




RIETAVO SEPTINTOJI KOMANDINĖ MATEMATIKOS OLIMPIADA MOKYTOJO KAZIO ŠIKŠNIAUS TAUREI LAIMĖTI

Rietavas, 2008 m. gruodžio 13 d.

Užduotis vyresniųjų klasių mokiniams
Uždavinių sprendimo trukmė – 2val.

1. Ar galima rasti 5 natūraliuosius skaičius, kad visų galimų jų porų sumos sudarytų dešimt iš eilės einančių natūraliųjų skaičių?
2. Įrodykite, kad skaičius $\underbrace{111\dots1}_{n} \dots \underbrace{555\dots5}_{n-1} 56$ yra natūraliojo skaičiaus kvadratas.
3. Lentoje parašyti skaičiai 1, 2, 3, ..., 2009. Galima nutrinti bet kuriuos du skaičius vietoje vieno iš jų parašant jų skirtumą arba jų sumą. Ar kartojant šią procedūrą galima gauti nulį?
4. Trikampio perimetras 63 cm, o viena jo kraštinė lygi 21 cm. Raskite kitas dvi kraštines, jeigu viena trikampio pusiau kraštinė yra statmena vienai iš pusiau kampinių.
5. Kiek mažiausiai figūrų  reikia, kad jas išdėsčius (vartyti galima) $n \times n$ kvadrato, jame nebetilptų nė viena tokia figūra neuždengdama kitų? Atsakymą pagrįskite brėžiniu. Išspręskite uždavinį, kai $n = 4$ ir kai $n = 5$.
6. Raskite reiškinio $\frac{x}{y} + \frac{z}{t}$ mažiausią reikšmę, jeigu $1 \leq x \leq y \leq z \leq t \leq 100$.
7. Teigiami skaičiai a, b, c ir d tokie, kad $abcd = 1$. Įrodykite, kad $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + ab + ac + ad + bc + bd + cd \geq 10$.
8. Natūraliųjų skaičių padauginę iš jo skaitmenų sumos gauname 2008. Koks tai skaičius?
9. Jonas Rietaviškis mėgsta važinėti dviračiu. Jis, nuvažiavęs pusę numatyto kelio, padidino greitį 25 % ir kelionės tikslą pasiekė 0,5 h anksčiau negu planavo. Kiek laiko Jonas užtruko kelyje?
10. Apibrėžkime dviejų teigiamų skaičių a ir b „žemaitišką sandaugą“ lygybe $a * b = a^b$. Apskaičiuokite reiškinį

$$\frac{3 * (3 * (3 * 1))}{((3 * 1) * 3) * 3}$$