1. Polinomų bekvadratė faktorizcija. Veiksmai $K[x]/(m(x))$.

Bekvadratės faktorizacijos algoritmas.

$f_0(x) := f(x)$, *skaičiuojame* $f_0'(x)$.
$f_1(x) :=$*BDD*(f_0, f_0'), *skaičiuojame* $f_1'(x)$.
$f_2(x) :=$*BDD*(f_1, f_1'), *skaičiuojame* $f_2'(x)$.
$f_3(x) :=$*BDD*(f_2, f_2'), *skaičiuojame* $f_3'(x)$ *ir t.t.*

$g_{\geq 1}(x) := \dfrac{f_0(x)}{f_1(x)}$,

$g_{\geq 2}(x) := \dfrac{f_1(x)}{f_2(x)}$,

$g_{\geq 3}(x) := \dfrac{f_2(x)}{f_3(x)}$, *ir t.t.*

$F_1(x) := \dfrac{g_{\geq 1}(x)}{g_{\geq 2}(x)}$,

$F_2(x) := \dfrac{g_{\geq 2}(x)}{g_{\geq 3}(x)}$,

$F_3(x) := \dfrac{g_{\geq 3}(x)}{g_{\geq 4}(x)}$, *ir t.t.*

Taigi, $f(x) = a_n F_1(x) F_2^2(x) \cdots F_k^k(x)$, *čia* F_i *- bekvadračiai polinomai.*

Tam kad kūne $K[x]/(m(x))$, *čia polinomas* $m(x)$ *- neredukuojamas, galėtume rasti nenuliniam polinomui* $f(x)$ *atvirkštinį elementą reikia polinomų porai* $f(x)$ *ir* $m(x)$ *rasti tokius polinomus* $q(x)$ *ir* $r(x)$, *kad* $f(x)q(x) + m(x)r(x) = 1$. *Tada* $q(x) = f^{-1}(x) \operatorname{mod} m(x)$.

1. Išskaidykite polinomą dvinario $x - x_0$ laipsniais.
1) $2x^4 + 3x^3 - 6x + 2$, $x_0 = 1$.
2) $x^6 + 9x^5 + 7x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 7x + 93$, $x_0 = -2$.
3) $2x^7 + x^5 - 3x^3 + 4x - 7$, $x_0 = 2$.
4) $3x^6 + 6x^5 + x^4 - 3x^3 + 15x^2 + 30x - 7$, $x_0 = -2$.
5) $6x^5 - 4x^4 + 3x2 + 5x + 7$, $x_0 = \dfrac{2}{3}$.
6) $x^5 + 3x^4 + 4x^3 - 6x^2 + 5x - 10$, $x_0 = -\dfrac{3}{2}$.

2. Atlikite bekvadratę polinomo faktorizaciją.
1) $4x^5 - 15x^3 + 5x^2 + 15x - 9$;

2) $8x^5 + 4x^4 - 22x^3 - 29x^2 - 13x - 2$;
3) $2x^6 + 6x^5 + 6x^4 + x^3 - 3x^2 - 3x - 1$;
4) $x^5 - 6x^4 + 16x^3 - 24x^2 + 20x - 8$;
5) $2x^5 + 3x^4 + 4x^3 + x^2 - 1$;
6) $\mathrm{x}^7 - 3x^6 + 5x^5 - 7x^4 + 7x^3 - 5x^2 + 3x - 1$.

3. Atlikite veiksmus faktoržiede $\mathbf{Q}[x]/(m(x))$.
1) $(x^2 + x + 1)^2$, $m(x) = x^3 - 1$.
2) $\dfrac{x+2}{x-2}$, $m(x) = x^3 + x + 1$.
3) $\dfrac{1}{x^2 + x + 1}$, $m(x) = x^3 - 2$.

4. Raskite $(x+1)^{-1}$ faktoržiede $Z_2[x]/(x^3 + x + 1)$.

5. Raskite $x^2 + x + 1$ atvirkštinį elementą
1) faktoržiede $\mathbf{Q}[x]/(x^3 - 2)$,
2) faktoržiede $\mathbf{Z}_3[x]/(x^3 + 2x^2 + x + 1)$.

6. Faktoržiede $\mathbf{Z}_3[x]/(x^3 + x + 1)$ raskite x^{-1} ir $(x+1)^{-1}$ ir panaudoję tai raskite $(x^2 + x)^{-1}$.

7. Faktorizuokite $x^4 + x + 1$ virš $Z_4[x]/(x^4 + x + 1)$