



Rietavo antroji komandinė matematikos olimpiada mokytojo Kazio Šikšniaus taurei laimėti

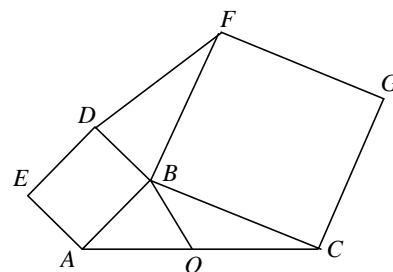
Rietavas, 2003 m. sausio 25 d.

Užduotis vyresniųjų klasių moksleiviams

1. Kiekvienas šios lentelės skaičius m turi koordinates $(x; y)$; čia x yra eilutės, kuriai priklauso m , pirmasis skaičius iš kairės, o y yra stulpelio, kuriam priklauso m , viršutinis skaičius. Taigi kiekvienas lentelės skaičius apibūdinamas savo koordinatėmis. Pavyzdžiui, skaičiaus 12 koordinatės yra $(10;2)$, o skaičiaus 23 koordinatės yra $(17;9)$. Raskite skaičiaus 2003 koordinates.

				1							
				2	3	4					
				5	6	7	8	9			
				10	11	12	13	14	15	16	
				17	18
..

2. Iš trikampio ABC viršūnės B išvesta pusiaukraštinė BO , kurios ilgis 5 cm. Ant kraštinės AB nubrėžtas kvadratas $AEDB$, o ant kraštinės BC - kvadratas $BFGC$. Raskite atkarpos DF ilgį.



3. Lygiašoniame trikampyje, kurio pagrindas a , o šoninė kraštinė b , viršūnės kampas lygus 20° . Įrodykite, kad $a^3 + b^3 = 3ab^2$.
4. Keliais vienodo spindulio skrituliais galima visiškai uždengti dvigubai ilgesnio spindulio skritulį?
5. Išspręskite lygtį $\frac{4x}{4x^2 - 8x + 7} + \frac{3x}{4x^2 - 10x + 7} = 1$.
6. Apskaičiuokite sumą $1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2^3 + \dots + 100 \cdot 2^{99}$.
7. Raskite visus natūraliuosius skaičius x , kurių skaitmenų sandauga lygi $x^2 - 10x - 22$.
8. Iš skaičių, kurie dalijasi iš 17, raskite tokį, kurio skaitmenų suma mažiausia.
9. Su dviem nelygiais nuliui natūraliaisiais skaičiais m ir n atlikti tokie veiksmai: 1) jie sudėti; 2) jie sudauginti; 3) iš didesniojo atimtas mažesnis; 4) didesnis padalytas iš mažesniojo. Sudėjus visus keturis rezultatus, gautas skaičius 243. Raskite natūraliuosius skaičius m ir n .
10. Kapitonas sako savo sūnui: "Pirmoje kajutėje keliauja ponas Jonas ir dvi jo dukros. Jų visų metų sandauga lygi 2450, o jų metų suma keturis kartus didesnė už tavo amžių. Ar gali pasakyti, koks šių trijų keleivių amžius". Sūnus, truputį pagalvojęs, atsakė: "Negaliu, nes trūksta vieno duomens". Kapitonas pridūrė: "Jonas 5 kartus vyresnis už vieną iš savo dukrų". Tuomet sūnus atsakė į užduotą klausimą. Kaip jis apskaičiavo pono Jono ir jo dukterų amžių?