

**12 pratybos.** *Tiesė erdvėje.*

Pagrindiniai uždaviniai plokštumai ir tiesei erdvėje.

*Tegu*

$A = (x_0, y_0, z_0), A_1(x_1, y_1, z_1), A(x_2, y_2, z_2), A(x_3, y_3, z_3)$  – keturi taškai,

$P: ax + by + cz + d = 0, P_1: a_1x + b_1y + cz_1 + d_1 = 0, P_2: ax_2 + b_2y + cz_2 + d_2 = 0$

- trys plokštumos.

$T_1: \frac{x - x'}{k'} = \frac{y - y'}{l'} = \frac{z - z'}{m'}$  ir  $T_2: \frac{x - x''}{k''} = \frac{y - y''}{l''} = \frac{z - z''}{m''}$  - dvi tiesės.

1. Plokštumos, einančios per tašką  $A$  ir lygiagrečios plokštumai  $P$  lygtis yra

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0.$$

2. Plokštumos, einančios per tašką  $A$  ir statmenos vektoriui  $\mathbf{n} = (a; b; c)$  lygtis yra

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0.$$

3. Plokštumos, einančios per per tašką  $A$  ir statmena tiesei  $T_1$ , lygtis yra

$$k'(x - x_0) + l'(y - y_0) + m'(z - z_0) = 0$$

4. Plokštumos, einančios per tris taškus  $A_1, A_2, A_3$ , lygtis yra

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

5. Plokštumos, einančios per tašką  $A$  ir statmenos dviem plokštumoms  $P_1$  ir  $P_2$  lygtis yra

$$(x - x_0, y - y_0, z - z_0) \cdot ((a_1, b_1, c_1) \times (a_2, b_2, c_2)) = \begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 0.$$

6. Plokštumos, einančios per tašką  $A$  ir lygiagrečios dviems tiesėms  $T_1, T_2$ , lygtis yra

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \end{vmatrix} = 0$$

7. Tiesės, einančios per du taškus  $P_1, P_2$ , lygtis yra

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$$

8. Tiesės, einančios per tašką  $P_1$  ir lygiagrečios tiesei  $T_1$ , lygtis yra

$$\frac{x - x_1}{k'} = \frac{y - y_1}{l'} = \frac{z - z_1}{m'}$$

9. Tiesės, einančios per tašką  $P_1$  ir statmenos plokštumai  $P$ , lygtis yra

$$\frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} = \frac{z - z_1}{c}$$

Uždaviniai tiesei erdvėje.

1. Raskite tiesės, einančios per taškus  $A(-1, -3, 1)$  ir  $B(2, 1, -4)$ , ir plokštumos  $x + 2y - z - 8 = 0$  susikirtimo tašką.

2. Raskite plokštumos, einančios per dvi lygiagrečias tieses  $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$  ir  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ , lygtį.

3. Raskite tiesės, einančios per tašką  $A(-4, 3, 0)$  ir lygiagrečios tiesei

$$\begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}, \text{ lygtį.}$$

4. Nustatykite tiesės  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{3}$  ir plokštumos  $3x - 3y + 2z - 5 = 0$  padėtį erdvėje.

5. Raskite taško  $A(3, -5, -7)$  projekciją plokštumoje  $x + 2y + 3z = 0$ .

6. Įrodykite, kad keturkampis  $A(-3, 5, 6) B(1, -5, 7) C(8, -3, -1) D(4, 7, -2)$  yra kvadratas.

7. Parašykite tiesės  $\begin{cases} x - y - z - 1 = 0 \\ x + 5y + 2z + 11 = 0 \end{cases}$  kanoninę lygtį.

8. Nusakykite tiesių  $\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + 2z = 0 \end{cases}$  ir  $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 4 \end{cases}$  padėtį erdvėje.

9. Raskite tiesės, einačios per tašką  $A(3, 5, 1)$  ir statmenos tiesei  $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -3t \\ z = -3 \end{cases}$ ,

lygtį.

10. Ar taškai  $A(2, -1, -2)$ ,  $B(1, 2, 1)$ ,  $C(2, 3, 0)$ ,  $D(5, 0, -6)$  yra vienoje plokštumoje?

11. Raskite kanoninę ir parametrinę tiesės  $\begin{cases} 2x + y + z - 2 = 0 \\ 2x - y - 3z + 6 = 0 \end{cases}$  lygtis.

12. Ar taškai  $A(1, -2, 1)$  ir  $B(5, 4, -1)$  yra simetriniai tiesės  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$  atžvilgiu?

13. Parašykite kurios nors tiesės, esančios plokštumoje  $x - y + 2z - 6 = 0$ , bendrąją, kanoninę, parametrinę lygtis.

14. Raskite kurį nors vektorių, lygiagretų tiesei  $\begin{cases} x + 2y + 3z - 4 = 0 \\ x + y + z + 1 = 0 \end{cases}$ .

15. Duotos dvi prasilenkiančios tiesės

$$\begin{cases} 3x + 2y - 4z + 1 = 0 \\ 5x - y + 2z - 4 = 0 \end{cases} \quad \text{ir} \quad \begin{cases} 2x - 3y + z + 8 = 0 \\ 4x - 2y + 5 = 0 \end{cases} .$$

1) Raskite plokštumos, einančios per tašką  $A(1, 2, 1)$  ir lygiagrečios šioms plokštumoms, lygtį.

2) Raskite mažiausią atstumą tarp šių tiesių.

3) Sudarykite bendro abiemis tiesėms statmens kanonines lygtis.