

Algebra ir geometrija informatikams. Pratybos.
Rimantas Grigutis

11 pratybos. *Plokštuma erdvėje.*

Pagrindiniai uždaviniai plokštumai ir tiesei erdvėje.

Tegu

$A = (x_0, y_0, z_0), A_1(x_1, y_1, z_1), A(x_2, y_2, z_2), A(x_3, y_3, z_3)$ – keturi taškai,
 $P : ax + yb + cz + d = 0, P_1 : a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0, P_2 : a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$
- trys plokštumos.

1. Plokštumos, einančios per tašką A ir lygiagrečios plokštumai P lygtis yra

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0.$$

2. Plokštumos, einančios per tašką A ir statmenos vektoriui $\mathbf{n} = (a; b; c)$ lygtis yra

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0.$$

3. Plokštumos, einančios per tris taškus A_1, A_2, A_3 , lygtis yra

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

4. Plokštumos, einančios per tašką A ir statmenos dviej plokštumoms P_1 ir P_2 lygtis yra

$$(x - x_0, y - y_0, z - z_0) \cdot ((a_1, b_1, c_1) \times (a_2, b_2, c_2)) =$$

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 0.$$

Uždaviniai plokštumai erdvėje

1. Nusakykite trijų plokštumų padėtį erdvėje.

- 1) $x + y - z = 0; 2x - y + z - 3 = 0; x - y - 2z + 1 = 0.$
- 2) $x + 2y + 3z - 1 = 0; x + y + z + 1 = 0; 2x + 3y + 3z = 0.$
- 3) $x + 2y + 3z - 1 = 0; x + y + z + 1 = 0; 2x + 3y + 4z + 5 = 0.$

2. Raskite dvisiens kampą tarp plokštumų

$$\begin{aligned}x + y + z + 2 &= 0 \\x - y + z + 4 &= 0.\end{aligned}$$

3. Raskite taško $(2, 3, 1)$ atstumą iki plokštumos $3x + 2y + z + 5 = 0$.

4. Išitikinę, kad plokštumos

$$\begin{aligned}x + y - 2z - 1 &= 0 \\x + y - 2z + 3 &= 0\end{aligned}$$

yra lygiagrečios, raskite:

- 1) atstumą tarp duotų plokštumų
- 2) plokštumą, vienodai nutolusią nuo duotujų plokštumų
- 3) plokštumas, nutolusias 5 vienetais nuo plokštumos.

5. Duotos dvi plokštumos:

$$\begin{aligned}6x - 2y - 3z - 1 &= 0 \\8x - y + 4z + 5 &= 0.\end{aligned}$$

- 1) Išitikinkite, kad plokštumos nėra lygiagrečios ir statmenos.
- 2) Raskite plokštumas, kurios duotujų plokštumų sudaromus dvisienius kam-pus dalytų pusiau.

6. Kokios turi būti a ir b parametru reikšmės, kad plokštumos

$$\begin{aligned}x + 2y + 3z - 1 &= 0 \\2x - 4y - 6z - 5 &= 0 \\3x + ay - z - b &= 0\end{aligned}$$

- 1) turėtų tiktai vieną bendrą tašką
- 2) eitų per vieną tiesę
- 3) poromis kirsdamosi sudarytų tris lygiagrečias tieses.

7. Sudarykite lygtis plokštumų:

- 1) eina per tašką $A(2, 1, -1)$ ir stamena vektoriui $\mathbf{n} = (1, -2, 3)$;
- 2) eina per tris taškus $A(3, 3, -1)$, $B(-3, 1, 4)$, $C(-1, -1, 1)$;
- 3) eina per tašką $A(-2, 4, 3)$ ir lygiagreti plokštumai $x - 4y + 5z - 1 = 0$;
- 4) eina per tašką $A(0, -5, 1)$ ir stamena susikertančiom plokštumoms $3x - y + z = 0$ ir $2x + 3y + z - 3 = 0$.