Organizuoja
Vilniaus universitetas

Remia
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA,
INFORMACINĖS TECHNOLOGIJOS,
Leidykla ALMA LITTERA,
Leidykla TEV,
Leidykla TYTO ALBA,
NACIONALINIS EGZAMINŲ CENTRAS,
LIETUVOS JAUNŲJŲ MATEMATIKŲ MOKYKLA

X LIETUVOS 7–8 KLASIŲ MOKSLEIVIŲ MATEMATIKOS OLIMPIADA

Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos fakultetas, 2008 09 27

Uždavinių sąlygos

1. Surimtėję Tomas ir Džeris įsidarbino kontrolieriais Daliklių apskaitos inspekcijoje. Pats pirmasis jiems pavestas darbas buvo iš eilės tikrinti visų skaičiaus 30 kartotinių, t.y. skaičių

30, 60, 90, 120,...

daliklių kiekį. Už kiekvieną tokį 30 kartotinį, kuris pats turi lygiai 30 daliklių, jiems buvo pažadėta premija. Už patį pirmą patikrintą skaičių 30 Tomas ir Džeris premijos negaus, nes pats skaičius 30 tiek daliklių neturi – jų tėra tik 8, nes visi skaičiaus 30 dalikliai yra

1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 ir 30.

(A) Ar galima surasti nors vieną tokį skaičiaus 30 kartotinį, už kurį Tomas ir Džeris gautų premiją?
(B) Ar galima surasti 2 tokius 30 kartotinius, turinčius po 30 daliklių?
(C) Ar galima surasti 6 tokius 30 kartotinius?
(D) Ar gali Tomas ir Džeris gauti 8 premijas?

2. Alisa aštuonis didesnius už 1 skaitmenis 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ir 9 įrašo kiekvieną į lygiai vieną iš 8 lygybės langelių taip, kad lygybė būtų teisinga. Kam yra lygi pati didžiausioji iš tų trijų teisingos lygybės trupmenų?

$$\frac{1}{\square\times\square}+\frac{\square}{\square\times\square}+\frac{\square}{\square\times\square}=1$$

3. Trikampio ABC kraštinėje AC yra pažymėtas taškas E, o kraštinėje AB – taškas F. Taškas D yra BE ir CF sankirtos taškas. Jeigu trikampių BDF, BCD ir CDE plotai yra atitinkamai 3, 7 , 7, tai kam tada yra lygus keturkampio $AEDF$ plotas?

4. Sveikas skeptikas Sanča Pansa nė už ką netiki, kad nepatyręs ieškotojas galėtų surasti tokį natūralųjį skaičių n, kad didelis skaičius n^6+206 dalytųsi be liekanos iš nemenko skaičiaus n^2+2, o don Kichotas užsispyręs vis kartoja, kad tokių skaičių yra. Negi tikrai įmanoma nustatyti, kiek jų yra ir kokie jie yra?

5. Robinzonas Kruzas ir jo asistentas Penktadienis pakaitomis spalvina po vieną arba po du turinčius bendrą kraštinę dar nenuspalvintus lentelės 2 × 9 langelius. Pirmasis spalvinti pradeda Robinzonas. Laimi tas, kuris nuspalvina patį paskutinį lentelės langelį. Įrodykite, kad pradedantis Robinzonas visada gali spalvinti taip, kad laimėtų, nesvarbu kaip bespalvintų jo asistentas Penktadienis.
