



**PASVALIO KRAŠTO MOKSLEIVIŲ  
DEVINTOJI KOMANDINĖ MATEMATIKOS OLIMPIADA  
PROFESORIAUS BRONIAUS GRIGELIONIO  
TAUREI LAIMĖTI**

**Pasvalys, 2007 m. lapkričio mėn. 23 d.  
Uždavinių sprendimo trukmė – 2 val.**

**U Ž D A V I N I A I**

**9–10 klasė**

1. Lentelėse  $3 \times 3$  langeliuose yra įrašyti natūralieji skaičiai (žr. pav.). Du mokiniai, Jonas ir Petras, išbraukė po keturis skaičius. Jono išbrauktų skaičių suma yra tris kartus didesnė už Petro išbrauktų skaičių sumą. Nustatykite, koks skaičius liko lentelėje.

4	12	8
13	24	14
7	5	23

2. Padalijus triženklį skaičių  $a$  iš 9, gaunamas skaičius  $b$ , kurio skaitmenų suma yra devyniais mažesnė už skaičiaus  $a$  skaitmenų sumą. Raskite visus triženklus skaičius  $a$ , turinčius šią savybę.
3. Koku laipsniu reikia pakelti skaičių  $4^4$ , kad gautume skaičių  $8^8$ ?

4. Išspręskite lygtį

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = x.$$

5. Į vieną eilę surašyti skaičiai 1, 2, 3, ..., 2006, 2007. Nubraukiami pirmi 2006 skaitmenys. Koks likusio skaičiaus pirmasis skaitmuo.
6. Tegū  $a$  ir  $b$  yra sveikieji skaičiai. Nustatykite, ar  $b^2$  dalijasi iš  $a + b$ , jei  $a^2$  dalijasi iš  $a + b$ .
7. Tegū  $PA$  ir  $PB$  yra apskritimo su centru  $O$  liestinės taškuose  $A$  ir  $B$ . Trečia to apskritimo liestinė, kerta atkarpas  $PA$  ir  $PB$  taškuose  $X$  ir  $Y$ . Įrodykite, kad kampas  $XOY$  nepriklauso nuo trečiosios liestinės pasirinkimo.

8. Įrodykite, kad

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{99}{100} < \frac{1}{10}.$$

9. Raskite mažiausią natūralųjį skaičių, kurį dalijant iš 4 gaunama liekana 3, dalijant iš 5 gaunama liekana 4, o dalijant iš 6 gaunama liekana 5.
10. Languotos kvadratinės lentelės, kurios matmenys  $10 \times 10$ , langeliuose išdėliotos šachmatų figūros. Kiekvienoje lentelės eilutėje stovi skirtingas figūrų skaičius (gali būti ir 0). Visiškai taip pat, nėra jokių dviejų stulpelių, kuriuose būtų po lygiai šachmatų figūrų (vienas stulpelis gali būti tuščias). Kiek iš viso šachmatų figūrų yra ant lentelės? Raskite visus galimus atsakymus ir pagrįskite juos.