00-01 m.m. žiemos egzaminų sesijos algebros ir geometrijos egzamino užduotys I-jo kurso matematikos specialybės studentams

1. Įrodyti, kad lygtis
i)$x^3 + 2y^3 + 4z^3 - 34xyz = 0$
ii)$x^3 + 3y^3 + 9z^3 - 51xyz = 0$
sveikaisiais skaičiais turi tik nulinį sprendinį.

2. Rasti atstumą tarp tiesės X ir taško A.
Tiesės X lygtis ir taško A koordinatės:
i)$X : \frac{x-4}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+9}{-2}$, $A(3, 4, 2)$.
ii)$X : \frac{x-7}{6} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+3}{2}$, $A(-1, 3, 4)$.

3. Kokioms esant parametrų λ ir μ reikšmėms plokštuma X a) statmena b) lygiagreti tiesei l? Plokštumos ir tiesės lygtys:
i)$X : \lambda x + 2y - 4z + 3 = 0$, $l : \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{\mu} = \frac{z-7}{2}$.
ii) $X : \lambda x + 3y - 2z + 5 = 0$, $l : \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{\mu} = \frac{z+1}{2}$.

4. Rasti atvirkštinį elementą elementui x, priklausančiam kūnui $GF(257)$
i)$x = \overline{17} = 17 + 257\mathbb{Z}$, ii)$x = \bar{1}9 = 19 + 257\mathbb{Z}$.

5. Rasti tiesinės erdvės $\mathbb{R}^4$ tiesinių poerdvių L_1, L_2, $L_1 + L_2$, $L_1 \cap L_2$ dimensijas ir tiesinio poerdvio $L_1 \cap L_2$ bazę.
i) L_1 yra vektorių $v_1 = (1, 1, 1, -3)$, $v_2 = (1, -1, -1, 1)$, $v_3 = (-1, 3, -1, -1)$ tiesinis apvalkalas, o L_2 – vektorių $u_1 = (1, 1, 1, 1)$, $u_2 = (1, 2, 2, 3)$, $u_3 = (2, 1, 2, 1)$.
ii)L_1 yra vektorių $v_1 = (1, 1, -1, -1)$, $v_2 = (1, 1, -3, 1)$, $v_3 = (1, 2, -2, -1)$ tiesinis apvalkalas, o L_2 – vektorių $u_1 = (1, 1, 1, 1)$, $u_2 = (1, 2, 1, 2$, $u_3 = (2, 1, 1, 2)$.

6. Apskaičiuoti determinantą.

$$\text{i)} \begin{vmatrix} 7 & 2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 5 & 7 & 2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 7 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 5 & 7 \end{vmatrix} \qquad \text{ii)} \begin{vmatrix} 7 & 3 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 4 & 7 & 3 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 7 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 7 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 4 & 7 \end{vmatrix}.$$

7. Rasti lygiagretainio, užtempto ant vektorių v_1 ir v_2, plotą.
i) $v_1 = (3, 1, 2)$, $v_2 = (1, 5, 7)$, ii) $v_1 = (1, 2, 7)$, $v_2 = (2, 4, -3)$.

00-01 m.m. pavasario egzaminų sesijos algebros ir geometrijos egzamino užduotys I-jo kurso matematikos specialybės studentams

1. Trijų kintamųjų simetrinio polinomo didžiausias narys leksikografinės tvarkos atžvilgiu (kintamųjų tvarka tokia: $x_1 > x_2 > x_3$) yra i) $x_1^3x_2^2$, ii) $x_1^4x_2$. Užrašyti šiuos polinomus ir išreikšti pagrindiniais simetriniais polinomais
$\sigma_1 = x_1 + x_2 + x_3$, $\sigma_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$, $\sigma_3 = x_1x_2x_3$.

2. Kiek yra Abelio grupėje, užrašytoje dviejų ciklinių grupių tiesiogine suma i) $Z_{35} \oplus Z_{49}$, ii) $Z_{35} \oplus Z_{249}$ 49-tos eilės elementų?

3. Kokia gaunama liekana skaičių i) 2^{139138}, ii) 2^{155506} padalijus iš 8579?

4. Kiek 15-o laipsnio simetrinėje grupėje S_{15} yra i) 60-os, ii) 42-os eilės elementų?

5. Pavaizduoti kompleksinėje plokštumoje sritį, kurios taškai tenkina sąlygą:
i) $(|z-i|-2)^2 < 1$, ii) $(|z+i|-3)^2 < 1$.

6. Rasti polinomų $f(x)$ ir $g(x)$ didžiausią bendrąjį daliklį ir jį užrašyti polinomų $f(x)$ ir $g(x)$ tiesine išraiška.
i) $f(x) = x^4 + x_2 + 1$, $g(x) = x^4 + 2x_2 + x + 2$;
ii) $f(x) = x^4 + x_2 + 1$, $g(x) = x^4 + 2x_2 - x + 2$.