



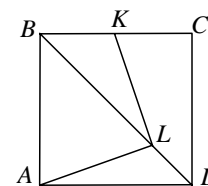
## RIETAVO DEVINTOJI KOMANDINĖ MATEMATIKOS OLIMPIADA MOKYTOJO KAZIO ŠIKŠNIAUS TAUREI LAIMĖTI

Rietavas, 2010 m. gruodžio 3 d.

Užduotis vyresniųjų klasių mokiniams  
Uždavinių sprendimo trukmė – 2 val.

1. Raskite trupmeną su pačiu mažiausiu vardikliu, kuri yra tarp trupmenų  $\frac{1}{2011}$  ir  $\frac{1}{2010}$ .
2. Tegu  $x$  ir  $y$  – sveikieji skaičiai, su kuriais skaičius  $6x+11y$  dalijasi iš 31. Įrodykite, kad  $x+7y$  dalijasi iš 31.
3. Apskaičiuokite  $b^b$ , jeigu  $a^b = 81$ ,  $a^c = 3$ ,  $b^c = 2$ .
4. Trys skaičiai yra tokie, kad kiekvieną iš jų sudėję su kitų dviejų skaičių kvadratų suma gauname  $\frac{1}{2}$ . Raskite šiuos skaičius.
5. Raskite natūralųjį skaičių  $n$ , su kuriuo galioja lygybė  
$$\underbrace{111\dots1}_{100 \text{ sk.}} \underbrace{222\dots2}_{100 \text{ sk.}} = n(n+1)$$
.
6. Išspręskite lygčių sistemą  $\begin{cases} x + y + z = 3, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3. \end{cases}$
7. Ar egzistuoja trikampis, kurio dvi kraštinės yra 7 ir 2, o aukštinė, nuleista į trečiąją kraštinę yra kitų dviejų aukštinių geometrinis vidurkis? (Teigiamų skaičių  $a$  ir  $b$  geometrinis vidurkis vadinamas skaičius  $\sqrt{a \cdot b}$ .)

8. Paveiksle nubrėžtas kvadratas  $ABCD$ . Taškas  $K$  kvadrato kraštinę  $BC$  dalija pusiau ( $BK = KC$ ), o taškas  $L$  kvadrato įstrižainę  $BD$  dalija santykiu 3:1 ( $BL : LD = 3 : 1$ ). Apskaičiuokite kampo  $ALK$  didumą.



9. Tėvas ir sūnus sutiko tris skirtingo amžiaus kaimynus. Sūnus susidomėjo, kiek kaimynams metų. Tėvas pasakė, kad šių kaimynų metų suma yra 4 kartus didesnė negu jų buto numeris, o sandauga lygi 2450. Apskaičiuokite, kokio amžiaus sutiktieji kaimynai.
10. Jonas Rietaviškis ir Petras Plungiškis dalyvavo meškeriojų varžybose – tvenkinyje gaudė žuvis. Petro sugautų žuvų kiekis sudaro 55 procentus abiejų žvejų sugautų žuvų kiekio. Jonas karosų sugavo 25 procentais mažiau negu Petras, o kitų žuvų Petras sugavo 25 procentais mažiau negu Jonas. Be to, į Jono kibirą telpa ne daugiau kaip 100 žuvų. Kiek iš viso žuvų sugavo Jonas?