

Организатор  
Вильнюсский университет

Спонсоры  
«INFORMACINĖS TECHNOLOGIJOS»,  
ЗАО «BALTIC AMADEUS»,  
Издательство «ALMA LITTERA»,  
Издательство «TEV»,  
Издательство «TYTO ALBA»,  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ ЦЕНТР,  
ЗАОЧНАЯ ШКОЛА ЮНЫХ МАТЕМАТИКОВ ЛИТВЫ

**IX ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ЛИТВЫ 7-8 КЛАССОВ**  
**при 22-ой командной олимпиаде школьников Литвы**  
Факультет математики и информатики, 29 сентября 2007 г.

- (A) Барон Мюнхаузен глубоко убежден, что удастся обнаружить 4 различных четырёхзначных числа, имеющих в своей записи только цифры 1, 2 и 3 и такие, что цифры любых двух из этих чисел совпадают самое большее в одной позиции. Не могли ли вы подыскать ему 4 таких числа?

(B) Барон Мюнхаузен ни за что не верит, что кому-нибудь может удастся обнаружить 6 различных четырёхзначных чисел, имеющих в своей записи только цифры 1, 2 и 3 и таких, что цифры любых двух из этих чисел совпадают самое большее в одной позиции. Не могли ли вы подыскать ему 6 таких чисел?

(C) Найдите максимальное число различных четырёхзначных чисел, имеющих в своей записи только цифры 1, 2 и 3 и таких, что цифры любых двух из этих чисел совпадают самое большее в одной позиции.
- (A) Барон Мюнхаузен утверждает, что абсолютно невозможно выписать все числа от 1 до 16 в один ряд так, чтобы сумма любых двух соседних чисел была полным квадратом. Прав ли барон в своих предположениях?

(B) Барон Мюнхаузен утверждает, что ему заведомо удастся выписать все числа от 1 до 16 по кругу так, чтобы сумма любых двух соседних чисел была полным квадратом. Прав ли барон и на этот раз?
- На сторонах  $BC$  и  $CD$  квадрата  $ABCD$  Винни-Пух отметил точки  $K$  и  $L$  соответственно так, что  $\angle AKB = \angle AKL$ . Помогите ему установить истинную величину угла  $\angle KAL$ .
- (A) Мистер Холмс в паре с доктором Ватсоном горят желанием найти все такие пары  $(x, y)$  целых положительных чисел  $x$  и  $y$ , для которых

$$x^2 - y^2 - x + y = 10.$$

Сколько таких пар они обнаружат и каковы они будут?

(B) При малейшей возможности помогите им при поисках такой пары  $(x, y)$  целых положительных чисел  $x$  и  $y$ , для которых

$$x^2 - y^2 - x + y = 2007.$$
- Квадрат  $7 \times 7$  разбит на 49 равных единичных клеток. Некоторые единичные клетки Винни-Пух раскрасил в черный цвет так, что число черных клеток в каждой строке и в каждом столбце четно (может быть равно 0).

(A) Может ли Винни-Пух таким образом раскрасить 4 какие-нибудь единичные клетки?

(B) Может ли Винни-Пух таким образом раскрасить 6 каких-нибудь единичных клеток?

(C) Какое число единичных клеток сможет Винни раскрасить таким образом?  
Укажите все такие подходящие числа клеток.