



## Rietavo šeštoji komandinė matematikos olimpiada mokytojo Kazio Šikšniaus taurei laimėti

Rietavas, 2007 m. gruodžio 8 d.

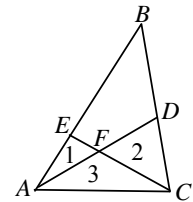
### Užduotis jaunesniųjų klasių mokiniams

1. Iš eilės surašyti natūralieji skaičiai nuo 1 iki 100. Kiek kartų pasikartoja kiekvienas skaitmuo?
2. Ar galima skaičius nuo 1 iki 36 surašyti į kvadratinę  $6 \times 6$  lentelę taip, kad gretimuose stulpeliuose parašytų skaičių sumos skirtųsi vienetu? Atsakymą pagrįskite.
3. Natūralusis skaičius  $n$  turi du daliklius, o skaičius  $n+1$  turi tris daliklius. Nustatykite, kiek daliklių turi natūralusis skaičius  $n+2$ .
4. Kvadratinės lentelės, kurios matmenys  $4 \times 4$ , langelius reikia užpildyti nuliais ir vienetais taip, kad kiekvienoje eilutėje ir kiekviename stulpelyje būtų po du nulius ir po du vienetus. Nustatykite, kokius skaičius reikia įrašyti vietoj  $x$  ir  $y$ , kai lentelė pradėta pildyti taip, kaip parodyta paveiksle.

1		1	
		1	
	$x$		0
	$y$		

5. Tegu  $a, b$  – stačiojo trikampio statinių ilgiai, o  $c$  – įžambinės ilgis. Įrodykite, kad  $a + b \leq c\sqrt{2}$ .

6. Trikampis  $ABC$  atkarpomis  $AD$  ir  $CE$  padalintas į keturias dalis: į trikampius  $AEF$ ,  $CFD$ ,  $AFC$  ir keturkampį  $BEFD$ . Trikampių  $AEF$ ,  $CFD$  ir  $AFC$  plotai atitinkamai lygūs 1, 2 ir 3. Apskaičiuokite keturkampio  $BEFD$  plotą.

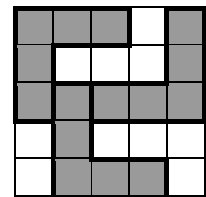


7. Taisyklingojo šešiakampio kraštinės ilgis 4 cm. Apie jį liesdama kraštines rieda 2 cm skersmens moneta. Apskaičiuokite šios monetos centro trajektorijos ilgį monetai apsukus apie daugiakampį vieną ratą.

8. Kvadrato  $5 \times 5$  nubrėžtos trys nesikertančios (neturinčios bendrų langelių) „penkialangės“ figūros (žr. pav.).

Ar galima šiame kvadrato nubrėžti keturias nesikertančias tokias figūras?

Ar galima šiame kvadrato nubrėžti penkias nesikertančias tokias figūras?



9. Romos imperatorius Neronas labai mėgo žaidimus. Kiekvieną pavasarį jis organizuodavo šventę, kurios dalyviai karo vežimais (į kiekvieną vežimą susėsdavo po tą patį skaičių karių) turėdavo nuvažiuoti tam tikrą atstumą ir sugrįžti atgal. Kartą pusiaukelėje sulūžo 10 vežimų, o jų keleivius priėmė kiti vežimai – kiekvienas po vieną karių, ir kelionė tęsėsi. Grįžtant atgal sugedo dar 15 vežimų, jų keleivius po lygiai pasidalino kiti vežimai. Kiek karo vežimų ir kiek karių dalyvavo žaidime, jeigu kiekviename vežime sugrįžo trim kariais daugiau, negu išvyko?
10. Jonas Rietaviškis savo bibliotekos lentynas nutarė pakeisti naujomis. Parduotuvėje – dviejų rūšių lentynos – ažuolo ir uosio. Jeigu jis pirktų 6 ažuolo ir 11 uosio lentynų, tai į jas tilptų ne daugiau kaip 30 procentų bibliotekos knygų, o į 21 ažuolo ir 16 uosio lentynų jis sutalpintų daugiau kaip 60 procentų knygų. Ar į 29 ažuolo lentynas telpa trečdalis J. Rietaviškio bibliotekos knygų?