



Rietavo XIII komandinė matematikos olimpiada mokytojo Kazio Šikšniaus taurei laimėti

Rietavas
2014–11–14
11-12 klasės

1 uždavinys. Įrodykite, kad tarp 12 iš eilės einančių natūraliųjų skaičių yra bent vienas, kurio tikrinių daliklių suma yra didesnė už jį patį. (*Tikrinis n daliklis* yra natūralusis skaičius dalijantis n ir nelygus nei 1, nei n .)

2 uždavinys. Tarkime a yra sveikasis skaičius, o p yra pirminis skaičius, kuris dalija ir $5a - 1$, ir $a - 10$. Įrodykite, kad p dalija ir $a - 3$.

3 uždavinys. Raskite visas x ir y reikšmių poras, su kuriomis teisinga nelygybė $4x^2 + 6y^2 + 3 > 4x(2y + 1)$.

4 uždavinys. Įrodykite, kad kvadratas gali būti sukarpytas į n kvadratų su visais $n \geq 6$.

5 uždavinys. Funkcija $f(x)$ apibrėžta su visais sveikaisiais skaičiais x . Bet to, su visais x ir y $f(x + y) = f(xy)$ ir $f(1) = 2$. Raskite $f(2014)$ reikšmę.

6 uždavinys. Į trikampį ABC , kurio kampas $A = 60^\circ$, įbrėžtas apskritimas liečia kraštinę AB taške D . Raskite BC ilgį, jei $|AD| = 5$, o $|DB| = 3$.

7 uždavinys. Dviejų kvadratų bendras plotas yra lygus 1. Ar visada juos galima sutalpinti į kvadratą, kurio plotas lygus 2?

8 uždavinys. A yra dviženklis natūralusis skaičius, o B – triženklis. Jonas Rietaviškis pastebėjo, kad A padidinę $B\%$ gauname tą patį skaičių, kaip ir B sumažinę $A\%$. Raskite visas galimas (A, B) poras.

9 uždavinys. Su kokiais sveikaisiais skaičiais n reiškinys $\frac{n+3}{n-1}$ taip pat yra sveikasis skaičius?

10 uždavinys. Jonas Rietaviškis sapnavo kaip važiuoja dviračiu Žemaičių plentu, o bevažiuodamas skaičiuoja medžiuose tupinčias varnas. Ir sapnuojasi jam, kad paėmus bet kuriuos penkis iš eilės augančius medžius, ten kartu sudėjus tupi ne mažiau kaip 50 varnų, tačiau paėmus pirmus vienuolika medžių, juose tupinčių varnų skaičius bus mažesnis už 110. Pabudęs Jonas Rietaviškis susimąstė, pamąstykite ir jūs: ar taip galėjo būti iš tiesų, ar tik prisisapnuoti.