

**ALYTAUS APSKRITIES XIV KOMANDINĖ MATEMATIKOS  
OLIMPIADA  
MOKYTOJO KAZIO KLIMAVIČIAUS TAUREI LAIMĖTI**

Varėna, 2009 gruodžio 22 d.

**UŽDAVINIAI**

1. Visi natūralieji skaičiai nuo 1 iki 9999 surašyti vienas greta kito (be skiriamųjų ženklų). Raskite gautojo natūraliojo skaičiaus  
123456789101112...999799989999  
skaitmenų sumą.

2. Raskite visus realiuosius skaičius  $x$ , su kuriais galioja lygybė

$$2^x + 3^x - 4^x + 6^x - 9^x = 1.$$

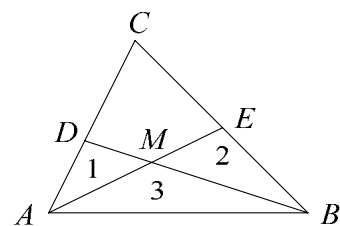
3. Šimte dėžių buvo po vienodą detalių skaičių. Iš pirmos dėžės išimtos kelios detalės, iš antros – du kartus daugiau, iš trečios – tris kartus daugiau ir t. t. Iš 100-ios dėžės išimta 100 kartų daugiau detalių, negu iš pirmosios dėžės, ir šioje dėžėje liko tik viena detalė. Bendras visose dėžėse likusių detalių skaičius 14 950. Kiek detalių buvo kiekvienoje dėžėje?

4. Kubo viršūnėse yra po vieną skaičių: penkiose – nuliai, o vienoje – vienetas. Vienu veiksmu leidžiama pridėti po vieną prie skaičių, esančių gretimose kubo viršūnėse (sujungtose ta pačia briauna). Ar tokiais veiksmiais įmanoma pasiekti, kad skaičiai visose kubo viršūnėse pasidarytų lygūs?

5. Septynių natūraliųjų skaičių aibė  $A$  turi tokią savybę: bet kurių šešių skaičių suma dalijasi iš 5. Įrodykite, kad kiekvienas aibės  $A$  skaičius dalijasi iš 5.

6. Keltu, kraunamu tik džipais ir vilkikais, galima pervežti 109 tonų krovinių; džipo svoris – 3 tonos, o vilkiko – 5 tonos. Vieno džipo pervežimo kaina 60 litų, o vilkiko – 70 litų. Kaip reikia pakrauti keltą, kad gautos pajamos būtų didžiausios, kai vežamų vilkikų skaičius viršija džipų skaičių nemažiau kaip 20 procentų?

7. Brėžinyje (žr. 1 pav.) nurodyti trikampio  $ABC$  trijų dalių plotai. Raskite ketvirtosios šio trikampio dalies  $DMEC$  plotą.



1 pav.

8. Skaičių  $x$ ,  $y$  ir  $z$  trejetas  $(x; y; z)$  yra lygčių sistemos

$$\begin{cases} x + y + z = 2, \\ xy + xz + yz = 1 \end{cases}$$

sprendinys. Raskite mažiausią ir didžiausią  $x$  reikšmę.

9. Jeigu  $(a+b+c) \cdot c < 0$ , tai  $b^2 > 4ac$ . Įrodykite.

10. Raskite triženklį skaičių, kurį padauginus iš 6, gaunamas triženklis skaičius su ta pačia skaitmenų suma.