

DISKRETINĖS MATEMATIKOS EGZAMINAS

2001 01 23

1. Raskite visus baigtinio kūno $\text{GF}(1024)$ pokūnius.
2. Įrodykite, kad kūno K ir jo plėtinio $F \supset K$ charakteristikos yra vienodos.
3. Raskite visus primityvius kūno $\text{GF}(7)$ elementus.
4. Tegu β yra neredukuojamo polinomo $x^4 + x + 1 \in \text{GF}(2)[x]$ šaknis. Apskaičiuokite $(\beta^{10} + \beta^5)(\beta^2 + \beta^4)$.
5. Įrodykite, kad polinomas $x^2 + x + 2$ yra primityvus virš $\text{GF}(3)$.
6. Pateikite faktoržiedo $K = \text{GF}(3)[x]/(x^2 + x + 2)$ indeksų lentelę. Ar K yra kūnas? Atsakymą įrodyti.
7. Tegu elemento $\alpha \in \text{GF}(q^n)$ minimalusis polinomas yra $f(x) \in \text{GF}(q)[x]$, $\deg f(x) = d$. Nagrinėjame elementų seką: $\alpha, \alpha^q, \dots, \alpha^{q^r}$.
 - (a) Ar sekoje esantys elementai yra skirtingi, kai $r = d$? Atsakymą įrodyti.
 - (b) Jeigu $r = k \cdot d$, kai $k > 1$, ką galite pasakyti apie sekoje esančius skirtingus elementus? Atsakymą įrodyti.
8. Įrodykite, kad su kiekvienu neredukuojamu polinomu $f(x)$ virš baigtinio kūno teisinga: $f(x)$ dalijasi iš $x^n - 1$ tada ir tik tada, kada $\text{ord}(f(x))$ dalijasi iš n .
9. Apskaičiuokite ciklotominius polinomus $Q_2(x), Q_4(x), Q_8(x), Q_{16}(x)$.
10. Ar yra primityvioji n -ojo laipsnio šaknis primityviuoju elementu kuriame nors baigtiniame kūne? Atsakymą įrodyti.
11. Kiek yra 34-ojo laipsnio šaknų iš 1 virš $\text{GF}(1024)$? Atsakymą įrodyti.
12. Faktorizuokite $x^5 - 1$ virš $\text{GF}(2)$ ir virš $\text{GF}(3)$.
13. Raskite polinomo $x^4 - 1$ skaidinio kūną virš $\text{GF}(3)$. Atsakymą įrodyti.
14. Raskite primityviąją 4-ojo laipsnio šaknį polinomo $x^4 - 1$ skaidinio kūne K . Ar ši šaknis yra primityvusis kūno K elementas? Atsakymus įrodyti.