

7 pratybos. Plokštuma ir tiesė erdvėje.

Pagrindiniai uždaviniai plokštumai ir tiesei erdvėje.

Tegu

$A = (x_0, y_0, z_0)$, $A_1(x_1, y_1, z_1)$, $A(x_2, y_2, z_2)$, $A(x_3, y_3, z_3)$ – keturi taškai,
 $P: ax + by + cz + d = 0$, $P_1: a_1x + b_1y + cz_1 + d_1 = 0$, $P_2: ax_2 + b_2y + cz_2 + d_2 = 0$
- trys plokštumos.

$T_1: \frac{x - x'}{k'} = \frac{y - y'}{l'} = \frac{z - z'}{m'}$ ir $T_2: \frac{x - x''}{k''} = \frac{y - y''}{l''} = \frac{z - z''}{m''}$ - dvi tiesės.

1. Plokštumos, einančios per tašką A ir lygiagrečios plokštumai P lygtis yra

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0.$$

2. Plokštumos, einančios per tašką A ir statmenos vektoriui $n = (a; b; c)$ lygtis yra

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0.$$

3. Plokštumos, einančios per per tašką A ir statmena tiesei T_1 , lygtis yra

$$k'(x - x_0) + l'(y - y_0) + m'(z - z_0) = 0$$

4. Plokštumos, einančios per tris taškus A_1, A_2, A_3 , lygtis yra

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

5. Plokštumos, einančios per tašką A ir statmenos dviem plokštumoms P_1 ir P_2 lygtis yra

$$(x - x_0, y - y_0, z - z_0) \cdot ((a_1, b_1, c_1) \times (a_2, b_2, c_2)) = \begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 0.$$

6. Plokštumos, einančios per tašką A ir lygiagrečios dviems tiesėms T_1, T_2 , lygtis yra

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \end{vmatrix} = 0$$

7. Tiesės, einančios per du taškus P_1, P_2 , lygtis yra

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$$

8. Tiesės, einančios per tašką P_1 ir lygiagrečios tiesei T_1 , lygtis yra

$$\frac{x - x_1}{k'} = \frac{y - y_1}{l'} = \frac{z - z_1}{m'}$$

9. Tiesės, einančios per tašką P_1 ir statmenos plokštumai P , lygtis yra

$$\frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} = \frac{z - z_1}{c}$$

Uždaviniai plokštumai erdvėje

1. Nusakykite trijų plokštumų padėtį erdvėje.

1) $x + y - z = 0$; $2x - y + z - 3 = 0$; $x - y - 2z + 1 = 0$.

2) $x + 2y + 3z - 1 = 0$; $x + y + z + 1 = 0$; $2x + 3y + 3z = 0$.

3) $x + 2y + 3z - 1 = 0$; $x + y + z + 1 = 0$; $2x + 3y + 4z + 5 = 0$.

2. Raskite dvisienį kampą tarp plokštumų

$$x + y + z + 2 = 0$$

$$x - y + z + 4 = 0.$$

3. Raskite taško $(2, 3, 1)$ atstumą iki plokštumos $3x + 2y + z + 5 = 0$.

4. Įsitikinę, kad plokštumos

$$x + y - 2z - 1 = 0$$

$$x + y - 2z + 3 = 0$$

yra lygiagrečios, raskite:

- 1) atstumą tarp duotų plokštumų
- 2) plokštumą, vienodai nutolusią nuo duotųjų plokštumų
- 3) plokštumas, nutolusias 5 vienetais nuo plokštumos.

5. Duotos dvi plokštumos:

$$6x - 2y - 3z - 1 = 0$$

$$8x - y + 4z + 5 = 0.$$

- 1) Įsitikinkite, kad plokštumos nėra lygiagrečios ir statmenos.
- 2) Raskite plokštumas, kurios duotųjų plokštumų sudaromos dvisienius kampus dalytų pusiau.

6. Kokios turi būti a ir b parametru reikšmės, kad plokštumos

$$x + 2y + 3z - 1 = 0$$

$$2x - 4y - 6z - 5 = 0$$

$$3x + ay - z - b = 0$$

- 1) turėtų tiktai vieną bendrą tašką
- 2) eitų per vieną tiesę
- 3) poromis kirsdamosi sudarytų tris lygiagrečias tieses.

7. Sudarykite lygtis plokštumų:

- 1) eina per tašką $A(2, 1, -1)$ ir stamena vektoriui $\mathbf{n} = (1, -2, 3)$;
- 2) eina per tris taškus $A(3, 3, -1)$, $B(-3, 1, 4)$, $C(-1, -1, 1)$;
- 3) eina per tašką $A(-2, 4, 3)$ ir lygiagreti plokštumai $x - 4y + 5z - 1 = 0$;
- 4) eina per tašką $A(0, -5, 1)$ ir stamena susikertančiom plokštumoms $3x - y + z = 0$ ir $2x + 3y + z - 3 = 0$.

Uždaviniai tiesei erdvėje.

1. Raskite tiesės, einančios per taškus $A(-1, -3, 1)$ ir $B(2, 1, -4)$, ir plokštumos $x + 2y - x - 8 = 0$ susikirtimo tašką.

2. Raskite plokštumos, einančios per dvi lygiagrečias tieses $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{x-1}{2}$ ir $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{x}{2}$, lygtį.

3. Raskite tiesės, einačios per tašką $A(-4, 3, 0)$ ir lygiagrečios tiesei

$$\begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}, \text{ lygtį.}$$

4. Nustatykite tiesės $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{3}$ ir plokštumos $3x - 3y + 2z - 5 = 0$ padėtį erdvėje.

5. Raskite taško $A(3, -5, -7)$ projekciją plokštumoje $x + 2y + 3z = 0$.

6. Įrodykite, kad keturkampis $A(-3, 5, 6) B(1, -5, 7) C(8, -3, -1) D(4, 7, -2)$ yra kvadratas.

7. Parašykite tiesės $\begin{cases} x - y - z - 1 = 0 \\ x + 5y + 2z + 11 = 0 \end{cases}$ kanoninę lygtį.

8. Nusakykite tiesių $\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + 2z = 0 \end{cases}$ ir $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 4 \end{cases}$ padėtį erdvėje.

9. Raskite tiesės, einačios per tašką $A(3.5.1)$ ir statmenos tiesei $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -3t \\ z = -3 \end{cases}$,

lygtį.

10. Ar taškai $A(2, -1, -2)$, $B(1, 2, 1)$, $C(2, 3, 0)$, $D(5, 0, -6)$ yra vienoje plokštumoje?

11. Raskite kanoninę ir parametrinę tiesės $\begin{cases} 2x + y + z - 2 = 0 \\ 2x - y - 3z + 6 = 0 \end{cases}$ lygtis.

12. Ar taškai $A(1, -2, 1)$ ir $B(5, 4, -1)$ yra simetriniai tiesės $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$ atžvilgiu?

13. Parašykite kurios nors tiesės, esančios plokštumoje $x - y + 2z - 6 = 0$, bendrąją, kanoninę, parametrinę lygtis.

14. Raskite kuri nors vektorių, lygiagretų tiesei $\begin{cases} x + 2y + 3z - 4 = 0 \\ x + y + z + 1 = 0 \end{cases}$.

15. Duotos dvi prasilenkiančios tiesės

$$\begin{cases} 3x + 2y - 4z + 1 = 0 \\ 5x - y + 2z - 4 = 0 \end{cases} \text{ ir } \begin{cases} 2x - 3y + z + 8 = 0 \\ 4x - 2y + 5 = 0 \end{cases}.$$

1) Raskite plokštumos, einačios per tašką $A(1, 2, 1)$ ir lygiagrečios šioms plokštumoms, lygtį.

2) Raskite mažiausią atstumą tarp šių tiesių.

3) Sudarykite bendro abiems tiesėms statmens kanonines lygtis.