

IX LIETUVOS 7–8 KLASIŲ MOKSLEIVIŲ MATEMATIKOS OLIMPIADA

Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos fakultetas, 2007 09 29

Uždavinių sąlygos

- (A) Baronas Miunhauzenas yra giliai įsitikinęs, kad yra įmanoma surasti tokius 4 skirtingus 4-ženklus skaičius, užrašomus vien tik skaitmenimis 1, 2 ir 3 ir tokius, kad bet kurių dviejų iš jų skaitmenys sutampa daugiausiai vienoje skiltyje. Ar baronas yra teisus taip tikėdamas?

(B) Baronas Miunhauzenas nėra už ką netiki, kad būtų kada nors įmanoma surasti tokius 6 skirtingus 4-ženklus skaičius, užrašomus vien tik skaitmenimis 1, 2 ir 3 ir tokius, kad bet kurių dviejų iš jų skaitmenys sutampa daugiausiai vienoje skiltyje. Ar baronas yra teisus taip netikėdamas?

(C) Kiek iš viso daugiausiai gali būti tokių 4-ženklių skaičių, užrašomų vien tik skaitmenimis 1, 2 ir 3 ir tokių, kad bet kurių dviejų iš jų skaitmenys sutampa daugiausiai vienoje skiltyje?
- (A) Baronas Miunhauzenas nėra už ką netiki, kad būtų galima visus sveikuosius teigiamus skaičius nuo 1 iki 16 surašyti į vieną eilutę taip, kad bet kurių dviejų kaimyninių skaičių suma būtų tikslus kvadratas. Ar baronas yra teisus taip netikėdamas?

(B) Baronas Miunhauzenas tvirtai tiki, kad pavyks visus sveikuosius teigiamus skaičius nuo 1 iki 16 surašyti ratuku taip, kad bet kurių dviejų kaimyninių skaičių suma būtų tikslus kvadratas. Ar baronas yra teisus taip tikėdamas?
- Kvadrato $ABCD$ kraštinėse BC ir CD atitinkamai Mikė pažymėjo taškus K ir L taip, kad $\angle AKB = \angle AKL$. Padėkite jam surasti tikrąjį kampo $\angle KAL$ didumą.
- (A) Šerlokas Holmsas kartu su daktaru Watsonu norėtų surasti visas sveikųjų teigiamų skaičių x ir y poras (x, y) , kad

$$x^2 - y^2 - x + y = 10.$$

Kiek tokių porų jie suras, ir kokios yra tos poros?

(B) Pamėginkite padėti jiems ir raskite, jeigu tai tik įmanoma, tokią sveikųjų teigiamų skaičių x ir y porą (x, y) , kad

$$x^2 - y^2 - x + y = 2007.$$
- 7×7 kvadratas sudarytas iš 49 vienodų vienetinių langelių. Kai kuriuos vienetinius langelius Mikė Pūkuotukas nuspalvino juodai tokiu būdu, kad kiekvienoje eilutėje ir kiekviename stulpelyje esančių Mikės juodai nuspalvintų langelių skaičius yra lyginis (gali būti 0).

(A) Ar galėtų Mikė taip nuspalvinti kuriuos nors 4 vienetinius langelius?

(B) Ar galėtų Mikė taip nuspalvinti kuriuos nors 6 vienetinius langelius?

(C) Kokį vienetinių langelių skaičių galėtų Mikė taip nuspalvinti?
Nurodykite visus galimus taip nuspalvintų langelių skaičius.