

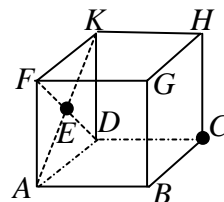


Rietavo ketvirtoji komandinė matematikos olimpiada mokytojo Kazio Šikšniaus taurei laimėti

Rietavas, 2005 m. sausio 29 d.

Užduotis vyresniųjų klasių moksleiviams

1. Kubo $ABCD\text{FGHK}$ briaunos ilgis 2 cm. Sienos $AFKD$ centre (taške E) yra voras. Koks trumpiausias voro kelias į tašką C kubo paviršiumi?



2. Jonas važiuodamas autobusu likus 10 sekundžių iki stotelės pastebėjo priešinga kryptimi einančią klasės draugę Ritą ir nusprendė su ja susitikti. Išlipęs iš autobuso jis ėmė vyti Ritą. Po kelių minučių nuo pastebėjimo momento Jonas pasivys draugę, jeigu Jono greitis yra du kartus didesnis negu Ritos ir penkis kartus mažesnis negu autobuso?
3. Ar dvidešimtženklame skaičiuje tarp jo skaitmenų nekeičiant jų tvarkos galima sudėlioti sudėties, atimties, daugybos ženklus bei skliaustus taip, kad atlikę veiksmus, gautume nulį?
4. Prisiminkime, kad natūraliojo skaičiaus n faktorialu vadiname $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$. Tegu $N = 1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \dots \cdot 100!$. Kurį dauginamąjį (faktorialą) iš šios skaičiaus N išraiškos reikia išbraukti, kad likusioji sandauga būtų natūraliojo skaičiaus kvadratas?
5. Trikampio kraštinių ilgiai yra a , b ir c , o jo plotas $S = \frac{1}{4}(a^2 + b^2)$. Apskaičiuokite trikampio kampus A , B ir C (kraštinė a yra prieš kampą A , b – prieš kampą B , c – prieš C).
6. Išspręskite nelygybę $(x^2 - 4x)^2 \geq 16$.
7. Išspręskite lygtį $2x^2 + 6xy + 5y^2 - 6y + 18 = 0$.
8. Raskite visas sveikųjų skaičių x ir y poras, su kuriomis galioja lygybė $x + y = x \cdot y$.
9. Vienas mokinys dviejų triženklių skaičių sandaugą $a \cdot b$ padalijo iš penkiaženklį skaičiaus c , o kitas mokinys, nepastebėjęs tarp tų triženklių skaičių daugybos ženklo, šešiaženklį skaičių padalijo iš to paties penkiaženklį skaičiaus c . Raskite triženklus skaičius a ir b bei penkiaženklį skaičių c , jeigu antrojo mokinio gautas dalmuo yra 3 kartus didesnis negu pirmojo mokinio gautas dalmuo.
10. Lygiašonio trikampio ABC viršūnės kampas B lygus 20° (žr. pav.). Šoninėse kraštinėse atidėti taškai D ir K . Be to, kampas DCA lygus 60° , o kampas KAC lygus 50° . Apskaičiuokite kampą CDK .

