_{k-1} padidėja $P_k\%$. Remdamiesi didėjimo formule gauname, kad

$$X_k = (1 + p_k)X_{k-1} = (1 + p_1)(1 + p_2) \dots (1 + p_k)X.$$

Remdamiesi matematinės indukcijos principu galime teigti, kad ši formulė teisinga bet kokiam didėjimų skaičiui. Teiginys įrodytas.

Jeigu dydis didėjo k kartų tuo pačiu procentų skaičiumi $P, \%$ tai tada galutinė dydžio reikšmė (po k -ojo padidėjimo) bus tokia:

$$X_k = (1 + p)^k X.$$

Visiškai analogiška formulė bus jei nagrinėsime dydžio X mažėjimą. Tarkime, kad dydis pirmą kartą sumažėjo $Q_1\%$ ir t.t. k -ąjį kartą sumažėjo $Q_k\%$. Tada dydžio X reikšmė po k mažėjimų, nurodytais procentais, bus tokia

$$X_k = (1 - q_1)(1 - q_2) \dots (1 - q_k)X, \quad (2)$$

čia $q_1 = Q_1/100, \dots, q_k = Q_k/100$. Šios formulės teisingumu siūlome įsitikinti savarankiškai. Beje, jeigu mažinama tuo pačiu Q procentų skaičiumi, tai tada po k mažinimų dydžio reikšmė bus lygi:

$$X_k = (1 - q)^k X.$$

Apibendrinkime šią formulę. Tarkime, kad dydis yra ne tik mažinamas, bet ir didinamas. Tegu pradinis dydis buvo didinamas k kartų, P_1, \dots, P_k procentais ir be to mažinamas Q_1, \dots, Q_l procentais. Beje, didinimas ir mažinimas buvo atliekamas bet kokia eilės tvarka. Tada pradinis dydis buvo "veikiamas" $k + l$ kartą. Galutinę dydžio reikšmę skaičiuosime tokia formule:

$$X_{k+l} = (1 + p_1) \dots (1 + p_k)(1 - q_1) \dots (1 - q_l)X. \quad (3)$$

Pavyzdys Tarkime, kad aukso kaina pirmąjį mėnesį pakilo 5%, o po to antrąjį ir trečiąjį mėnesius krito taip pat po 5%. Keliems senosios kainos procentams yra lygi naujoji aukso kaina, kuri susidarys po penkių mėnesių, jei paskutinius du mėnesius didėjo 2% ir 3% atitinkamai?

Naudodamiesi didėjimo-mažėjimo formule gauname, kad aukso kaina po penkių mėnesių A_5 , lyginant ją su pradine A yra tokia:

$$A_5 = 1,05 \cdot 0,95 \cdot 0,95 \cdot 1,02 \cdot 1,03A \approx 0,995A.$$

Taigi, naujoji kaina sudaro maždaug 99,5% senosios kainos.

4) Panagrinėkime dydžių procentinio skirtumo problematiką. T.y. keliais procentais skiriasi dydis X nuo dydžio Y .

Tarkime, kad dydis X sudaro p dydžio Y procentų, t.y. $X = pY$.

a) Jei $p < 1$, tai tada dydis X yra mažesnis už dydį Y , $(1 - p)100\%$

b) Jei $p > 1$, tai tada dydis X yra didesnis už dydį Y , $(p - 1)100\%$.

Pavyzdys Jei atlyginimas prieš dešimt metų sudaro 40% dabartinio atlyginimo, tai ankstesnis atlyginimas yra 60% mažesnis už dabartinį.

Pavyzdys Prieš metus vidutinis atlyginimas sudarė $X = 1500Lt$, o dabar sudaro $Y = 2000Lt$. Nustatykite;

- keliais procentais skiriasi X nuo Y ;
- keliais procentais skiriasi Y nuo X ;
- kelis X procentus sudaro Y ;
- keliems Y procentams yra lygus X .

Visų pirma nustatome keliems X procentams lygus Y . Tai gauname skaičiuodami santykį: $Y/X \approx 1,33$ arba $Y = 1.33 \cdot X$. Taigi, naujasis vidutinis atlyginimas sudaro 133% senojo atlyginimo. Kita vertus, naujasis atlyginimas yra ≈ 33 procentais didesnis negu senasis arba kitaip tariant skiriasi maždaug 33%.

Lyginant X su Y skaičiuojame santykį: $X/Y = 15/20 = 0,75$. Gavome, kad pradinis vidutinis atlyginimas sudaro 75% naujojo. Be to, senasis vidutinis atlyginimas nuo naujojo vidutinio atlyginimo skiriasi 25% – ais.

Pastaba Sprendžiant procentų uždavinius tenka santykius rašyti dešimtainėmis trupmenomis, kurios paprastai būna begalinės periodinės. Dėl šios priežasties dažnai skaičius apvalinsime šimtųjų tikslumu ir rašysime lygybės ženklą, užuot rašę apytiksliai.

1.2 Faktinės vertės skaičiavimas

Kalbant apie didinimo-mažinimo formules reikėtų paminėti ir formules, kurių dėka galime skaičiuoti faktinio atlyginimo nuvertėjimo-padidėjimo esant infliacijai (defliacijai), sąryšį.

Ši problema susijusi su bazės pasikeitimu, t.y. pakitus procentui, o bazei nesikeičiant, dydžio pokytis lygus procentų pokyčiui. Tuo tarpu jei keičiasi ir bazė, tai faktinis (tikrasis) pokytis bus mažesnis negu procentų pokytis, jei bazė padidėja daugiau negu procentas ir bus didesnis negu procentų pokytis, jei bazė sumažėja. Panagrinėkime pagrindinį procentinį sąryšį

$$r = \frac{X}{Y}.$$

Tarkime, kad dydis $X_1 = (1+p)X$ ir $Y_1 = (1+q)Y$ yra dydžių X ir Y naujos vertės, o dydžiai p, q gali būti tiek teigiami tiek neigiami, kitaip tariant dydžiai didėja arba mažėja pasirinktu procentų skaičiumi. Tada naujasis procentinis santykis yra

$$r_1 = \frac{X_1}{Y_1} = \frac{(1+p)X}{(1+q)Y}.$$

Matome, kad faktinis procentinis pokytis r_1 su senuoju procentiniu santykiu r gali būti siejami tokia lygybe:

$$r_1 = \left(\frac{1+p}{1+q}\right)r = \left(1 + \frac{p-q}{1+q}\right)r.$$

Aišku, kad jei procentas ir bazė didėja tokiu pačiu procentiniu dydžiu, tai faktinis procentinis santykis nesikeičia. Jei bazė didėja didesniu procentų skaičiumi negu procentas X , tai faktinis pokytis sumažėja dydžiu

$$\frac{q-p}{1+q}.$$

Tuo atveju, kai procentas X didėja procentų skaičiumi p , kuris didesnis negu bazės procentinis santykis q , tai faktinis prieaugis yra

$$\frac{p-q}{1+q}.$$

Panagrinėkime situaciją. Tarkime, kad praėjus tam tikram laikotarpiui atlyginimas (atskiro asmens ar bendrai paėmus) pakilo $P\%$, o šio laikotarpio infliacija buvo $Q\%$. Raskime realų atlyginimo pasikeitimą, pasibaigus šiam laikotarpiui (padidėjo ar sumažėjo). Taigi, pasibaigus laikotarpiui nominali atlyginimo vertė $X_1 = (1+p)X$, čia X yra pradinė atlyginimo vertė. Antra vertus, kainos pakilo q procentų. Taigi, sąlyginis produkto vienetas, kuris anksčiau kainavo Y piniginių vienetų, dabar kainuoja $(1+q)Y$ piniginių vienetų. Pastebėkime, kad jei anksčiau darbuotojas už turimą atlyginimą X galėjo nupirkti $\frac{X}{Y}$ produktų, tai dabar jis gali nupirkti $\frac{(1+p)X}{(1+q)Y}$ vienetų. Taigi, perkamoji galia pakito

$$\frac{1+p}{1+q}$$

kartų arba

$$\frac{|p-q|}{1+q} 100$$

procentų. Atkreipsime dėmesį, kad jei $p - q$ teigiamas dydis, tai atlyginimo prieaugis didesnis negu infliacija, o tai reiškia, kad turėsime realų (faktinį) atlyginimo prieaugį. Priešingu atveju prieaugis tik nominalus.

Kita vertus, remiantis minėtais argumentais galime palyginti dvi vertes skirtingais laiko momentais. Tarkime, kad pradiniu laiko momentu buvusi vertė P padidėjo p procentų iki vertės S , t.y.

$$S = (1 + p)P.$$

Be to šio laikotarpio infliacija yra q procentų. Tada faktinė dydžio S vertė yra lygi

$$S = \left(\frac{1 + p}{1 + q}\right)P.$$

Matome, kad jei infliacija sutampa su prieaugio procentu, tai nominaliai besiskiriantys dydžiai faktiškai yra lygūs.

Pavyzdys Raskime realų atlyginimo metinį pasikeitimą, jei per metus atlyginimas padidėjo 20%, o metinė infliacija buvo 10%.

Remdamiesi formule gauname, kad

$$\frac{p - q}{1 + q} = \frac{0.1}{1.1} \approx 0,09.$$

Tad realiai atlyginimas padidėjo maždaug 9 procentais.

Pavyzdys Nustatykite realų (faktinį) atlyginimo pokytį per penkerius metus, jei pirmuosius metus atlyginimas kilo 10%, antruosius, trečiuosius ir ketvirtuosius metus po 15%, o penktuosius 5%. Pirmuosius tris metus buvo 3% defliacija, o ketvirtaisiais ir penktaisiais infliacija 2% ir 5% atitinkamai.

Visų pirma suskaičiuojame penkerių metų atlyginimo prieaugį bei penkerių metų infliaciją, taikydami (1), (3) formules: $1 + p = 1,1^3 \cdot 1,15 \cdot 1,05 \approx 1,60$, $1 + q = 0,97^3 \cdot 1,02 \cdot 1,05 \approx 0,98$. Matome, kad $p = 0,6$ ir $q = -0,02$. Tada faktinė atlyginimo vertė pakito

$$\frac{p - q}{1 + q} \approx \frac{0,6 + 0,02}{0,98} \approx 0,63,$$

t.y. padidėjo $\approx 63\%$.

1.3 Procentų taikymas komercijoje. Nuolaidos

Apibrėžimas *Kainos nuolaida* vadinsime kainoraštyje nurodytos kainos sumažinimą tam tikru procentų skaičiumi.

Paprastai kainų nuolaidos yra taikomos dėl tokių priežasčių:

- 1) išparduodant sezonines prekes;
- 2) siekiant padidinti prekės paklausą, pavyzdžiui į rinką įtraukiant naują produktą;
- 3) skatinant kuo anksčiau atsiskaityti už įsigytus produktus.

Tegu D – nuolaidos dydis, d – nuolaidos procentinė išraiška, S – nurodyta (paskelbta) prekės kaina ir N – kaina su nuolaida (galutinė kaina).

Tada

$$N = S - D, \quad D = dS.$$

Tada prekės kainą su nuolaida galime užrašyti taip:

$$N = (1 - d)S.$$

Skirtumas $1 - d =: n$ vadinamas *nuolaidos daugikliu*.

Pavyzdys Tarkime, kad prekės kaina 100 buvo nukainuota 30%.

Vadinasi nuolaidos dydis $D = 0,3 \cdot 100 = 30$ ir prekės su nuolaida kaina yra $N = 100 - 30 = 70$.

Jei tarsime, kad prekė buvo nukainuota ne kartą, tai galutinę kainą su nuolaida gali skaičiuoti remdamiesi (2) formule.

Pavyzdys Tarkime, kad televizorius, kainavęs 1500 buvo nukainuotas tris kartus procentais: 20%, 10% ir 5%. Raskite galutinę kainą.

Naudodami (2) formulę gauname, kad

$$N = (1 - 0,2)(1 - 0,1)(1 - 0,05)1500 = 1026.$$

Tada galutinė kaina $N = 1026$, o nuolaidos dydis $D = 1500 - 1026 = 476$.

Vadinasi, jei prekė buvo nukainuota k kartų, procentais d_1, \dots, d_k tai galutinės nuolaidos kaštų daugiklis yra gaunamas tokiu būdu:

$$1 - d = (1 - d_1)(1 - d_2) \dots (1 - d_k)$$

arba

$$d = 1 - (1 - d_1)(1 - d_2) \dots (1 - d_k).$$

Pavyzdys Raskite nuolaidos procentą d , jei prekė buvo nukainuota tris kartus procentais 25%, 20%, 10%.

Turime

$$d = 1 - (1 - 0,25)(1 - 0,2) \dots (1 - 0,1) = 0.46.$$

Pastaroji lygybė reiškia, kad vienkartinė 46% nuolaida yra ekvivalenti (yra tokia pati) kaip ir trys nuolaidos po 25%, 20%, 10%.

Pavyzdys Žinoma, kad įmonė visiškai padengs kaštus bei gaus pelną jei produktą parduos už 63,70. Kokia turėtų būti produkto kaina, kad 30% nuolaida būtų galima?

Turime, kad nuolaidos daugiklis $n = 0,7$. Tada $N = nS$ arba $63,70 = 0,7S$. Iš pastarosios lygybės išplaukia, kad $S = 91$.

Aptarsime pasaulinėje praktikoje dažnai taikomus nuolaidų tipus, kai apmokėjimai yra atidedami tam tikram laikotarpiui, o nuolaidos yra taikomos pirkėjui, jeigu jis vykdo išsipareigojimus nurodytais terminais.

Mes nagrinėsime tris šių atidėtų mokėjimų, kuriems taikomos nuolaidos, metodus:

1. **Įprastinių terminų (Ordinary dating);**
2. **Mėnesio pabaigos terminų (End-of-the-month (proximo) dating);**
3. **Prekių išigyjimo terminų (Receipt-of-goods dating).**

Šie trys metodai charakterizuoja nuolaidos dydį bei apmokėjimo terminus. Tačiau visiems trimis metodams yra charakteringi tokie bruožai:

- a) nuolaida yra nurodoma sąskaitoje faktūroje pateiktai sumai;

b) laikotarpis, kuriam yra taikoma nuolaida tarp šalių yra sutiriamas ir nurodomas SF.

c) Jei mokėjimas nėra atliekamas per sutartą laiko intervalą, tai faktūroje nurodyta suma yra išmokama remiantis nusistovėjusia praktika.

1. Įprastinių terminų metodas Taikant šį metodą nuolaidų sistema yra taikoma, jei atsiskaitymai atliekami žemiau nurodytais terminais

$D_1/m_1, D_2/m_2, \dots, D_k/m_k, n/M$; čia D_i – nuolaidos procentai, m_i – dienų skaičius per kurias taikoma nuolaida procentų dydžiui D_i , simbolis n/M (skaitoma apmokėjimas per M dienų) nurodo laikotarpį, per kurį sąskaita turi būti apmokėta visiškai. *Dienos pradedamos skaičiuoti nuo sekančios dienos, kai buvo pasirašyta sąskaita faktūra.*

Pastaba Sąskaitą faktūrą ateityje trumpinsime S.F.

Pavyzdžiui Nurodykite mokėjimus, kuriuos turėtų atlikti pirkėjas, jei pateikta sąskaita faktūra kurioje nurodyta 90000 suma, pasirašyta Rugsėjo 22, terminams 5/10, $n/30$; jei mokėjimai atlikti

a) Spalio 10;

b) Spalio 1.

Sąskaitoje nurodyta, kad 5% nuolaida bus taikoma sąskaitoje faktūroje pasirašytai rugsėjo 22 d. $N = 90000$ sumai, jei ši sąskaita bus apmokėta per dešimt dienų, t.y. iki spalio 2 d., šios dienos neskaičiuojant. Tad jei sąskaita bus apmokėta spalio 10 dieną, teks mokėti visą $90000Lt$ sumą.

Antruoju atveju, apmokant sąskaitą spalio 1 d., mokėjimo laikotarpis patenka į nuolaidai taikomą laikotarpį, tad 5% nuolaida bus taikoma. Pirkėjas mokės

$$N_1 = N - 0.05N = 0.95N = 85500$$

sumą.

Pavyzdys S.F. 75284 pasirašyta Kovo 25, yra apmokėta Balandžio 20 dieną, o S.F. 100000 pasirašyta Balandžio 25, apmokėta Gegužio 3. Abiem šiais atvejais terminai nurodyti tokiu būdu: 5/10, 2/30, $n/60$; . Nurodykite kokiomis sumomis bus apmokamos sąskaitos?

Turime, kad

a) 5% nuolaida bus taikoma 10 dienų, t.y. iki Balandžio 4 d. , o antroji S.F. bus apmokėta taikant 5% nuolaidą, jei mokėjimas bus atliktas iki Gegužio 5 d.

b) 2% nuolaida bus taikoma 30 dienų, nuo balandžio 4 d. iki Balandžio 24 d., antrajai S.F. 2% nuolaida taikoma nuo Gegužio 5 d., iki Gegužio 25 d.

c) S.F. turi būti apmokėta per 60 d. nuo pasirašymo datos.

Taigi 5% nuolaida yra taikoma mokėjimui (N_2), kuris buvo atliktas Gegužio 3d. ir 2% nuolaida taikoma mokėjimui (N_1), atliktam Balandžio 20 d.

Turime, kad $N_1 = 73778$ ir $N_2 = 95000$.

2. Mėnesio pabaigos terminas (E.O.M)

Šio metodo esmė tokia: nuolaida yra taikoma mokėjimams, kurie atliekami per sutartą dienų skaičių, kai dienų skaičiavimai pradedami nuo mėnesio, kuris nurodomas S.F. pabaigos, tiksliau kalbant skaičiuoti pradedame nuo pirmosios kito mėnesio dienos. Reikėtų pastebėti, kad šiuo atveju paskutinė S.F. apmokėjimo diena (bendras mokėjimo intervalas) nėra nurodomas, bet bendrai sutarta, kad šio mokėjimo terminas 20 dienų, pradedant skaičiuoti nuo paskutinės dienos, kuriai dar buvo taikoma nuolaida.

Šiam metodui aprašyti yra naudojami terminai, analogiški įprastiniam metodui: $D_1/m_1, \dots, D_k/m_k$ *E.O.M*;

Pavyzdys S.F. pasirašyta Liepos 13 d., 50000Lt sumai, 10/20 *E.O.M*; apmokėta Rugpjūčio 18 d. Kokia suma buvo sumokėta?

Kaip jau buvo aukščiau paminėta, trumpinys *E.O.M* reiškia, kad apmokant S.F. nuolaida taikoma nuo Liepos 31 d. ir paskutinė diena, kai dar nuolaida taikoma yra Rugpjūčio 19 d. Nagrinėjamu atveju teks mokėti sumą $N_1 = 0,9N = 4500$.

3. Prekių įsigijimo termino metodas (R.O.G)

Šis metodas taikomas, kai laiko intervalai tarp prekių užsakymo bei jų pristatymo gana ilgi. Tai su logistikos problemomis susiję reiškiniai. Pasirašant sutartį yra nurodoma data, nuo kurios pradedant reikia atsiimti prekes ir tuo pačiu terminas per kurį sumokėjus yra taikoma nuolaida. Dienos skaičiuojamos pradedant kita diena kai prekės pasiekia tikslą.

Šio metodo terminalogija yra tokia $D_1/m_1, \dots, D_k/m_k, n/M, R.O.G$;

Pavyzdys A.B. distributorius pasirašė S.F. 10000 Birželio 10 d., tokiems terminams 5/10, $n/30, R.O.G.$, prekėms, kurias atkeliaus laivu Rugpjūčio 15 d. Nustatykite kokia paskutinė nuolaidos taikymo diena ir kokią sumą turės mokėti gavėjas, jei bus taikoma nuolaida.

Taigi, nuolaida taikoma iki Rugpjūčio 25 d., o mokama suma yra

$$N_1 = 95000.$$

1.4 Procentų taikymai prekyboje

Pagrindinis verslo tikslas- uždirbti pelną. Prekiaujant pelnas uždirbamas iš aktyvios pirkimo-pardavimo veiklos. Pelno dydis priklauso nuo daugybės faktorių, kurių mes nenagrinėsime, bet detaliau aptarsime vieną iš minėtų faktorių- prekės įkainavimą.

Parduodamos prekės kainą sudaro tokie dydžiai:

- 1) prekės pirkimo kaštai;
- 2) administravimo išlaidos;
- 3) pelnas, kuris būtinas kad išliktum versle.

Pažymėkime

S – **pardavimo kaina;**

C – **prekės įsigijimo kaštai;**

E – **verslo (administravimo) kaštai.**

Pastebėsime, kad administracinių išlaidų komponente apima darbuotoju atlyginimą, sandėliavimo, transportavimo išlaidos ir t.t.

P – **pelnas.**

Pardavimo kainą sudaro trys pagrindinės komponentės:

$$S = C + E + P.$$

Pinigu suma, kuri gaunama pardavus produkta yra vadinama *pajamomis*.

Pastaba Be šių įvardintų komponentių į prekes kainą paprastai dar įtraukiamas pridėtinės vertės mokestis, kuris paprastai žymimas PVM. Prekes kaina, į kurią įtrauktas PVM mokestis žymėsime S_T .

Taigi, pardavimo kaina su PVM yra tokia:

$$S_T = C + E + P + PVM.$$

Pastaba Jei atskirai nebus paminėta laikysime, kad produktas parduodamas su PVM=0.

Tegu M skirtumas tarp pardavimo kainos ir įsigyjimo kaštų. Šis dydis vadinamas *marža*. Tada

$$M = S - C \text{ arba } M = E + P = EA + V + P.$$

Naudodami maržos sąvoką, prekės pardavimo kainą galime išreikšti tokiu būdu:

$$S = C + M.$$

Pavyzdys A.B. įmonė perka automobilinius akumulatorius, kainuojančius po 84. Administracinės verslo išlaidos sudaro 25% įsigyjimo kaštų, be to pirkėjas tikisi gauti pelną, kuris sudarytų 10% įsigyjimo kaštų. Nustatykite akumuliatorių pardavimo kainą.

Turime, kad

$$S = C + E + P = 84 + 0,25 \cdot 84 + 0,1 \cdot 84 = 113,40.$$

Taigi, akumulatoriai turėtų būti parduoti už 113,40.

Pavyzdys A.B. įmonė perka kompiuterius HP, kurių įsigyjimo kaštai 4200 ir juos parduoda po 5650, kompiuterius ASUS, kurių įsigyjimo kaštai 7800 ir kuriuos parduoda po 9500. Administravimo išlaidos sudaro bendrųjų įsigyjimo kaštų 24%.

Panagrinėkime situaciją su HP. Turime, kad

1)

$$C + M = S, \rightarrow 4200 + M = 5650, \rightarrow M = 1450.$$

2)

$$E = 0,24 \cdot 4200 = 1008.$$

3)

$$P = M - E = 1450 - 1008 = 442.$$

Nagrinėdami antrąją situaciją gauname, kad

1) $M = 1700$; 2) $E = 1872$; 3) $P = -172$.

Gauname, kad prekiaudami HP gauname 442 pelną, o su ASUS patiriame 172 nuostolį.

Paprastai prekybiniuose santykiuose marža nagrinėjama kaip procentinė dalis:

1) procentinė dalis nuo kaštų;

2) procentinė dalis nuo pardavimo kainos.

Marža yra vadinama *antkainiu* (*markup*) jei ji skaičiuojama procentu nuo įsigyjimo kaštų ir marža vadinama *nuolaida* (*markon*), jei ji skaičiuojama procentu nuo pardavimo kainos. Simboliu r_c pažymėkime santykį, kurio bazė kaštai, tada šis santykis bus vadinsime antkainio norma, o santykį r_s , kurio bazė pardavimo kaina vadinsime nuolaidos norma. Taigi

$$r_c = \frac{M}{C} \text{ and } r_s = \frac{M}{S}.$$

Pavyzdys Apskaičiuokime praleistus dydžius a) kaštus, pardavimo kainą, maržą), b) antkainio normą, c) nuolaidos normą, jei

- 1) kaštai, 6000, pardavimo kaina, 7500
- 2) kaštai, 4800, marža, 1600
- 3) pardavimo kaina 8800, marža 3300
- 4) kaštai, 800, marža 800
- 5) pardavimo kaina, 2400, marža 1800

Nr	<i>Praleistas dydis</i>	<i>antkainio norma</i>	<i>nuolaidos norma</i>
1)	$M = 7500 - 6000 = 1500$	$\frac{15}{60} = 0,25; 25\%$	$\frac{15}{75} = 0,2; 20\%$
2)	$S = 4800 + 1600 = 6400$	$\frac{16}{48} = \frac{1}{3}; 33\frac{1}{3}\%$	$\frac{16}{64} = 0,25; 25\%$
3)	$C = 8800 - 3300 = 5500$	$\frac{33}{55} = 0,6; 60\%$	$\frac{33}{88} = 0,375; 37,5\%$
4)	$S = 800 + 800 = 1600$	$\frac{8}{8} = 1; 100\%$	$\frac{8}{16} = 0,5; 50\%$
5)	$C = 2400 - 1800 = 600$	$\frac{18}{6} = 3; 300\%$	$\frac{18}{24} = 0,75; 75\%$

Pavyzdys Kokie parduodamos prekės, kuri kainuoja 6500 kaštai, jei marža

- 1) 30% pardavimo kainos;
 - 2) 30% kaštų.
- 1) Turime $C + M = S$. Remdamiesi pradinėmis sąlygomis gauname, kad:

$$C + 0,3 \cdot 6500 = 6500, \rightarrow C = 4500.$$

- 2) atveju turime, kad

$$C + 0,3 \cdot C = 6500, \rightarrow 1,3C = 6500, \rightarrow C = 5000.$$

Pavyzdys Abiejų produktų A ir B marža lygi po 2580. Tarkime, kad produkto A antkainio norma yra 40%, o produkto B nuolaidos norma 40%. Nustatykite kiekvieno produkto pardavimo bei įsigijimo kainas.

Nagrindėdami duomenis apie produkto A kainą gauname, kad $2580 = 0,4C$. Tada $C = 6450$. Tada pardavimo kaina yra $S = 6450 + 2580 = 9030$.

Analogiškai, žinodami produkto B markon normą gauname, kad $M = 0,4S, \rightarrow 2580 = 0,4S$. Taigi, pardavimo kaina $S = 6450$. $C = 6450 - 2580 = 3870$.

Tarkime, kad prekės kaina yra S . Tegu sumažinta prekės kaina yra N . Tada skirtumą $D = S - N$ vadinsime *prekybine nuolaida*.

Prekybinė nuolaida paprastai taikoma, kai reikia realizuoti susikaupusius prekių kiekius, sezonines prekes arba tiesiog skatinant vartojimą ar reklamos tikslais. Nuolaido dydis priklauso nuo prekės įsigijimo kaštų, administravimo išlaidų, pelno ir pagaliau nuo tai ar geriau prekę parduoti su nuolaida, turint nuostolį ar sandeliuoti iki kito sezono ir mokėti sandeliavimo išlaidas.

Pažymėkime

N – sumažinta kaina;

S – pradinė kaina;

D – nuolaida.

Kaip ir buvo minėta, tada

$$N = S - D.$$

Aišku, kad D gali būti išreikšta procentu nuo pradinės kainos S ir paskutiniai formulė gali būti užrašyta naudojant nuolaidos daugiklį $n = 1 - d$, d – nuolaidos procentas. Tada $D = dS$.
Arba

$$N = (1 - d)S = nS.$$

Bendras prekių aptarnavimas susiję su dviem parametrais – įsigijimo kaštais bei administravimo kaštais. Šios išlaidos žymimos simboliu CT ir vadinamos *bendraisiais prekės kaštais* (*bendrosiomis išlaidomis*), taigi

$$CT = C + E.$$

Akivaizdu, kad jei prekės pardavimo kaina $S = CT$, tai pardavėjas neturi jokio pelno. Jei $CT > S$, tai pardavėjas patiria nuostolį. Kainą S vadinsime **lūžio kaina**, jei $S = CT$.

Vadinasi pelną P galime išreikšti pajamų bei prekių bendrųjų kaštų skirtumu:

$$P = S - CT, \text{ arba } P = N - CT,$$

antruoju atveju prekė parduodama su nuolaida.

Jei preke parduodama su PVM mokesčiu, tarkime šis PVM mokestis yra $p100\%$, tai prekes pardavimo kaina yra tokia:

$$S_T = (1 + p)S = (1 + p)(C + E + P).$$

Nesunku suprasti, kad žinant PVM mokesčio procentą ir pardavimo kainą į biudžetą sumokamo PVM dydis gali būti randamas tokiu būdu:

$$PVM = \frac{p}{1 + p} S_T.$$

Pavyzdys Parduotuvė parduoda dviračius, kurių paskepta kaina 195 už 144,30.

- 1) Koks nuolaidos dydis?
- 2) Kokia nuolaidos norma?

1)

$$D = S - N = 195 - 144,30 = 50,70.$$

2)

$$r_m = \frac{D}{S} = \frac{50,70}{195} = 0,26, 26\%.$$

Pavyzdys Per sezoninį išpardavimą, slidininko batus, kainavusius 245, parduoda su 40% nuolaida. Žinoma, kad batų įsigijimo kaštai yra 96 o administravimo išlaidos sudaro 26% įprastinės pardavimo kainos .

- 1) Už kiek yra parduodami batai?
- 2) Kokie batų bendrieji kaštai ?
- 3) Ar turėjo prekybininkai pelno ar patyrė nuostolių?

- 1) Turime, kad pardavimo kaina $S = 0,6 \cdot 245 = 147$.
- 2) $CT = C + E = 96 + 0,26 \cdot 245 = 159,70$.
- 3) $P = S - CT = 147 - 159,70 = -12,70$ (nuostolis).

Pavyzdys Sulčių gamintojas perka koncentrato sąlyginį vienetą už 2250. Administravimo išlaidos (E) sudaro 50% įsigyjimo kaštų, o norimas pelnas sudaro 30% įsigyjimo kaštų.

- 1) Kiek sumoka sulčių gamintojas už koncentrato sąlyginį vienetą ?
- 2) kokia turi būti pardavimo kaina, kad gamintojas neturėtų nei pelno nei nuostolių?
- 3) Kokia yra didžiausia antkainio norma, kai gamintojas neturi pelno ir nuostolių?
- 4) Kokia didžiausia nuolaidos norma, kai gamintojas neturi pelno ir nuostolių?

1) Naudodami lygybę $S = C + E + P$ gauname, kad
 $S = C + 0,5C + 0,3C$, arba $2250 = 1,8C$ Tada $C = 1250$.

Taigi, gamintojas perka koncentrato vienetą mokėdamas 1250 vienam vienetui.

2) Turime, kad $CT = C + E = C + 0,5C = 1875$. Neturės nuostolių, jei parduos už 1875.

3) Esant nenuostolingai prekybai, maksimalus antkainis yra $D = 2250 - 1875 = 375$. Tada nuolaidos norma $\frac{375}{2250} = 16\frac{2}{3}\%$.

4) Žemiausia kaina, už kurią būtų galima parduoti nepatiriant nuostolių yra tokia: 1250. Maksimalus nuolaidos dydis- $D = 2250 - 1250 = 1000$. Nuolaidos norma $d = \frac{1000}{2250} = 0,44, 44\frac{4}{9}\%$.

Uždaviniai savarankiškam darbui

1. Firmoje dirba 1200 darbuotojų. Praeitą mėnesį premijas gavo 5% darbuotojų. Kiek darbuotojų negavo premijų?

Ats: 1140

2. Per metus darbuotojo atlyginimas nuo 2800 pakilo iki 3150. Keliais procentais pakito atlyginimas per metus?

Ats: 12.5%

3. Prekybininkas pirkto produktą už 792. Nustatykite už kiek jis turi parduoti prekę tam, kad antkainis sudarytų $83\frac{1}{3}\%$?

Ats: 1452

4. Pelnas paskutinįjį ketvirtį nukrito nuo 6540 iki 1090. Keliais procentais sumažėjo pelnas?

5. Obligacijos turėtojas kas metus gauna po 12,5% nuo obligacijos nominaliosios vertės. Nustatykite obligacijos nominaliąją vertę, jei obligacijos valdytojas gauna po 625 kas metus.

Ats: 5000

6. Pastato vertė senamiestyje per 7 metus pakilo nuo 42000 iki 178500. Nustatykite procentinį prieaugį.

Ats: 325%

7. Nustatykite nukainavimo procentą, kuris būtų ekvivalentus trims nukainavimams po 35%, 10%, 5%, paeiliui.

Ans: 45.9%

8. A.B. parduodamas naudotą automobilį pradžioje tikėjosi gauti 11200 pajamų. Bet vėliau nusprendė kainą sumažinti 15%. nustatykite, keliais procentais dar turėtų sumažinti kainą, jei klientas pasiūlo 8092?

Ats: 15%

9. Nukainavus produktą 20%, ir 15% jo vertė nukrito iki 2040. Kokia produkto pradinė kaina?

Ats: 3000

10. Žinoma, kad 80% automobilio kainos yra 180% daugiau negu 40000. Kiek kainuoja automobilis?

Ats: 90000.

11. 7% dydžio X yra lygūs 12-ai dydžio Y procentų. Keliais procentais skiriasi dydis X nuo dydžio Y ir keliais procentais dydis Y skiriasi nuo dydžio X .

12. Produktas kainuoja 70. Keliais procentais reikia padidinti produkto kainą, kad ji sudarytų 245 procentus, 120 kainos.

Ats: $\approx 320\%$.

13. Žinoma, kad produktas kas metus nuvertėja tuo pačiu procentų skaičiumi. Raskite šį nuvertėjimo procentų skaičių, jei žinoma, kad per 10 metų vertė nukrenta 60 procentų.

Ats: $\approx 9\%$.

14. Prekės kaina padidinta 25 %. Keliais procentais ją reiktų sumažinti, kad prekė kainuotų tiek pat, kiek prieš kainos padidinimą?

Ats: $\approx 20\%$.

15. Prekės kaina padidinta 25 %. Keliais procentais ją reiktų sumažinti, kad prekės kaina būtų 10 % didesnė už pradinę jos kainą?

Ats: $\approx 12\%$.

16. Pardavėjas iš gamintojo televizorių pirko už 1200. Jis paskelbė naują kainą, o televizorių pardavęs su 10 % nuolaida, gavo 20 % pelną. Kokią kainą paskelbė pardavėjas?

Ats: 1600

17. 4 litrai skiedinio, turinčio 35 % vandens sumaišyti su 6 litrais skiedinio, kuriame yra 30 % vandens. Kiek procentų vandens yra gautame mišinyje?

Ats: 32%

18. 3 litrai 70 % druskos tirpalo buvo sumaišyta su 2 l 90 % druskos tirpalo. Kiek procentų druskos turi gautas tirpalas?

Ats: 78%

19. Inde buvo 7 litrai 63 % rūgšties tirpalo. Vieną jo litrą nupylė, o į indą įpylė 1 litrą vandens. Kiek procentų rūgšties turi gautas tirpalas?

Ats: 54%

20. Iš 20 tonų rūdos išlydo 8 tonas metalo, turinčio 5% priemaišų. Kiek priemaišų turi rūda?

Ats: 62%

21. Benzino kaina kilo kartą 10%, vėliau 20% ir dar kartą 30%. Kiek vėliau kaina tris kartus krito po 20%. 1) Keliais procentais pasikeitė kaina po šių šešių pokyčių? 2) Keliais procentais skiriasi senoji kaina nuo naujosios? 3) Kelias procentais, du kartus tuo pačiu procentų skaičiumi, reikėtų padidinti naują kainą kad ji už pradinę būtų 30% didesnė?

Ats: 1)12% 2)14% 3)21%.

22. Pirmojo lygio tarnautojas uždirba 75% daugiau negu trečiojo lygio, o trečiojo lygio tarnautojo atlyginimas sudaro 75% antrojo lygio tarnautojo atlyginimo. 1) Kelis procentus

pirmojo ir antrojo lygio tarnautojų atlyginimų sumos sudaro trečiojo lygio tarnautojo atlyginimas? 2) Keliais procentais skiriasi antrojo lygio tarnautojo atlyginimas nuo kitų dviejų atlyginimų sumos? 3) Keliais procentais reikėtų pakeisti pirmojo lygio tarnautojo atlyginimą, kad jis būtų 35% mažesnis negu likusių atlyginimų suma?

Ats: 1) $\approx 32\%$ 2) $\approx 52\%$ 3) sumažinti $\approx 13\%$.

23. Įmonė 30% savo pelno skiria investicijoms, 20% paskirsto akcininkams, o likusią dalį skiria apyvartinėms. Nustatykite, kokias pinigų sumas įmonė skiria investicijoms, akcininkams bei apyvartinėms lėšoms, jei prognozuojamas metinis pelnas bus 120% didesnis negu 80% pernykčio pelno, kuris buvo 2 mln.

Ats: 1) *Invest.* ≈ 1.056 mln.; 2) *Akc.* ≈ 0.704 mln.; 3) *Apyv.* ≈ 1.76 mln.

24. Pirmojo atlyginimas sudaro 70% antrojo, o antrojo 30% mažesnis negu trečiojo. Raskite visų darbininkų atlyginimus, jei žinoma, kad visi kartu uždirba 4000.

Ats: 1) ≈ 895 2) ≈ 1279 3) ≈ 1826 .

25. Direktorius atlyginimas yra 135% didesnis negu vadybininko, o darbininko atlyginimas 20% mažesnis negu vadybininko.

a) Keliais procentais skiriasi vadybininko atlyginimas nuo direktoriaus ir darbininko atlyginimų sumos?

b) Keliais procentais reikėtų pakeisti darbininko atlyginimą, kad jis būtų 40% mažesnis negu direktoriaus atlyginimas

c) Kelis darbininko ir vadybininko atlyginimų sumos procentus sudaro direktoriaus atlyginimas?

d) Keliais procentais reikėtų sumažinti direktoriaus atlyginimą, kad jo atlyginimas už darbininko atlyginimą būtų 20% didesnis?

Ats: a) $\approx 68\%$; b) $\approx 76\%$; c) $\approx 131\%$; d) $\approx 59\%$.

26. Nustatykite realų (faktinį) atlyginimo pokytį (procentais) per trejus metus, jei per šiuos metus atlyginimas kilo 10%, kas metus, o šių metų infliacija buvo 3%, 2%, ir 5% atitinkamai.

Ats: $\approx 10.8\%$;

27. A.B. gavo sąskaitą faktūrą Spalio 5 d. 400000, su nuolaidomis 15%, 7.5%, kurių terminai 3/15, E.O.M.; . 159565 čekį A.B. išsiuntė Lapkričio 15, apmokėdamas dalį skolos.

a) Nustatykite kiek sumažėjo A.B. įsiskolinimas?

b) Kiek dar A.B. skolingas?

Ats. 1) 164500; 2) 150000.

28. Naudodama 35% maržą nuo kaštų, parduotuvė įkainavo prekę 891.

1) Nustatykite produkto kaštus;

2) Kokia marža jei ją skaičiuotume nuo pardavimo kainos?

Ats. 1) 660; 2) 25.9%.

29. Kaklaraištis, kainavęs 21 buvo nukainuotas 25%, 20%. Iš naujo kaklaraištis buvo įkainuotas tam kad padengti administravimo išlaidas (E) kurios sudarė 20% nuo pardavimo kainos, o pelnas sudarė 17% nuo pardavimo kainos. Mėnesio pabaigoje buvo taikoma speciali 20% nuolaida.

a) Nustatykite pradinę pardavimo kainą.

b) Kokia šios prekės lūžio kaina?.

Ats. 1) $S = 20$, 2) 16, 6.

30. Baldų gamybos įmonė Gegužės 10 dieną pasirašė SF, kuria nurodoma prekių pristatymo data Birželio 21 d. Nurodyta vertė 840000 buvo sumažinta $33\frac{1}{3}\%$ ir $12\frac{1}{2}\%$, SF terminas 3/20 R.O.G. Kiek turėtų sumokėti už prekes baldų įmonė, jei norėtų Liepos 9 d. sumažinti išiskolinimą iki 2000.

Ats: 194000.

31. Statybinių medžiagų parduotuvė pasirašė SF Rugsėjo 20 dieną sumai 16000.00 kuri buvo du kartus mažinta procentais 25% ir 20%, su terminais 5/10, 2/30, $n/60$. Už pateiktas prekes parduotuvė atsiskaitė Rugsėjo 30 sumažindama išiskolinimą 5000.00 ir kitu mokėjimu atliktu Spalio 20 skolą sumažino dar 3000.00.

(a) kokią sumą turi parduotuvė dar apmokėti, kad padengtų visą skolą?

(b) Kiek iš viso sumokėjo parduotuvė dengdama išiskolinimą?

Ats: (a) 2000.00, (b) 9310.00

32. A.B. pasirašė SF kurios terminas Gegužės 5 diena, 400000 sumai. Šiai sumai buvo taikytos 15%, $7\frac{1}{2}\%$ nuolaidos, SF terminas 3/15 E.O.M. Apmokant šią SF Birželio 15 d. buvo išsiųstas 159565 čekis apmokant dalį skolos. Nustatykite:

(a) koku dydžiu sumažėjo A.B. išiskolinimas Birželio 15 d?

(b) Kiek dar A.B. skolingas?

Ats: (a) 164500, (b) 150000

33. Medicininių reikmenų parduotuvė mažmeninėje prekyboje įsigijo medicininių įrankių rinkinius, kur kiekvienas kainavo po 600 už rinkinių dėžę. Kadangi buvo perkami dideli kiekiai, kiekvienai dėžei buvo taikoma 20% nuolaida. Parduotuvė pritaikė 45% antkainį nuo įsigyjimo kaštų, o parduotuvės savininkas tikisi 20% pelno nuo kaštų.

(a) Nustatykite po kiek buvo parduodami rinkiniai?

(b) Nustatykite mažos dydį pardavimo kainoje.

(c) Kokia nuolaidos norma?

(d) Kokia antkainio norma?

(e) Kokia lūžio (break-even) kaina?

(f) Nustatykite administravimo kaštus (teigiami ar neigiami), jei rinkinys bus parduodamas po 600 ?

Ats: (a) 792 (b) 312 (c) 39.4% (d) 65% (e) Lt696 (f) -0.96

34. Pirklys turės bendrąsias pajamas (bruto), kurių dydis 3150 jei produktą parduos su 35% marža nuo pardavimo kainos.

(a) Nustatykite pardavimo kainą.

(b) Kokie yra kaštai?

(c) Kokia antkainio norma ?

(d) Jei antkainis yra 28% nuo kaštų, kokia yra lūžio kaina?

(e) Nustatykite administravimo kaštus (pelną) jei prekei bus taikoma 24% nuolaida.

Ats: (a) 9000 (b) 5850 (c) 53.85% (d) 7488 (e) -648

35. Taikant 35% maržą nuo kaštų, parduotuvė įkainavo produktą iki 891.

(a) Kokie produkto kaštai?

(b) Kokia nuolaidos norma?

Ats: (a) 660 (b) 25.9%

36. Produktas kainuojantis 5425 buvo parduotas su bendrosiomis pajamomis (bruto) kurios sudarė 30% nuo pardavimo kainos.

- (a) Nustatykite pardavimo kainą.
- (b) Kokios yra bendrosios pajamos?

Ats: (a) 7750 (b) 4286

37. Valgomojo kambario baldų rinkinys, kainavęs 1800 buvo nukainuotas du kartus po 37.5%, 18% vis dar turėjo 120% antkainį. Norint kuo greičiau parduoti buvo taikoma papildoma 40% nuolaida.

- (a) Nustatykite pardavimo kainą.
- (b) Koks prekybinis antkainis buvo paskutinio pardavimo metu?

Ats: (a) 553, 5 (b) 265, 25.

38. Juvelyrinė parduotuvė už laikrodžius, kainavusius 250 gavo nuolaidas tokiais procentais: 40%, $16\frac{2}{3}\%$, 8%. Šiai kainai parduotuvės vadybininkas pritaikė antkainį, kuris sudaro 65% nuo kaštų, o pelnas yra 55% nuo kaštų.

- (a) Nustatykite laikrodžių pardavimo kainą.
- (b) Nustatykite lūžio pardavimo kainą.
- (c) Kokia yra antkainio norma esant lūžio pardavimo kainai?

Ats: (a) 253 (b) 189.75 (c) 25%

39. A.B. planavo įsigyti TV kainavusį 1860.00 po to kai jo kaina buvo sumažinta $33\frac{1}{3}\%$, 15%. Kitoje parduotuvėje jis pastebėjo, kad toks pats televizorius kainuoja 922.25. Keliais procentais skiriasi ši kaina nuo pirmojo TV kainos?

Ats: 12.5%

40. A.B. iš parduotuvės pirko automobilį už 18000. Parduotuvės antkainis sudarė 45% nuo pardavimo kainos ir pelnas $21\frac{1}{4}\%$ nuo pardavimo kainos.

- (a) Nustatykite lūžio kainą?
- (b) Kokia maksimali antkainio norma, kuria esant parduotuvė pasiūlytų lūžio kainą.
- (c) Kokia yra antkainio norma prekę parduodant lūžio kaina?

Ats: (a) 14175 (b) 21.25% (c) $133\frac{1}{3}\%$

41. Verslininko gaunama produkto marža lygi 42 jei jis parduos prekę su 37.5% antkainiu.

- (a) Nustatykite produkto pardavimo kainą.
- (b) Kokia yra nuolaidos norma?
- (c) Jei verslininko išlaidos yra 17.5% nuo pardavimo kainos, nustatykite lūžio kainą.
- (d) Nustatykite nuolaidos normą, jei produkto kaina yra sumažinta iki 121.66?

Ats: (a) 154.00 (b) 27.27% (c) 138.95 (d) 21%

42. Parduotuvė įsigijo 250 megztinių už 3100. 50 megztinių buvo parduota su 150% antkainiu ir 120 megztinių su 75% antkainiu. 60 megztinių buvo parduota per išpardavimo akciją po 15 kiekvieną ir likę megztiniai buvo parduoti 20% pigiau negu kaštai.

- (a) Kokia bendra pardavimo marža?
- (b) Kokia antkainio procentinė norma?
- (c) Koks bendrasis procentinis pardavimo pelnas, skaičiuojamas nuo pardavimo kainos?

Ats: (a) 2152.40 (b) 69.43% (c) 40.98%

1. Privalomos namų darbų užduotys

Procentai. Nuolaidų sistemos. Taikymai komercijoje

Pastaba Atsakymus rašykite šimtųjų tikslumu

1. Žinoma, kad kas metus slidės nuvertėja tuo pačiu procentų skaičiumi.

a) Raskite šį metinį nuvertėjimo procentų skaičių, jei žinoma, kad per 5 metus vertė nukrenta 45 procentais.

b) Nustatykite per kelerius metus slidžių vertė nukris 75 procentais, jei per vienerius metus vertė nukrenta 10%?

2. Žinoma, kad Kasko draudimo imoka automobiliui sudaro 5% nuo automobilio vertės. Jei draudimo laikotarpiu nevyksta draudiminiu ivykiu, tai kas metus draudimo imoka mažėja po 40% kas metus. Jei vyksta draudiminis ivykis, tai sekanciais metais įmoka padideja 60% . Žinoma, kad vairuotojas trejus metus neturėjo draudiminių ivykiu, o penktaisias ir septintaisiais metais turejo po draudiminių ivykį. Vėliau draudiminių ivykių vairuotojas neturėjo.

1) Nustatykite kokią draudimo imoką vairuotojas sumokės trečiaisiais metais, jei naujas automobilis kainavo 100000?

2) Kokią imokų suma sukaups draudimo kompanija iš mineto kliento per dešimt metų, jei automobilis kainavo 100000?

3) Ar buvo naudinga drausti šį klientą kompanijai dešimties metų laikotarpyje, jei pirmasis autoivykis buvo įvertintas 800, o antrasis 4000 sumomis, jei laikysime, kad per šį laikotarpį pinigų vertė buvo pastovi?

3. Tarkime, kad nekilnojamo turto vertė penkerius metus paeiliui kilo tokiu procentų skaičiumi: 15%, 25%, 20%, 25%, 5%. Po to trejus metus paeiliui mažėjo po 20, 25, 15 procentų.

1) Keliais procentais pasikeitė kaina per šiuos aštuonerius metus?

2) Keliais procentais turėtų pakisti naujoji kaina per sekančius metus, kad ši pakitusi kaina būtų 40% didesnė negu pradinė?

4. Kiek procentų vandens reikia išgarinti iš 0,75 t celiuliozės, kurioje yra 75 % vandens, kad gautume 65 % vandens turinčią masę?

5. 2000Lt atlyginimas per metus buvo didintas 10%, 15%, o po to 20%. Kokia faktinė atlyginimo vertė bus po metų, jei metinė infliacija 12%.

6. Direktorius atlyginimas yra 135% didesnis negu vadybininko, o darbininko atlyginimas-20% mažesnis negu vadybininko.

a) Keliais procentais skiriasi vadybininko atlyginimas nuo direktoriaus ir darbininko atlyginimų sumos?

b) Keliais procentais reikėtų pakeisti darbininko atlyginimą, kad jis būtų 40% mažesnis negu direktoriaus atlyginimas

c) Kelis darbininko ir vadybininko atlyginimų sumos procentus sudaro direktoriaus atlyginimas?

d) Keliais procentais reikėtų sumažinti direktoriaus atlyginimą, kad jo atlyginimas už darbininko atlyginimą būtų 20% didesnis?

7. Kovo 5 dieną AB pasirašė 8000000 SF , kuriai buvo pritaikyta 15%, 7.5%, nuolaidos, SF terminas 3/15 E.O.M. Balandžio 15 dieną buvo sumokėta 4500000 suma. Kokią skolos dalį apmokėjo AB (absoliučiai ir procentais)?

8. Sąskaita faktūra pristacius prekes parduotuvei, buvo pasirašyta Kovo 18 dieną, 1600000 sumai, taikant šiai sumai 25% ir 20% nuolaidas, terminais 5/10, 2/30, $n/60$. Kovo 28 dieną skola buvo sumažinta iki 500000, o Balandžio 18 dieną skola buvo sumažinta 300000 apimtimi.

1) Kokią sumą teks sumokėti už kreditą paskutinę skolos grąžinimo dieną, jei daugiau mokėjimų atlikta nebuvo?

2) Kiek nominaliai parduotuvės savininkai grąžino?

9. Baldų gamintojai sudarė sutartį su logistikos kompanija, dėl medžiagų pristatymo. Sutartis buvo pasirašyta Liepos 10 dieną, medžiagos bus pristatytos Rugpjūčio 21 dieną. Sutartyje kurios apimtis 500000, buvo taikyta $33\frac{1}{3}\%$ ir $12\frac{1}{2}\%$ nuolaidos, be to papildomos nuolaidos 3/20, *R.O.G.*

Nustatykite kiek baldų gamintojai turės sumokėti Rugsėjo 9 dieną, siekiant, kad skola sumažėtų:

a) 40%;

b) iki 200000.

10. 10000 sumos sąskaita faktūra pasirašyta Rugsėjo 8 dieną, su terminais 7/10, 5/15, 3/20 *E.O.M.*.

1) Nustatykite mokėjimų dydžius, kurie sumažintų skolos dydį 40%, jei mokėjimai būtų atlikti Spalio 10, Spalio 12, Spalio 22.

2) Nustatykite, kokią sumą teks sumokėti Spalio 30 dieną, jei Spalio mėnesį buvo atlikti tokie mokėjimai:

Spalio 9 dieną buvo sumokėta 3000, Spalio 12 buvo sumokėta 2000 ir spalio 19 buvo sumokėta 1500.

11. Parduotuvė pirštinėms, kurios kainavo 30 du kartus taikė 20 ir 15 procentų nuolaidas. Žinoma, kad parduotuvės antkainis (nuo įsigyjimo kaštų) yra 45% ir pelnas 15%, taip pat skaičiuojamas nuo įsigyjimo kaštų. Nustatykite parduodamų pirštinių kainą.

12. Autoservisas įsigyja padangas, kainuojančias 150 su $30\frac{1}{3}\%$ nuolaida. Autoservisas klientams parduoda padangas su 32% maržos antkainiu ir pelnas sudaro 32% nuo įsigyjimo kaštų.

1) Nustatykite pardavimo kainą.

2) Nustatykite kiek už padangą mokės klientas, jei autoserviso vadybininkas pritaikys 15% nuolaidą? Kokį pelną gaus šiuo atveju, jei parduos 100 vnt.?

13. Kompiuterį nukainavus 20 ir 40 procentų jis kainavo 2200. Šių kompiuterių partiją įsigyjo smulkus verslininkas ir juos pardavė po 2400. Nustatykite:

a) antkainio normą;

b) nuolaidos normą

14. Smulkus verslininkas iš didmeninės bazės sofas, kainavusiais 1200 esant įsigijo su 40% nuolaida. Sudaręs naują prekės kainą, šią prekę jis parduodamas gauna 30% pelną nuo pardavimo kainos. Nustatykite kokia turėtų būti šios sofas kaina, kad verslininkas pasiūlęs 25% nuolaidą gautų tą patį pelną.

15. Verslininkas prekiaujantis dviračiais juos gauna po 700. Parduotuvės produkto aptarnavimo išlaidos sudaro 25% nuo pardavimo kainos ir planuojamas pelnas yra 20% nuo pardavimo kainos. Baigiantis sezonui dviračiai buvo parduoti su 35% nuolaida. Nustatykite ar verslininkas turėjo pelno?

16. Parduodamo produkto, kainuojančio 70 antkainis yra 60% . Nustatykite:

a) produkto įsigyjimo kaštus;

b) nuolaidos norma.

17. Užpildykite lentelę:

C	S	M	r_C	r_S
250	320			
5010	6030			
	520	46		
250		140		
150			0.45	
250				0.6
		45		0.17
		120	1.3	

18. Motorolerių parduotuvė motorolerius kainavusius 3500 įsigijo iš didmenininko su 40% nuolaida. Formuojant parduotuvės kainą antkainis sudaro 70% nuo kaštų, o planuojamas pelnas 30% nuo kaštų. Nustatykite:

a) motorolerio pardavimo kainą;

b) Nustatykite kokia turėtų būti pardavimo kaina, jei administravimo išlaidos sudaro 35% nuo prekės antkainio; kokia šiuo atveju gali būti pasiūlyta nuolaida, kad parduotuvė neturėtų nuostolio?

19. Verslininkas įsigijo 300 slidžių porų po 350 už porą. 70 porų buvo parduota su 130% antkainiu, o 150 su 80% antkainiu. 20 porų teko parduoti po 200 už porą, o sezono pabaigoje likusias poras pardavė 10% pigiau negu savikaina. Nustatykite:

a) Nustatykite maržos dydį pradinei kainai;

b) nustatykite bendrą antkainio procentą;

c) Kokia yra pelno norma nuo pagrindinės pardavimo kainos?

Žinoti žemiau pateiktas sąvokas bei formules ir mokėti jas taikyti:

1) Absoliutus pokytis, procentinis pokytis; 2) Didėjimo- mažėjimo formulės; 3) Faktinis pokytis; 4) Tarptautinės nuolaidų sistemos ir jų taikymai; 5) Įsigyjimo kaštai, bendrieji kaštai, pardavimo kaina, pelnas, administravimo išlaidos, pridėtinės vertės mokestis (PVM), lūžio kaina.