



**PASVALIO KRAŠTO MOKINIŲ
DVYLIKTOJI KOMANDINĖ MATEMATIKOS OLIMPIADA
PROFESORIAUS BRONIAUS GRIGELIONIO
TAUREI LAIMĖTI**

**Pasvalys, 2010 m. lapkričio mėn. 26 d.
Uždavinių sprendimo trukmė – 2 val.**

**U Ž D A V I N I A I
VYRESNIŲJŲ KLASIŲ MOKINIAMS**

1. Raskite visus sveikuosius n , su kuriais $\frac{19n+17}{7n+11}$ yra sveikasis skaičius.

2. Raskite sandaugą

$$A_n = 101 \cdot 10001 \cdot 100000001 \cdot \dots \cdot \underbrace{100\dots001}_{2^n - 1 \text{ nulių}}.$$

3. Išspręskite sveikaisiais skaičiais lygtį

$$1!+2!+\dots+x! = y^2.$$

4. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} x^4 + y^4 = a, \\ x + y = b. \end{cases}$$

5. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} x - \sqrt{yz} = 42, \\ y - \sqrt{zx} = 6, \\ z - \sqrt{xy} = -30. \end{cases}$$

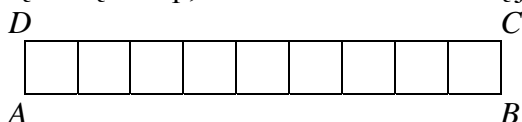
6. Neneigiami sveikieji skaičiai a , b ir c tenkina lygtį

$$3 \cdot 10^a + 5 \cdot 10^b + 7 \cdot 10^c = 5073.$$

Raskite sumą $a + b + c$.

7. Taškas K yra už 60 metrų į vakarus nuo taško P . Katė tupi taške K , o pelė yra taške P . Tegu M yra taškas, kuriame katė pagautų pelę, jei bėgdama 13 m/s greičiu, ji pasirinktų optimalų maršrutą, o pelė bėgtų nuo katės 7 m/s greičiu tiese PM , kuri su rytų kryptimi sudaro kampą α ($0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$). Įrodykite, kad taškas M priklauso tam pačiam apskritimui nepriklausomai nuo kampo α didumo.

8. Devyni kvadratai sudaro stačiakampį $ABCD$ (žr. pav.). Šių kvadratų kraštinėmis voras keliauja iš taško A į tašką C taip, kad kiekviena kraštinė į jo maršrutą įeitų ne daugiau kaip vieną kartą.



Nustatykite, kokio ilgio galimų maršrutų yra daugiausia ir kiek tokio ilgio maršrutų yra.

9. Stačiojo trikampio ABC įžambinėje BC taškai P ir Q pažymėti taip, kad galioja šios sąlygos: $BP = PQ = QC$, $AP = 3$ ir $AQ = 4$. Raskite trikampio ABC kraštinių ilgus.

10. Stačiakampio $ABCD$ kraštinėje AB pažymėtas taškas E , o kraštinėje BC – taškas F taip, kad trikampio AED plotas lygus 5, trikampio BEF plotas lygus 4, o trikampio CFD plotas lygus 3. Raskite trikampio DEF plotą.