Kontrolinis algebros namų darbas . 2001 pavasario semestras. Rimantas Grigutis

Operatoriaus kanoninės matricos.

Duota operatoriaus $\mathcal{A} : \mathbf{R}^{12} \to \mathbf{R}^{12}$ matricos *Frobeniuso* forma A standartinėje bazėje.

1. Parašykite operatoriaus $\mathcal{A}$ matricos *Frobeniuso* formą.
2. Parašykite operatoriaus $\mathcal{A}$ matricos *Frobeniuso-Žordano* formą ir bazę.
3. Parašykite operatoriaus $\mathcal{A}$ plėtininio $\mathcal{A} : \mathbf{C}^{12} \to \mathbf{C}^{12}$ matricos *Žordano* formą ir bazę.
4. Parašykite operatoriaus $\mathcal{A}$ matricos *realiąją kanoninę* formą ir bazę.

Pastabos. 1. Kiekvienas studentas pasirenta individualius, nepasikartojančius parametrus a ir b.

2. Darbas yra individualus.
3. Visus skaičiavimus būtina pagrįsti.
4. Darbas turi būti atspausdintas.
5. Darbą galima pristatyti iki 2001 05 31 dienos 10:00 307 aud.

1 grupei.

Operatoriaus $\mathcal{A}$ charakteristinis polinomas: $\chi_{\mathcal{A}}(t) = (t^2 + at + b)^5 (t + c)^2$.
Operatoriaus $\mathcal{A}$ minimalusis polinomas: $\chi_{\mathcal{A}}(t) = (t^2 + at + b)^4 (t + c)^s$.
$a = -2, -1, 1, 2, ;$ b yra toks ≥ 10, kad $a^2 - 4b < 0$.
$c \geq 95$.
Jeigu $a > 0$, tai $s = 2$; jeigu $a < 0$, tai $s = 1$.

2 grupei.

Operatoriaus $\mathcal{A}$ charakteristinis polinomas: $\chi_{\mathcal{A}}(t) = (t^2 + at + b)^5 (t + c)^2$.
Operatoriaus $\mathcal{A}$ minimalusis polinomas: $\chi_{\mathcal{A}}(t) = (t^2 + at + b)^3 (t + c)^s$.
$a = -4, -3, 3, 4;$ b yra toks ≥ 12, kad $a^2 - 4b < 0$.
$c \leq -95$.
Jeigu $a > 0$, tai $s = 2$; jeigu $a < 0$, tai $s = 1$.

$$A = \begin{pmatrix} F^3 & O & O \\ O & F^2 & O \\ O & O & J \end{pmatrix}.$$

3 grupei.

Operatoriaus $\mathcal{A}$ charakteristinis polinomas: $\chi_{\mathcal{A}}(t) = (t^2 + at + b)^5 (t + c)^2$.
Operatoriaus $\mathcal{A}$ minimalusis polinomas: $\chi_{\mathcal{A}}(t) = (t^2 + at + b)^3 (t + c)^s$.
$a = -6, -5, 5, 6$; b yra toks ≥ 15 , kad $a^2 - 4b < 0$.
$-95 \leq c \leq -60$.
Jeigu $a > 0$, tai $s = 2$; jeigu $a < 0$, tai $s = 1$.

$$A = \begin{pmatrix} F^3 & O & O & O \\ O & F & O & O \\ O & O & F & O \\ O & O & O & J \end{pmatrix}.$$

4 grupei.

Operatoriaus $\mathcal{A}$ charakteristinis polinomas: $\chi_{\mathcal{A}}(t) = (t^2 + at + b)^5 (t + c)^2$.
Operatoriaus $\mathcal{A}$ minimalusis polinomas: $\chi_{\mathcal{A}}(t) = (t^2 + at + b)^2 (t + c)^s$.
$a = -8, -7, 7, 8$; b yra toks ≥ 13, kad $a^2 - 4b < 0$.
$60 \leq c \leq 94$.
Jeigu $a > 0$, tai $s = 2$; jeigu $a < 0$, tai $s = 1$.

$$A = \begin{pmatrix} F^2 & O & O & O \\ O & F^2 & O & O \\ O & O & F & O \\ O & O & O & J \end{pmatrix}$$

5 grupei.

Operatoriaus $\mathcal{A}$ charakteristinis polinomas: $\chi_{\mathcal{A}}(t) = (t^2 + at + b)^5 (t + c)^2$.
Operatoriaus $\mathcal{A}$ minimalusis polinomas: $\chi_{\mathcal{A}}(t) = (t^2 + at + b)^2 (t + c)^s$.
$a = -10, -9, 9, 10$; b yra toks, kad $a^2 - 4b < 0$.
$c \geq 200$.
Jeigu $a > 0$, tai $s = 2$; jeigu $a < 0$, tai $s = 1$.

$$A = \begin{pmatrix} F^2 & O & O & O & O \\ O & F & O & O & O \\ O & O & F & O & O \\ O & O & O & F & O \\ O & O & O & O & J \end{pmatrix}.$$

Pastaba. čia F^i- polinomo $(t^2 + at + b)^i$ lydinčioji matrica, o $J-$ polinomą $(t + c)^s$ atitinkanti matrica.