6 pratybos.

Vektorių sistemos.

1. Įrodykite, kad aritmetinės erdvės $\mathbf{R}^4$ vektorių sistema $u_1 = (2, 1, 0, 1)$; $u_2 = (1, -2, 1, 3)$; $u_3 = (3, 4, -1, 2)$ yra tiesiškai nepriklausoma ir apskaičiuokite šių vektorių tiesinę kombinaciją $u = 2u_1 - 3u_2 + 4u_3$.

2. Patikrinkite, ar aritmertinės erdvės $\mathbf{R}^n$ vektorių sistema $u_1, u_2, ..., u_n$ yra tiesiškai priklausoma :

a) $u_1 = (3, 4, -2)$; $u_2 = (2, -1, 3)$; $u_3 = (7, 2, 4)$.

b) $\mathrm{u}_1 = (1, 2, 1, 1)$, $u_2 = (2, 3, 1, 0)$; $u_3 = (3, 1, 1, -2)$; $u_4 = (4, 2, -1, -6)$.

3. Apskaičiuokite aritmertinės erdvės $\mathbf{R}^n$ vektorių sistemos $u_1, u_2, ..., u_n$ rangą:

a) $u_1 = (1, 1, 1)$; $u_2 = (1, 2, 3)$; $u_3 = (-1, 1, -2)$.

b) $u_1 = (2, 1, 1, -1)$; $u_2 = (2, 2, 3, 4)$; $u_3 = (-1, -2, -1, -3)$; $u_4 = (-1, -1, 1, 2)$

Matricos rangas

4. Apskaičiuokite matricos A rangą elementariųjų pertvarkių būdu:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 4 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -5 & 4 \end{pmatrix}; \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Vektorinės erdvės bazė

5. Ar vektorių sistema $u_1 = (1, -1, 2, 1)$; $u_2 = (2, 3, 1, 4)$; $u_3 = (5, -1, -1, 2)$, $u_4 = (3, 2, 2, 1)$ sudaro aritmetinė erdvės $\mathbf{R}^4$ bazę?

6. Įrodykite, kad aritmertinės erdvės $\mathbf{R}^4$ vektorių sistema $u_1, u_2, ..., u_n$ sudaro bazę ir raskite vektoriaus u koordinates toje bazėje:

$u_1 = (3, 5, 1, 2)$; $u_2 = (-1, 2, 2, 3)$; $u_3 = (2, 1, 3, 4)$; $u_4 = (-2, -3, 1, -5)$, $u = (-2, 3, 1, -4)$.

$u_1 = (1, 2, -1, -2)$; $u_2 = (2, 3, 0, -1)$; $u_3 = (1, 2, 1, 4)$; $u_4 = (1, 3, -1, 0)$; $u = (7, 14, -1, 2)$.

7. Raskite vektorių $u_1, u_2, ..., u_m$ tiesinio apvalkalo $\langle u_1, u_2, ..., u_m \rangle$ bazę ir dimensiją, kai

a) $u_1 = (1, 4, -7, 3)$; $u_2 = (-3, 10, -9, -7)$; $u_3 = (2, -3, 1, 5)$; $u_4 = (0, 11, -15, 1)$.

b) $u_1 = (0, 1, 1, 1)$, $u_2 = (1, 1, 1, 2)$; $u_3 = (-2, 0, 1, 1)$; $u_4 = (-1, 3, 2, -1)$; $u_5 = (1, 1, 0, -1)$.

8. Ar $\sqrt[4]{3} \in \left[1, \sqrt{3}\right]_{\mathbf{Q}}$?

Vektorių sistemos papildymas iki bazės.

9. Vektorinėje erdvėje $\mathbf{R}_4$ raskite dvi bazes, turinčias vektorius $(1,1,0,0)$ ir $(0,0,1,1)$.

10. Papildykite sistemą iki bazės.

1) $(0,0,1,1,1), (1,2,1,2,0)$ aritmetinėje erdvėje virš $GF(3)$;

2) $(3,1,-1,1), (-1,2,3,-4), (7,7,3,-5)$ aritmetinėje erdvėje $\mathbf{R}^4$;

3) $(2,1,1), (3,-2,2)$ aritmetinėje erdvėje virš $\mathbf{R}^3$;

4) $(3,1,0,2), (2,1,1,3)$ aritmetinėje erdvėje virš $GF(5)$.

Bazių keitimo matrica

11. Raskite aritmetinės erdvės R^n bazės $u_1, u_2, ..., u_n$ keitimo baze $u'_1, u'_2, ..., u'_n$ matricą:

$$\text{a)}\ \begin{array}{ll} u_1 = (1,2,1), & u'_1 = (3,-1,-1), \\ u_2 = (-2,3,2), & u'_2 = (0,-1,-4), \\ u_3 = (3,2,-1), & u'_3 = (5,5,-3). \end{array}$$

$$\text{b)}\ \begin{array}{ll} u_1 = (1,2,1), & u'_1 = (3,5,8), \\ u_2 = (2,3,3), & u'_2 = (5,14,13), \\ u_3 = (3,8,2), & u'_3 = (1,9,2). \end{array}$$

12. Žinodami aritmetinės erdvės R^n vektoriaus u koordinates bazėje u_1, u_2, u_3 apskaičiuokite jo koordinates bazėje u'_1, u'_2, u'_3

$$\text{a)}\ \begin{array}{ll} u = (1,2,-1), & u'_1 = 2u_1 - u_2 + 2u_3, \\ & u'_2 = u_1 + u_3, \\ & u'_3 = u_1 - 2u_2 + 2u_3. \end{array}$$

$$\text{b)}\ \begin{array}{ll} u = (0,4,-3), & u'_1 = 2u_1 - u_2 + u_3, \\ & u'_2 = u_1 + -2u_2 + u_3, \\ & u'_3 = 3u_1 + u_2 + 2u_3. \end{array}$$