

VILNIAUS MIESTO MOKSLEIVIŲ MATEMATIKOS OLIMPIADA
Vilnius, 2009
UŽDAVINIAI
X klasė

1. Nustatykite, kiek yra natūraliųjų skaičių, užrašomų vien nuliais ir vienetais bei mažesnių už 1001001001.

2. Ant lentos užrašytas reiškinys

$$* 3^5 * 3^4 * 3^3 * 3^2 * 3 * 1$$

Vienu ėjimu leidžiama pakeisti vieną iš žvaigždučių ženklų „+“ arba ženklą „-“. Marytė ir Onutė šį ėjimą atlieka pakaitomis. Jei Marytė daro ėjimą pirmoji, ar visada pavyks Onutei pasiekti, kad gautojo reiškinio reikšmė dalintųsi iš 7?

3. Iškiliojo penkiakampio $ABCDE$ kraštinės tenkina sąlygą $BC=CD=AE=AB+DE=1$, o jo kampai B ir D yra statieji. Raskite penkiakampio $ABCDE$ plotą.

4. Tegu x – bet kuris realusis skaičius. Didžiausias sveikasis skaičius, nedidesnis nei x , yra vadinamas skaičiaus x sveikąja dalimi ir žymimas $[x]$. Dydis $x-[x]$ yra vadinamas skaičiaus x trupmenine dalimi ir žymimas $\{x\}$.

Išspręskite lygčių sistemą:

$$\begin{cases} x + [y] + \{z\} = 100,9; \\ \{x\} + y + [z] = 125,3; \\ [x] + \{y\} + z = 200,9. \end{cases}$$