

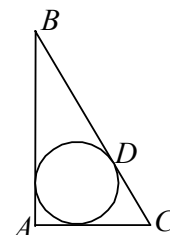


## RIETAVO AŠTUNTOJI KOMANDINĖ MATEMATIKOS OLIMPIADA MOKYTOJO KAZIO ŠIKŠNIAUS TAUREI LAIMĖTI

Rietavas, 2009 m. gruodžio 11 d.  
Užduotis jaunesniųjų klasių mokiniams  
Uždavinių sprendimo trukmė – 2 val.

1. Skaičių rinkinyje  $\{3, 4, 12\}$  pakeitę bet kuriuos du jo skaičius  $a$  ir  $b$  skaičiais  $0,6a - 0,8b$  ir  $0,8a + 0,6b$  gausime kitą rinkinį. Gautajam rinkiniui vėl pritaikykime šį veiksma, ir taip tęskime toliau. Ar tokiu būdu galima gauti skaičių rinkinį  $\{4, 6, 12\}$  ?

2. Į statųjį trikampį  $ABC$  įbrėžtas apskritimas, kuris trikampio išambinę liečia taške  $D$ . Apskaičiuokite trikampio  $ABC$  plotą, jeigu  $BD = 6$ ,  $DC = 5$ .



3. Sveikieji skaičiai  $a$ ,  $b$  ir  $c$  tenkina sąlygą  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$ . Įrodykite, kad  $a^2 + b^2 + c^2$  yra sveiką skaičiaus kvadratas.
4. Raskite visus lygties  $x^2 = y^2 + 2y + 13$  sprendinius  $(x; y)$ , kurių komponentės  $x$  ir  $y$  yra sveikieji skaičiai.
5. Kokius du skaitmenis reikia prirašyti prie skaičiaus 2009 iš dešinės, kad gautasis skaičius dalytųsi iš 101?
6. Raskite didžiausią triženklį pirminį skaičių  $\overline{abc}$ , jeigu žinoma, kad skaičius  $\overline{cba}$  ir sandauga  $a \cdot b \cdot c$  yra pirminiai skaičiai (*pirminiu skaičiumi* vadinamas skaičius, kuris dalijasi tik iš savęs ir iš vieneto).
7. Įrodykite teiginį: jei skaičius  $m + 4n$  dalijasi iš 13, tai iš 13 dalijasi ir skaičius  $10m + n$ .
8. Raidės  $R$ ,  $A$ ,  $S$  ir  $K$  žymi skirtingus skaitmenis. Kokį skaičių gali reikšti užrašas  $\overline{RASK}$ , jei galioja lygybė  $(R + A + S + K)^4 = \overline{RASK}$ .
9. Laikrodis sustojo kai jo valandinė rodyklė rodė 4 val. ir  $x$  min. Raskite  $x$ , jeigu valandinė rodyklė ir minutinė rodyklė sudaro vienodus kampus su tiese, einančia per laikrodžio centrą ir 6 val. žymę.
10. Jonas Rietaviškis, kamuojamas nemigos, vienu metu uždegė dvi vienodo ilgio žvakes – storą ir ploną. Storoji žvakė sudega per 4 val., plonoji – per 2 val. Kai išaušo, Jonas abi žvakes užgesino (tuo pačiu laiko momentu). Kiek laiko degė abi žvakės, jeigu storosios žvakės likutis yra tris kartus ilgesnis, negu plonosios žvakės likutis?