

1. Polinomų faktorizacija.

Teorema (Redukcinis neredukuojamo polinomo požymis). Tegu p - pirminis skaičius. Tegu

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_0 \in Z[x], a_n \not\equiv 0 \pmod{p}$$

ir polinomo f redukcija $\bar{f} \pmod{p}$ yra neredukuojamas polinomas virš \mathbf{Z}_p . Tada polinomas f neredukuojamas virš \mathbf{Q} .

Teorema (EISENSTEIN'o neredukuojamo polinomo požymis). Tegu p - pirminis skaičius, o

$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0 \in \mathbf{Z}[x]$, $a_n \not\equiv 0 \pmod{p}$, $a_i \not\equiv 0 \pmod{p}$, kai $i = 0, \dots, n-1$, $a_0 \not\equiv 0 \pmod{p^2}$. Tada f yra neredukuojamas virš \mathbf{Q} .

1. Euklido algoritmo pagalba raskite $d(x) = \text{DBD}(x^8 - 1, x^6 - 1) \in \mathbf{Q}[x]$. Parašykite $d(x)$ tiesinę išraišką.

2. Ar polinamai su racionaliaisiais koeficientais $2x^3 - 2x^2 - 3x + 1$ ir $2x^2 - x - 2$ yra tarpusavyje pirminiai?

3. Euklido algoritmo pagalba raskite $d(x) = \text{DBD}(x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1, x^3 - 1) \in \mathbf{Q}[x]$. Parašykite $d(x)$ tiesinę išraišką.

4. Euklido algoritmo pagalba raskite $d(x) = \text{DBD}(2x^4 - x^3 + x^2 + 3x + 1, 2x^3 - 3x^2 + 2x + 2) \in \mathbf{Q}[x]$. Parašykite $d(x)$ tiesinę išraišką.

5. Ar polinamai yra neredukuojami virš \mathbf{Q} :

$$\begin{aligned} &3x^5 + 18x^2 + 24x + 6; \\ &7x^3 + 12x^2 + 3x + 45; \\ &2x^{10} + 25x^3 + 10x^2 - 30. \end{aligned}$$

6. Raskite polinomų kanoninius skaidinius virš nurodytų kūnų;

1) $x^5 - 10x^4 + 24x^3 + 9x^2 - 33x - 12$ virš \mathbf{Q} ;

2) $x^5 - 2x^4 - 2x^3 + 12x^2 - 15x - 2$ virš \mathbf{Q} ;

3) $x^6 + 2x^5 - 12x^4 - 24x^3 + 36x^2 + 60x - 24$;

4) $x^6 + x^5 - 12x^4 - 12x^3 + 36x^2 + 24x - 12$;

5) $x^4 + x$ virš \mathbf{Z}_5 ;

6) $x^3 + 2x^2 + 3$ virš \mathbf{Z}_5 ;

7) $2x^3 + x^2 + 2x + 2$ virš \mathbf{Z}_5 .

7. Euklido algoritmo pagalba raskite

$$d(x) = \text{DBD}(x^7 + 2x^5 + 2x^2 - x + 2, x^6 - 2x^5 - x^4 + x^2 + 2x + 3) \in \mathbf{Q}[x].$$

Parašykite $d(x)$ tiesinę išraišką.

8. Euklido algoritmo pagalba raskite

$$d(x) = \text{DBD}(x^7 + 1, x^5 + x^3 + x + 1) \in \mathbf{Z}_2[x].$$

Parašykite $d(x)$ tiesinę išraišką.

9. Euklido algoritmo pagalba raskite

$$d(x) = \text{DBD}(x^5 + x + 1, x^6 + x^5 + x^4 + 1) \in \mathbf{Z}_2[x].$$

Parašykite $d(x)$ tiesinę išraišką.

10. Euklido algoritmo pagalba raskite

$$d(x) = \text{DBD}(x^8 + 2x^5 + x^3 + x^2 + 1, 2x^6 + x^5 + 2x^3 + 2x^2 + 2) \in \mathbf{Z}_3[x].$$

Parašykite $d(x)$ tiesinę išraišką.

11. Parašykite visus neredukuojamus 2-ojo ir 3-ojo laipsnio polinomus virš baigtinių kūnų $\mathbf{GF}(p)$, $p = 2, 3, 4, 5$.