

**7 pratybos.** *Matricos.*

1. Duotos matricos  $A_1 = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,

$$A_3 = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad A_4 = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Jeigu įmanoma apskaičiuokite  $A_i \pm A_j$  ir  $A_i \cdot A_j$ ,  $A_j^{-1}$ ,  $1 \leq i, j \leq n$ .

2. Tegū  $A = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -9 & -5 \end{pmatrix}$ . Įrodykite, kad  $A^n = \begin{pmatrix} 1+6n & 4n \\ -9n & 1-6n \end{pmatrix}$ , kai  $n \geq 1$ .

3. Tegū  $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . Įrodykite, kad  $A^n = \frac{3^n-1}{2}A + \frac{3-3^n}{2}I_2$ , kai  $n \geq 1$ .

4. Raskite  $A^{-1}$ , kai

1)  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -2 & -2 & 4 \\ 4 & 2 & -5 \end{pmatrix}$ . 2)  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

5. Su kuria racionali  $\lambda$  reikšme matrica  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \lambda \\ 3 & -1 & 1 \\ 5 & 3 & -5 \end{pmatrix}$  yra išsigimusi?

6. Išspręskite:  $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 8 \\ 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$ .

7. Raskite: 1)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n$ , 2)  $\begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}^n$ .

8. Kvadratinė matrica  $A = \begin{pmatrix} 0 & a & \dots & b \\ 0 & 0 & \dots & c \\ \vdots & & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \in M_n$ . Įrodykite, kad  $A^n = 0$ .



10. Tegu tiesinių lygčių sistema  $AX = B$  yra *nesuderinta*. Tiesinių lygčių sistema  $A^T AX = A^T B$  vadinama *normaliąja sistema* atitinkančia  $AX = B$ . Normaliosios sistemos sprendiniai vadinami sistemos  $AX = B$  *mažiausių kvadratų sprendiniais*.

10.1. Raskite sistemos mažiausių kvadratų sprendinius.

$$1) \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ x + y = 3.05 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x + 2y = 4 \\ x + y = 5 \\ 3x + 5y = 12 \end{cases} .$$

10.2. Duoti taškai  $(x_i, y_i)$  turėtų būti tiesėje  $y = mx + b$ . Raskite mažiausių kvadratų tiesę šiems taškams:

$$1) (1, 2); (2, 6); (3, 5) \quad 2) (0, 0); (1, 0); (2, -1); (3, 4); (4, 8) .$$

10.3. Duoti taškai  $(x_i, y_i)$  turėtų būti parabolėje  $y = ax^2 + bx + c$ . Raskite mažiausių kvadratų parabolę šiems taškams:

$$1) (0, 0); (1, 0); (2, -1); (3, 4); (4, 8) \quad 2) (-1, 3); (0, 1); (1, 0); (2, -4) .$$