

Diskretinės matematikos egzaminas
2000.12.21

1. Visais žemiau nurodytais atvejais pateikite begalinio \mathbf{Z} poaibio S pavyzdį, kuriam yra teisinga:
 - (a) S yra uždaras ir sudėties ir sandaugos atžvilgiu.
 - (b) S yra uždaras ir sudėties bet ne sandaugos atžvilgiu.
 - (c) S yra uždaras ir sandaugos bet ne sudėties atžvilgiu.
 - (d) S nėra uždaras nei sudėties, nei sandaugos atžvilgiu.
2. Realiųjų skaičių aibėje \mathbf{R} apibrėžtas sąryšis $\mathcal{R} : a\mathcal{R}b \iff a - b = a^3 - b^3$.
 - (a) Įrodykite, kad \mathcal{R} yra ekvivalentumo sąryšis.
 - (b) Elementui a apibrėžkite ekvivalentumo klasę \mathcal{R} atžvilgiu.
3. Parašykite visas 1,2,3,5,7 eilės grupes. Atsakymus pagrįskite.
4. Tegū E yra funkcija $E : \{0, 1, 2, \dots, m - 1\} \rightarrow \{0, 1, 2, \dots, m - 1\}$, $E(a) = a^k \pmod{m}$. Kiek yra tokių elementų a , kad $E(a) = a$, kai $k = 29, m = 323$. Atsakymą pagrįskite.
5. Kiek yra 2-ojo laipsnio neredukuojamų polinomų virš $\text{GF}(5)$? Atsakymą pagrįskite.
6. Raskite visų 2-ojo laipsnio neredukuojamų polinomų virš $\text{GF}(5)$ eiles.
7. Pateikite primityvaus polinomo apibrėžimą. Kiek yra primityvių 2-ojo laipsnio polinomų virš $\text{GF}(5)$? Atsakymą pagrįskite.
8. Pateikite primityvaus baigtinio kūno elemento apibrėžimą. Kiek yra primityvių elementų kūne $\text{GF}(25)$? Parašykite juos. Atsakymą pagrįskite.
9. Kiek yra primityvių 24-ojo laipsnio šaknų iš 1 virš $\text{GF}(5)$? Parašykite jas. Atsakymą pagrįskite.
10. Faktorizuokite $x^{24} - 1$ virš $\text{GF}(5)$.